УДК 004.852: 004.032.26: 519.682: 532.5.013.12: 551.49 **DOI: 10.20998/2222-0631.2026.01(10).12**

***Я. В. ХОДНЕВИЧ, О. М. ТРОФИМЧУК, В. М. КОРБУТЯК***

# ДОСЛІДЖЕННЯ АГРЕГУВАННЯ ПРОГНОЗІВ АНСАМБЛЮ НЕЙРОННИХ МЕРЕЖ ДЛЯ ОБЧИСЛЕННЯ КОЕФІЦІЄНТА ГІДРАВЛІЧНОГО ОПОРУ

Стаття присвячена розробці модифікації методу максимального голосування з метою підтримки задачі моделювання ансамблю нейронних мереж для прогнозування коефіцієнта гідравлічного опору у відкритих руслах річок, відомого як коефіцієнта шорсткості Шезі. Актуальність дослідження зумовлена необхідністю розробки обчислювальних алгоритмів для отримання точних і надійних прогнозів коефіцієнта шорсткості Шезі за допомогою штучних нейронних мереж в умовах обмежених та неповних даних для підтримки математичного моделювання річкових течій для багатьох інженерних та екологічних завдань. Відомо, що застосування ансамблевих методів навчання нейронних мереж забезпечує значне підвищення точності та надійності прогнозів. Запропоновано модель однорідного ансамблю повнозв'язних штучних нейронних мереж прямого поширення із сигмоїдною функцією активації в рамках задачі обчислення коефіцієнта шорсткості Шезі на основі обмежених польових даних про гідроморфологічні характеристики відкритих русел річок. Побудова і навчання ансамблю нейронних мереж здійснюється на основі методу Bagging. В рамках такого підходу представлено модифікацію методу максимального голосування на основі вирішення зворотної задачі для реалізації агрегування прогнозів нейронних мереж. Реалізацію алгоритмів побудови моделей ансамблю, ансамблевого навчання, агрегування прогнозів нейронних мереж здійснено за допомогою методів Python. Представлено результати апробації запропонованого ансамблю нейронних мереж із застосуванням модифікованого методу голосування, які показують високу ефективність підходу. Встановлено, що в рамках тестової задачі відносні похибки прогнозів знаходяться в межах від 0,5 % до 3,9 %, коефіцієнт ефективності моделі Неша-Саткліффа становить $0,975$.

**Ключові слова:** ансамблеве навчання, штучні нейронні мережі, агрегування прогнозів, коефіцієнт шорсткості Шезі, метод Bagging, метод максимального голосування, Python.

***YA. V. KHODNEVYCH, O. M. TROFYMCHUK, V. M. KORBUTIAK***

# INVESTIGATION OF NEURAL NETWORK ENSEMBLE FORECAST AGGREGATION FOR COMPUTING THE HYDRAULIC RESISTANCE COEFFICIENT

The paper is devoted to the development of a modification of the Max Voting method to support the ensemble modeling of neural networks for predicting hydraulic resistance in open river channels, known as the Chézy roughness coefficient. The relevance of the study is driven by the need to develop computational algorithms for obtaining accurate and reliable Chézy coefficient forecasts using artificial neural networks under conditions of limited and incomplete data to support mathematical modeling of river flows for various engineering and environmental tasks. It is established that the application of ensemble learning methods for neural networks ensures a significant increase in the accuracy and reliability of predictions. A model of a homogeneous ensemble of fully connected feedforward artificial neural networks with a sigmoid activation function is proposed for calculating the Chézy coefficient based on limited field data regarding the hydro-morphological characteristics of open river channels. The construction and training of the neural network ensemble are carried out using the Bagging method. Within this approach, a modification of the Max Voting (Hard Voting) method based on the inverse problem solution is presented to implement the aggregation of neural network ensemble forecasts. The implementation of algorithms for ensemble model construction, ensemble learning, and forecast aggregation is performed using Python. The results of the validation of the proposed neural network ensemble using the modified voting method demonstrate the high efficiency of the approach. It was found that within the test case, the relative prediction errors range from 0.5 % to 3.9 %, and the Nash-Sutcliffe model efficiency coefficient is $0,975$.

**Key words:** ensemble learning, artificial neural networks, forecast aggregation, Chézy roughness coefficient, Bagging method, Max Voting method, Python.

**Вступ.** Розглядається питання обчислення *емпіричного коефіцієнта гідравлічного опору*, відомого як *коефіцієнт шорсткості Шезі C*, *за допомогою ансамблю штучних нейронних мереж* для підтримки математичного моделювання річкових потоків на основі обмежених польових даних про їх гідрологічні та гідроморфологічні характеристики. Така задача є продовженням наших досліджень, зокрема, які представлені в [1 – 3] та включали в себе огляд методів обчислення коефіцієнта Шезі, розробку моделі даних для навчання *штучної нейронної мережі (ШНМ)*, розробку базової моделі *нейронної мережі (НМ)* та її модифікацій, розробку алгоритмів навчання НМ та встановлення її прогнозів для нових даних за допомогою *Python*.

Обчислення середніх швидкостей руху водного потоку у відкритому руслі з врахуванням величини гідравлічних опорів є *однією з головних проблем річкової гідравліки* [4]. Основні фактори, що визначають величину гідравлічних опорів: виступи шорсткості, донні гряди та інші руслові перешкоди, повороти і вигини русла, неоднорідність розмірів і форми русла по довжині, зважені та донні наноси, рослинність, льодові явища та ін. Зазвичай для оцінки гідравлічних опорів використовують такі інтегральні характеристики: *коефіцієнти шорсткості Меннінга (Гоклера-Меннінга)*, коефіцієнти Шезі, *коефіцієнти гідравлічного тертя Дарсі-Вейсбаха* [5]. Коефіцієнт шорсткості Шезі вважається досить інформативним і фундаментальним через його здатність враховувати більшість чинників, що визначають гідравлічний опір у відкритих руслах. У річках, для яких характерна постійна мінливість їх морфологічних та гідрологічних параметрів, цей емпіричний коефіцієнт виступає найбільш повною інтегральною характеристикою опору у порівнянні з коефіцієнтом шорсткості Меннінга і коефіцієнтом Дарсі-Вейсбаха, дозволяючи здійснювати адекватне моделювання руху водного потоку на основі одно- та двовимірної математичних моделей гідродинаміки [4, 6, 7].

В умовах змін клімату і антропогенного навантаження точне прогнозування коефіцієнта шорсткості Шезі на основі обмежених та неповних польових даних залишається *актуальним завданням для підтримки математичного моделювання річкових течій* з метою підвищення безпеки та ефективності інфраструктури та водного господарства для багатьох інженерних та екологічних завдань, включаючи моделювання паводкових потоків, оцінку ризиків повеней [5, 6], прогнозування прориву дамб [7], прогнозування загальної та локальної ерозії русла річки, транспортування та осадження наносів, моделювання транспорту забруднюючих речовин, гідравлічне моделювання для проектування інфраструктури в межах річкового середовища, аналіз параметрів якості води [8], моделювання зв'язку між опадами та стоком в руслах річок тощо [9].

У рамках наших досліджень одним із шляхів *вдосконалення запропонованої ШНМ* для випадку прогнозування емпіричного коефіцієнта шорсткості Шезі у відкритих руслах річок на основі обмежених польових даних є *застосування методів ансамблевого навчання* з метою отримання більш точних і надійних прогнозів [2, 3]. При розробці *ансамблю нейронних мереж (АНМ)* стикнулись з проблемою злиття прогнозів окремих нейронних мереж в один вихідний адекватний результат прогнозування (*агрегування прогнозів*). У нашому випадку суть такої задачі полягає у розробці підходу для виявлення найкращого результату обчислень серед множини прогнозів моделей нейронних мереж, який ґрунтується на *модифікації методу максимального голосування*.

**Аналіз останніх досліджень.** *Штучні нейронні мережі* вважаються високоефективним інструментом для ідентифікації емпіричних параметрів математичних моделей, зокрема у вирішенні *зворотних задач* [10]. Завдяки здатності до *нелінійного апроксимування*, стійкості до неповних або некоректних даних, при достатній кількості експериментальних даних і належному навчанні ШНМ часто перевершують традиційні емпіричні формули за точністю прогнозу. Їхня головна перевага полягає у можливості моделювати складні реальні явища і процеси без необхідності побудови їх вичерпного фізичного опису, адаптуючись до специфіки експериментальних даних у процесі навчання [11].

*Застосування ансамблевих методів навчання* (*Ensemble Learning*), що об'єднують результати функціонування кількох незалежних (індивідуальних) нейронних мереж, забезпечує значне підвищення точності, надійності та узагальнювальної здатності прогностичної системи. Таку ефективність ансамблю нейронних мереж пояснюють тим, що різні моделі НМ можуть робити помилки на різних підмножинах даних, і при агрегуванні або об'єднанні їх індивідуальних прогнозів (наприклад, через голосування або усереднення) ці помилки взаємно компенсуються, що мінімізує вплив випадкових похибок окремих моделей та знижує ризик перенавчання (overfitting). *Обґрунтування переваг АНМ* і методів їх побудови наведено у [8, 12, 13]. Показано, що ансамблі зазвичай перевершують за точністю будь-яку окрему модель, яка входить до їхнього складу. Для більшості практичних задач покращення точності становило приблизно $5 \div 20\,\%$ [12]. Для побудови та навчання ансамблів у задачах апроксимації неперервних функцій, зокрема ідентифікації емпіричних параметрів, зазвичай використовують три основні підходи: *беггінг* (*Bagging* або *Bootstrap Aggregating*), *бустинг* (*Boosting*), *стекінг* (*Stacking*) [13]. Також в теорії ансамблевого навчання ключове значення мають методи агрегування (об'єднання) прогнозів, оскільки саме від способу комбінування результатів залежить підсумкова точність та здатність моделі до узагальнення. Проте АНМ потребують більших обчислювальних ресурсів для навчання та встановлення прогнозів, а також їх складніше інтерпретувати порівняно з індивідуальними НМ.

Ансамблі нейронних мереж успішно застосовуються у різноманітних сферах, зокрема у гідравліці, гідрології та екологічному моделюванні для оцінки водного балансу, обчислення ключових параметрів якості води, заповнення прогалин у гідрологічних даних, прогнозування стоку та рівнів води в річках тощо [8, 9].

**Постановка задачі.** Метою роботи є *вдосконалення методу максимального голосування* (7) – (9) для виявлення найкращого результату обчислень серед множини прогнозів моделей ансамблю нейронних мереж (1) – (4) (АНМ), який призначений для обчислення емпіричного коефіцієнта шорсткості Шезі у відкритих руслах річок на основі обмежених польових даних про їх гідрологічні та гідроморфологічні характеристики. Ансамбль ШНМ побудовано на основі складеної обчислювальної моделі (1) – (6). *Вхідними даними* для моделі є гідрологічні та гідроморфологічні характеристики русла: $n$ – коефіцієнт шорсткості Гоклера-Меннінга ($\text{с/м}^{1/3}$), $\Delta$ – висота виступів шорсткості русла ($\text{м}$), $S_f$ – ухил поверхні води, $B$ – середня ширина потоку ($\text{м}$), $h$ – середня глибина потоку ($\text{м}$), $R$ – гідравлічний радіус ($\text{м}$), $Q$ – витрата води ($\text{м}^3/\text{с}$), або $V$ – середня швидкість водного потоку ($\text{м/с}$). *Цільовою змінною* є коефіцієнт шорсткості Шезі $C$, який наближено апроксимується АНМ.

*Дослідження виконується на основі наборів польових даних* про гідроморфологічні та гідрологічні параметри окремих ділянок рівнинних річок Дніпро (нижче за течією від м. Київ), Десна (м. Чернігів), Прип'ять (м. Турів), які були запропоновані в [1, 2] та наведені в табл. 1. Ці ділянки річок характеризуються прямим земляним руслом із простою формою поперечного перерізу та спокійною течією (*число Фруда*, $Fr << 1$). В рамках досліджуваної предметної області маємо наступні *межі зміни гідрологічних і гідро-морфологічних параметрів*, які описують особливості руху водного потоку на обраних ділянках річок: витрата води $Q = 48{,}8 \div 3665{,}0\,\text{м}^3/\text{с}$, середня швидкість течії $V = Q/A = 0{,}3362 \div 0{,}9674\,\text{м/с}$ ($A$ – площа поперечного перерізу потоку ($\text{м}^2$)), ухил поверхні води $S_f = 0{,}000036 \div 0{,}00016$, середня глибина $h = 1{,}0 \div 6{,}2\,\text{м}$, середня ширина потоку $B = 122{,}0 \div 611{,}0\,\text{м}$, коефіцієнт шорсткості Меннінга $n = 0{,}031 \div 0{,}045\,\text{с/м}^{1/3}$, ідентифікований (встановлений згідно з натурними спостереженнями) коефіцієнт шорсткості Шезі $C_o = 27,0 \div 43,7\,\text{м}^{1/2}/\text{с}$. Відсутня інформація про крупність $\Delta$ часток дна та берегів русла для наведених ділянок річок. Приймалася умова, що *мультиколінеарність* між параметрами $n$, $S_f$, $B$, $h$ (або $R$, якщо $B >> h$, $R \cong h$) є відсутня або нею можна знехтувати.

Таблиця 1 – Гідроморфологічні дані про характеристики рівнинних річок, використані для навчання та тестування ансамблю ШНМ

| Річка, ділянка русла | $Q$, м$^3$/с | $A$, м$^2$ | $B$, м | $h$, м | $S_f \cdot 10^3$ | $n$, с/м$^{1/3}$ | $C_o$, м$^{1/2}$/с |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Дніпро, нижче за течією від Києва (навчання) | 657,4 | 1956 | 575 | 3,4 | 0,046 | 0,045 | 27,0 |
| | 1123 | 2403 | 586 | 4,1 | 0,054 | 0,040 | 31,4 |
| | 3665 | 3787 | 611 | 6,2 | 0,079 | 0,031 | 43,7 |
| Дніпро, нижче за течією від Києва (тестування) | 1763 | 2858 | 595 | 4,8 | 0,063 | 0,036 | 35,6 |
| | 2601 | 3320 | 604 | 5,5 | 0,071 | 0,033 | 39,7 |
| Десна, Чернігів (навчання) | 188 | 501,8 | 125 | 4,0 | 0,036 | 0,041 | 31,1 |
| | 249,4 | 580 | 129 | 4,5 | 0,040 | 0,040 | 32,2 |
| | 403,7 | 742,4 | 135 | 5,5 | 0,046 | 0,039 | 34,2 |
| | 497,5 | 826,3 | 138 | 6,0 | 0,049 | 0,038 | 35,1 |
| Десна, Чернігів (тестування) | 321,2 | 660,3 | 132 | 5,0 | 0,043 | 0,039 | 33,3 |
| Прип'ять, Турів (навчання) | 48,8 | 122 | 122 | 1,0 | 0,16 | 0,032 | 31,6 |
| | 89 | 195,4 | 130 | 1,5 | 0,128 | 0,033 | 32,9 |
| | 248,6 | 437,3 | 146 | 3,0 | 0,087 | 0,034 | 35,1 |
| Прип'ять, Турів (тестування) | 136,3 | 273 | 136 | 2,0 | 0,109 | 0,033 | 33,8 |
| | 189,7 | 353,8 | 142 | 2,5 | 0,097 | 0,034 | 34,5 |

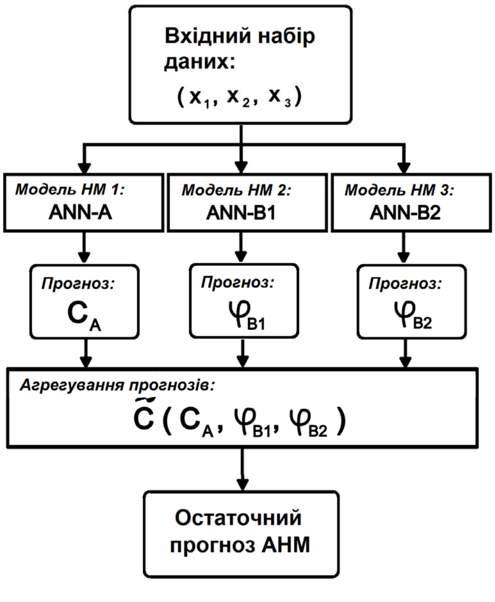


Рис. 1 – Структура однорідного ансамблю нейронних мереж.

**Моделювання ансамблю нейронних мереж.** Пропонується *система трьох моделей однорідних повнозв'язних нейронних мереж прямого поширення* – ANN-A, ANN-B1 та ANN-B2 (штучні нейронні мережі з позначками A, B1, B2, об'єднання яких представлено на рис. 1). В рамках такого однорідного ансамблю нейронних мереж наближене значення коефіцієнта шорсткості Шезі $\tilde{C}$ визначається згідно обчислювальної моделі:

$$\tilde{C}\left(x_1, x_2, x_3\right) = C_A \pm \phi\,,\quad x_1 \in \left\{n,\ \Delta,\ S_f\,,\ B\right\},$$

$$x_2 \in \left\{h, R\right\},\quad x_3 = V\,; \tag{1}$$

$$\phi_i = \left(C_{oi} - \overline{C}\right) \cdot \xi\,; \tag{2}$$

$$\xi = 1\,,\ C_{oi} > \overline{C}\,; \tag{3}$$

$$\xi = -1\,,\ C_{oi} < \overline{C}\,, \tag{4}$$

$$C_{oi} \in \left[C_{\max}, C_{\min}\right],\quad \overline{C} = \sum_i C_{oi} \Big/ m\,,\ i = \overline{1, m}\,,$$

де $C_A = f\left(x_1, x_2, x_3\right)$ – значення коефіцієнта Шезі в першому наближенні ( $\text{м}^{1/2}/\text{с}$ ), що обчислюється за допомогою базової ШНМ (ANN-A), яка навчається за допомогою прикладів $\left(x_1, x_2, x_3, C_o\right)_i$, представлена і апробована в [1 – 3]; $\phi = f\left(x_1, x_2, x_3\right)$ – величина уточнення, яка встановлюється за допомогою двох додаткових ШНМ (ANN-B1, ANN-B2), що побудовані на основі базової моделі мережі та попередньо навчаються на окремих групах прикладів пар входів $\left(x_1, x_2, x_3\right)_i$ і еталонних виходів $\phi_i$ нейронної мережі (тобто, на прикладах $\left(x_1, x_2, x_3, \phi\right)_i^{B1}$ та $\left(x_1, x_2, x_3, \phi\right)_i^{B2}$); $C_{oi}$ – еталонне значення коефіцієнта Шезі у діапазоні його максимального $C_{\max}$ та мінімального $C_{\min}$ значень в рамках досліджуваної предметної області, $\overline{C}$ – середнє значення всіх $C_{oi}$ базової вибірки навчальних прикладів, $m$ – кількість прикладів в базовій навчальній вибірці, $\xi$ – допоміжний коефіцієнт, який визначається згідно умов (3), (4) та регулює знак величини $\phi$, у випадку моделей ANN-B1 та ANN-B2 в якості їх цільової змінної відповідно обчислюються значення величин $\phi_{B1}=+\phi$, $\phi_{B2}=-\phi$, що використовується для уточнення $C_A$ згідно (1).

Усі *моделі ансамблю нейронних мереж однотипні*: в прихованих шарах НМ застосовується *сигмоїдна функція активації* [10], вихідний нейрон є лінійним, кількість нейронів у вхідному шарі відповідає кількості вхідних гідрологічних та гідроморфологічних параметрів.

*Навчання і прогнозування* запропонованого однорідного ансамблю нейронних мереж реалізується на основі *методу Bagging* [13]. Суть методу полягає у навчанні кількох моделей одного типу на окремих підвибірках навчальних даних та об'єднанні їх прогнозів з метою зменшення варіативності (variance reduction). Підвибірки навчальних прикладів $(x_1, x_2, x_3, \phi)_i^{B1}$ та $(x_1, x_2, x_3, \phi)_i^{B2}$ формуються на основі базової навчальної вибірки $(x_1, x_2, x_3, C_o)_i$ з урахуванням умов (2) – (4) та (5), (6):

$$(x_1, x_2, x_3, C_o)_i^{B1}, \ \ C_{oi} \in [C_{\max}, C_\alpha], \ \ C_\alpha > \overline{C}, \tag{5}$$

$$(x_1, x_2, x_3, C_o)_i^{B2}, \ \ C_i \in [C_\beta, C_{\min}], \ \ C_\beta < \overline{C}, \tag{6}$$

де $C_\alpha$, $C_\beta$ встановлюються експертом за результатами аналізу кожної навчальної вибірки $(x_1, x_2, x_3, C_o)_i$.

*Навчальні та тестові приклади* для кожної з нейронних мереж побудовані відповідно до принципів нормалізації, безперервності, однорідності на основі обмежених наборів даних польових спостережень за гідрологічними та гідроморфологічними параметрами на окремих ділянках рівнинних річок, які представлені в табл. 1. *Навчання моделей НМ здійснюється паралельно* на відповідних їм підвибірках навчальних прикладів за допомогою *методу зворотного поширення похибки* [11, 13].

У нашому випадку *агрегування прогнозів* моделей НМ ANN-A, ANN-B1 та ANN-B2 в єдиний результат обчислень здійснюється на основі *методу максимального голосування* (*Max Voting*, *Hard Voting*) [13]:

$$Y_p = \mathrm{mod}\left[C_1(x), C_2(x), \ldots, C_k(x)\right], \tag{7}$$

де остаточним передбаченням $Y_p$ стає клас $C_i$ ($i=1, \ldots, k$), який отримав найбільше голосів.

У рамках задачі апроксимації коефіцієнта шорсткості Шезі на основі АНМ метод максимального або жорсткого голосування (7) передбачає визначення прогнозів для кожної нейронної мережі ансамблю та прогнозування тільки тієї оцінки певної НМ, яка найкраще відповідає вхідним умовам задачі (1).

*Розробка алгоритмів* побудови моделей НМ однорідного ансамблю, ансамблевого навчання НМ на основі методу Bagging, агрегування прогнозів НМ на основі модифікованого методу максимального голосування здійснено *за допомогою методів Python* [11] та представлено в [14].

**Модифікація методу максимального голосування в задачах апроксимації неперервних функцій**. Наближена оцінка досліджуваного емпіричного коефіцієнта Шезі для нових вхідних даних виконується на основі навченого ансамблю нейронних мереж за допомогою агрегування прогнозів окремих його моделей. А саме, учасники ансамблю (моделі ANN-A, ANN-B1 та ANN-B2) створюють прогнози $C_A$, $\phi_{B1}$, $\phi_{B2}$ (рис. 1), які об'єднуються з врахуванням (1). Ставиться задача – проаналізувати на основі методу максимального голосування прогнози $C_A$, $C_{B1}=C_A+\phi$, $C_{B2}=C_A-\phi$ для встановлення єдиного прогнозу (результату АНМ), який найкраще відповідає вхідним умовам задачі (1) – (4). При цьому для задачі апроксимації неперервної функції з метою встановлення найкращої оцінки може існувати декілька стратегій аналізу прогнозів окремих нейронних мереж. Але може виявитись, що у зв'язку з особливостями предметної області, не всі ці стратегії дозволяють отримати позитивний результат. У нашому випадку ми й зіткнулися з цією проблемою. Це спонукало нас до пошуку в рамках досліджуваної предметної області альтернативних шляхів *модифікації методу максимального голосування* для розробки механізму виявлення (голосування) найкращої оцінки серед множини отриманих прогнозів нейронних мереж. У рамках нашого дослідження розглядались дві гіпотези щодо модифікації методу максимального голосування для встановлення найкращої оцінки коефіцієнта Шезі (1) серед множини прогнозів $C_A$, $C_{B1}$, $C_{B2}$, які дозволяють отримати нейронні мережі ANN-A, ANN-B1 та ANN-B2.

*Гіпотеза 1.* Згідно з методом Bagging, запропоновані моделі нейронних мереж навчаються на окремих відповідних підвибірках навчальних даних. Припускаємо, що для всіх нових вхідних даних АНМ в межах предметної області (які не включалися в навчальні приклади і для яких потрібно обчислити наближене значення коефіцієнта Шезі), існує їх найкраща наближена відповідність одній з підвибірок навчальних даних. Тоді єдиний результат АНМ обчислюється згідно з (1) за допомогою відповідної НМ, яка навчалася на таких даних.

*Гіпотеза 2.* Розглядається зворотна задача для обчислення швидкостей водного потоку $\tilde{V}$ та $V$ (м/с) з урахуванням прогнозів значень коефіцієнта Шезі $C_A$, $C_{B1}$, $C_{B2}$ та вхідних даних гідрологічних спостережень. Припускаємо, що для найкращої (вихідної) оцінки коефіцієнта Шезі $\tilde{C}$, яка обирається серед наближених прогнозів $C_A$, $C_{B1}$, $C_{B2}$, виконується умова: наближене значення швидкості водного потоку $\tilde{V}$, яке обчислене за допомогою цієї оцінки $\tilde{C}$, найменше відхиляється від її еталонного значення $V$:

$$\left|\tilde{V}_\gamma - V\right| \to \min, \qquad (8)$$

де $\tilde{V}_\gamma = \tilde{V}\left(C_\gamma\right)$, позначки $\gamma = A, B1, B2$; еталонне значення швидкості водного потоку $V$ відоме згідно з гідрологічними даними, що подаються на вхід ансамблю нейронних мереж; наближені значення швидкості водного потоку $\tilde{V}$ визначаються відповідно до даних гідрологічних спостережень на основі формули Шезі [4]:

$$\tilde{V} = \tilde{C} \cdot \sqrt{R \cdot S_f}, \qquad (9)$$

де $\tilde{C}$ – наближені значення коефіцієнта Шезі, які в нашому випадку обираються серед наближених прогнозів $C_A$, $C_{B1}$, $C_{B2}$; $R$ – гідравлічний радіус ( м ), $R \cong h$ при $B >> h$; $B$ – середня ширина потоку ( м ); $h$ – середня глибина потоку ( м ); $S_f$ – ухил поверхні води.

Таким чином, запропонована модифікація методу максимального голосування поєднує ансамблеве навчання з фізично обґрунтованими гідравлічними співвідношеннями. Це дозволяє розглядати її як агрегування прогнозів НМ, кероване фізичними закономірностями, на відміну від класичних статистичних схем голосування.

**Результати.** Перевірка гіпотез 1 та 2 щодо модифікації методу максимального голосування (7) для встановлення найкращої оцінки коефіцієнта Шезі (1) виконувалась на прикладі гідроморфологічних даних на ділянці р. Дніпро нижче за течією від м. Київ (табл. 1, 2).

*Перевірка гіпотези 1.* Нехай навчання ансамблю нейронних мереж ANN-A, ANN-B1 і ANN-B2 виконувалось в межах гідроморфологічних параметрів рівнинних річок Дніпро (нижче за течією від Києва), Десна (м. Чернігів), Прип'ять (м. Турів), що представлені в табл. 1. Нехай для вхідних векторів даних (табл. 2), що відповідають прикладам гідроморфологічних даних на ділянці р. Дніпро, ансамбль нейронних мереж дозволяє отримати такі наближені оцінки: $C_A = 34{,}116$, $\varphi_{B1} = 6{,}025$, $\varphi_{B2} = 3{,}533$.

Застосувавши алгоритм гіпотези 1 для агрегування прогнозів ансамблю нейронних мереж в один вихідний результат прогнозування коефіцієнта Шезі $\tilde{C}$, можна побачити, що отримані його значення можуть не відповідати очікуваним. Наприклад, в табл. 2 показано очікувані значення коефіцієнта Шезі $\tilde{C}_e$, які, на думку експерта в рамках заданої предметної області, найкраще відповідають референтним значенням коефіцієнта Шезі $C_{oi}$ з урахуванням умов формування навчальних вибірок (2) – (4) та (5), (6), де $C_\alpha = 37{,}24$, $C_\beta = 31{,}98$. Для вектора вхідних даних під № 2 виникла невідповідність між очікуваним і отриманим значеннями $\tilde{C}$. У цьому випадку вважаємо, що маємо хибний результат, оскільки отримане значення $\tilde{C}$ суттєво відхиляється від референтного коефіцієнта Шезі $C_o = 31{,}4$ в порівнянні з очікуваним його значенням.

Таблиця 2 – Гідроморфологічні дані (р. Дніпро) для перевірки гіпотези 1

| № | $Q$ | $B$ | $h$ | $S_f \cdot 10^3$ | $n$ | Очікуване $\tilde{C}_e$ | | Отримане $\tilde{C}$ | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | | | | | вираз | значення | вираз | значення |
| 1. | 657,4 | 575 | 3,4 | 0,046 | 0,045 | $C_{B2}$ | 30,583 | $C_{B2}$ | 30,583 |
| 2. | 1123 | 586 | 4,1 | 0,054 | 0,04 | $C_{B2}$ | 30,583 | $C_{B2}$ | 34,116 |
| 3. | 1763 | 595 | 4,8 | 0,063 | 0,036 | $C_A$ | 34,116 | $C_A$ | 34,116 |
| 4. | 2601 | 604 | 5,5 | 0,071 | 0,033 | $C_{B1}$ | 40,141 | $C_{B1}$ | 40,141 |
| 5. | 3665 | 611 | 6,2 | 0,079 | 0,031 | $C_{B1}$ | 40,141 | $C_{B1}$ | 40,141 |

Такі результати можна пояснити наступним чином. В умовах неповноти і різноманітності даних про характеристики річок (кількісні та якісні), що визначають особливості поведінки гідравлічного опору, існують випадки, коли деякому вектору гідрологічних та гідроморфологічних параметрів не вдається вірно поставити у відповідність образ, клас (кластер), який описує діапазон поведінки значень коефіцієнта Шезі. У рамках гіпотези 1 такі обставини можуть призвести до хибного встановлення вихідної оцінки коефіцієнта Шезі згідно з обчислювальною моделлю (1). Тому гіпотезу 1 спростовано.

*Перевірка гіпотези 2.* Нехай навчання АНМ виконувалося згідно з даними та умовами предметної області, що були використані для перевірки гіпотези 1. Тоді для вхідних векторів даних з табл. 2, що включають параметри $Q$, $B$, $h$, $S_f$, $n$, ансамбль НМ ANN-A, ANN-B1 і ANN-B2 дозволяє отримати такі три наближені оцінки коефіцієнта Шезі: $C_A = 34{,}116$, $C_{B1} = 40{,}141$, $C_{B2} = 30{,}583$. Для агрегування прогнозів $C_A$, $C_{B1}$, $C_{B2}$ в один вихідний результат прогнозування коефіцієнта Шезі $\tilde{C}$ розглядається зворотна задача (1), (8), (9). Результати обчислень згідно з алгоритмом гіпотези 2 представлено в табл. 3, де $\Delta V_\gamma = \left|\tilde{V}\left(C_\gamma\right) - V\right|$, позначка $\gamma = A, B1, B2$. Оцінки $\Delta V_A$, $\Delta V_{B1}$, $\Delta V_{B2}$ обчислюються згідно з (8), (9) з урахуванням даних польових спостережень за витратою води $Q$. Для деякого вхідного вектора одна з наближених оцінок $C_A$, $C_{B1}$, $C_{B2}$ обирається в якості вихідного значення АНМ $\tilde{C}$, якщо для неї виконується умова (8).

Таблиця 3 – Зворотна задача для перевірки гіпотези 2

| № | $\tilde{V}(C_A)$ | $\tilde{V}(C_{B1})$ | $\tilde{V}(C_{B2})$ | $V$ | $\Delta V_A$ | $\Delta V_{B1}$ | $\Delta V_{B2}$ | $\tilde{C}$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1. | 0,4266 | 0,5020 | 0,3824 | 0,3362 | 0,0903 | 0,1657 | 0,0462 | 30,583 |
| 2. | 0,5076 | 0,5972 | 0,4550 | 0,4674 | 0,0402 | 0,1298 | 0,0123 | 30,583 |
| 3. | 0,5932 | 0,6980 | 0,5318 | 0,6172 | 0,0240 | 0,0807 | 0,0854 | 34,116 |
| 4. | 0,6741 | 0,7932 | 0,60435 | 0,7829 | 0,1087 | 0,0102 | 0,1785 | 40,141 |
| 5. | 0,7550 | 0,8883 | 0,6768 | 0,9674 | 0,2124 | 0,0790 | 0,2906 | 40,141 |

За результатами обчислень встановлено, що отримані вихідні значення прогнозування коефіцієнта Шезі $\tilde{C}$ в табл. 3 відповідають очікуваним значенням коефіцієнта Шезі $\tilde{C}_e$, які показані в табл. 2, і, на думку експерта в рамках заданої предметної області, з урахуванням умов (2) – (4) та (5), (6) найкраще відповідають референтним значенням коефіцієнта Шезі $C_o$ з табл. 1. Тому гіпотезу 2 вважаємо підтвердженою.

За підсумками такого дослідження, умови зворотної задачі (8), (9) для модифікації методу максимального голосування (7) з метою встановлення найкращої оцінки коефіцієнта шорсткості Шезі (1) серед множини прогнозів моделей нейронних мереж покладені в основу обчислювального алгоритму для прогнозування коефіцієнта гідравлічного опору за допомогою ансамблю нейронних мереж [14].

*Апробацію запропонованого однорідного ансамблю нейронних мереж* для обчислення коефіцієнта шорсткості Шезі виконано на основі гідрологічних польових даних окремих ділянок рівнинних річок Дніпро, Десна, Прип'ять, які представлені в табл. 1. Розглядалась задача порівняння спостережуваних $Q$ та обчислених (прогнозованих) значень витрати води $Q_p$ (табл. 4) [4]:

$$Q_p = C_p \cdot A\sqrt{R \cdot S_f}\,, \tag{10}$$

де $C_p$ – обчислене (прогнозне, передбачене) значення коефіцієнта Шезі, отримане за допомогою ансамблю штучних нейронних мереж; $A$ – площа поперечного перерізу потоку ( $м^2$ ); $R$ – гідравлічний радіус ( м ), $R \cong h$ при $B >> h$ ; $B$ – середня ширина потоку ( м ); $h$ – середня глибина потоку ( м ); $S_f$ – ухил поверхні води.

Таблиця 4 – Результати тестування АНМ для обчислення коефіцієнта Шезі
на основі даних про характеристики рівнинних річок

| Річка, ділянка русла | Коефіцієнт шорсткості Шезі, $м^{1/2}/с$ | | Витрата води, $м^3/с$ | | Абсолютна похибка, $м^3/с$ | Відносна похибка, % |
|---|---|---|---|---|---|---|
| | Референтне значення $C_o$ | Обчислене АНМ значення $C_p$ | Спостережена $Q$ | Прогнозована $Q_p$ | | |
| Прип'ять, Турів | 33,93 | 34,1166 | 136,3 | 137,01 | 0,7 | 0,52 |
| Прип'ять, Турів | 34,31 | 34,1166 | 189,7 | 188,60 | 1,09 | 0,57 |
| Десна, Чернігів | 33,19 | 34,1166 | 321,2 | 330,16 | 8,96 | 2,79 |
| Дніпро, нижче за течією від Києва | 35,49 | 34,1166 | 1763,0 | 1694,39 | 68,6 | 3,89 |
| Дніпро, нижче за течією від Києва | 39,62 | 40,1466 | 2601,0 | 2635,15 | 34,15 | 1,31 |

Для оцінки прогностичної здатності ансамблю НМ використовувався *коефіцієнт ефективності моделі Неша-Саткліффа (NSE)*, який часто застосовується в гідрологічному моделюванні для оцінки того, наскільки добре модельовані дані збігаються з результатами спостережень ( $NSE > 0,8$ або наближається до 1 – зазвичай вважається ознакою високої якості моделювання) [9]:

$$NSE = 1 - \frac{\sum_{i=1}^{k}\left|Q_i - Q_{pi}\right|}{\sum_{i=1}^{k}\left|Q_i - \bar{Q}\right|}, \tag{11}$$

де $Q_i$ – спостережувані значення витрати води на $i$ – й ділянці русла річки; $Q_{pi}$ – прогнозовані значення витрати води; $\bar{Q}$ – середнє значення спостережень витрати води; $k$ – кількість отриманих результатів.

Результати показують та підтверджують ефективність і високу прогностичну здатність підходу на основі ансамблю нейронних мереж для оцінки гідравлічного опору у відкритих руслах річок в умовах обмежених або неповних вхідних даних, зокрема, у порівнянні з індивідуальними нейронними мережами. У роботі [2] за підсумками застосування індивідуальної НМ для прогнозування коефіцієнта шорсткості Шезі на основі польових даних для ділянок рівнинних річок, які представлені в табл. 1, показано, що відносні похибки прогнозів знаходяться в межах 0,9 % $\div$ 13,9 %, коефіцієнт ефективності моделі Неша-Саткліффа $NSE = 0,906$. Згідно з результатами тестування (також в рамках даних табл. 1) ансамблю НМ для обчислення коефіцієнта Шезі із застосуванням модифікованого методу голосування для агрегування його прогнозів встановлено (табл. 4), що відносні похибки прогнозів знаходяться в межах 0,5 % $\div$ 3,9 %, коефіцієнт Неша-Саткліффа $NSE = 0,975$.

**Обмеження підходу.** Запропонований підхід базується на припущенні квазісталості гідравлічних характеристик русла в межах аналізованих ділянок та відсутності різких морфодинамічних змін під час періоду спостережень. Ансамбль нейронних мереж навчався на обмеженій кількості польових даних, характерних для рівнинних річок з відносно простою геометрією русла та малими значеннями числа Фруда. Тому застосування запропонованої методики для гірських річок, русел зі значною турбулентною структурою потоку або ділянок із активною русловою деформацією потребує додаткової валідації та, ймовірно, розширення навчальної вибірки.

**Перспективи подальших досліджень.** На нашу думку, доцільним є продовження досліджень, що пов'язані з покращенням узагальнювальної здатності ансамблю нейронних мереж для задачі прогнозування емпіричного коефіцієнта шорсткості Шезі у відкритих руслах річок. У зв'язку з цим плануються: дослідження впливу кількості нейронних мереж в ансамблі та архітектури окремих мереж на загальну ефективність моделювання, дослідження можливості побудови неоднорідного АНМ на основі різних емпіричних моделей для коефіцієнта Шезі, дослідження ефективності застосування регуляризації нейронних мереж шляхом додавання випадкового шуму до вхідних даних або до ваг під час навчання для покращення узагальнюючої здатності АНМ.

**Висновки.** У роботі досліджено особливості побудови однорідного ансамблю нейронних мереж для прогнозування коефіцієнта гідравлічного опору у відкритих руслах річок, а також запропоновано підхід до агрегування прогнозів ансамблю, що ґрунтується на модифікації методу голосування з використанням фізично обґрунтованих гідравлічних співвідношень. За результатами дослідження отримано такі основні висновки:

1. Розглянуто задачу моделювання однорідного ансамблю нейронних мереж для обчислення емпіричного коефіцієнта шорсткості Шезі на основі польових даних про гідроморфологічні та гідрологічні параметри окремих ділянок рівнинних річок Дніпро (нижче за течією від м. Київ), Десна (м. Чернігів), Прип'ять (м. Турів).

2. Запропоновано модифікацію методу максимального голосування, яка ґрунтується на розв'язанні зворотної гідравлічної задачі, що забезпечує фізично кероване агрегування прогнозів ансамблю нейронних мереж. Застосування цього підходу дозволило зменшити діапазон відносних похибок прогнозування з $0,9 \div 13,9$ % (для індивідуальної нейронної мережі) до $0,5 \div 3,9$ % для ансамблю нейронних мереж.

3. Створено алгоритми і відповідне програмне забезпечення для побудови моделей нейронних мереж однорідного ансамблю, ансамблевого навчання на основі методу Bagging (Bootstrap Aggregating), агрегування прогнозів нейронних мереж на основі модифікованого методу максимального голосування за допомогою Python.

4. Проведено апробацію запропонованого ансамблю нейронних мереж у задачі порівняння спостережуваних і прогнозованих значень витрати води. Отримані результати підтверджують високу ефективність підходу: для польових даних рівнинних річок Дніпро, Десна та Прип'ять відносні похибки прогнозування витрати води, визначені на основі обчислених значень коефіцієнта Шезі, становлять 0,5 % $\div$ 3,9 %, а коефіцієнт ефективності моделі Неша–Саткліффа (NSE) дорівнює $0,975$.

**Список літератури**


1. *Khodnevych Y. V.*, *Stefanyshyn D. V.* Data arrangements to train an artificial neural network within solving the tasks for calculating the Chezy roughness coefficient under uncertainty of parameters determining the hydraulic resistance to flow in river channels // Екологічна безпека та природокористування. – 2022. – №42 (2). – С. 59 – 85. DOI: 10.32347/2411-4049.2022.2.59-85.
2. *Khodnevych Y.*, *Stefanyshyn D.*, *Korbutiak V.* The Chezy Roughness Coefficient Computing Using an Artificial Neural Network to Support the Mathematical Modelling of River Flows // Information and Communication Technologies and Sustainable Development. ICT&SD 2022. Lecture Notes in Networks and Systems. – 2023. – Vol. 809. – P. 444 – 458. DOI: 10.1007/978-3-031-46880-3_26.
3. *Khodnevych Y.*, *Stefanyshyn D.* Do we need a more sophisticated multilayer artificial neural network to compute roughness coefficient? // Екологічна безпека та природокористування. – 2023. – № 48 (4). – С. 170 – 182. DOI: 10.32347/2411-4049.2023.4.170-182.
4. *Sturm T. W.* Open Channel Hydraulics. – McGraw-Hill, N.Y., 2001. – 493 p.
5. *Papaioannou G.*, *Markogianni V.*, *Loukas A.*, *Dimitriou E.* Remote Sensing Methodology for Roughness Estimation in Ungauged Streams for Different Hydraulic/Hydrodynamic Modeling Approaches // Water. – 2022. – Vol. 14 (7). – 1076. DOI: 10.3390/w14071076.
6. *De Wrachien D.*, *Mambretti S.*, *Sole A.* Mathematical models in flood management: overview and challenges // Flood Recovery, Innovation and Response. – 2010. – Vol. 133. – P. 61 – 72. DOI: 10.2495/FRIAR100061.
7. *Wang Yu.*, *Liang Q.*, *Kesserwani G.*, *Hall J. W.* A 2D shallow flow model for practical dam-break simulations // Journal of Hydraulic Research. – 2011. – Vol. 49 (3). – P. 307 – 316. DOI: 10.1080/00221686.2011.566248.
8. *Zounemat-Kermani M.*, *Batelaan O.*, *Fadaee M.*, *Hinkelmann R.* Ensemble machine learning paradigms in hydrology: A review // Journal of Hydrology. – 2021. – Vol. 598. – 126266. DOI: 10.1016/j.jhydrol.2021.126266.
9. *Gichamo T.*, *Nourani V.*, *Gökçekuş H.*, *Gelete G.* Ensemble of artificial intelligence and physically based models for rainfall–runoff modeling in the upper Blue Nile Basin // Hydrology Research. – 2024. – Vol. 55 (10). – P. 976 – 1000. DOI: 10.2166/nh.2024.189.
10. *Aggarwal C. C.* Neural Networks and Deep Learning: A Textbook (2nd Edition). – Springer, 2023. – 553 p.

**11.** *Gad A. F.*, *Jarmouni F. E.* Introduction to Deep Learning and Neural Networks with Python // A Practical Guide. Elsevier. – 2021. – 285 p.
**12.** *Hansen L. K.*, *Salamon P.* Neural network ensembles // IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence. – 1990. – Vol. 12 (10). – P. 993 – 1001. DOI: 10.1109/34.58871.
**13.** *Mohammed A.*, *Kora R.* A comprehensive review on ensemble deep learning: Opportunities and challenges // Journal of King Saud University – Computer and Information Sciences. – 2023. – Vol. 35. – P. 757 – 774. DOI: 10.1016/j.jksuci.2023.01.014.
**14.** *Khodnevych Ya.* Software Implementation of a Computational Algorithm for Training an Ensemble of Neural Networks to Predict the Chezy Roughness Coefficient. – 2025. – Режим доступу: https://github.com/yakhodnevych/ANNE_approximation_C.git. – Дата звертання: 6.09.2025.

**References (transliterated)**

**1.** Khodnevych Y. V., Stefanyshyn D. V. Data arrangements to train an artificial neural network within solving the tasks for calculating the Chezy roughness coefficient under uncertainty of parameters determining the hydraulic resistance to flow in river channels. *Ekologichna bezpeka ta pryrodokorystuvannia* [Environmental safety and natural resources]. 2022, Vol. 42 (2), pp. 59–85. DOI: 10.32347/2411-4049.2022. 2.59-85.
**2.** Khodnevych Y., Stefanyshyn D., Korbutiak V. The Chezy Roughness Coefficient Computing Using an Artificial Neural Network to Support the Mathematical Modelling of River Flows. *Information and Communication Technologies and Sustainable Development. ICT&SD 2022. Lecture Notes in Networks and Systems*. 2023, Vol. 809, pp. 444–458. DOI: 10.1007/978-3-031-46880-3_26.
**3.** Khodnevych Y., Stefanyshyn D. Do we need a more sophisticated multilayer artificial neural network to compute roughness coefficient? *Ekologichna bezpeka ta pryrodokorystuvannia* [Environmental safety and natural resources]. 2023, Vol. 48 (4), pp. 170–182. DOI: 10.32347/2411-4049.2023.4.170-182.
**4.** Sturm T. W. *Open Channel Hydraulics*. McGraw-Hill, N.Y., 2001, 493 p.
**5.** Papaioannou G., Markogianni V., Loukas A., Dimitriou E. Remote Sensing Methodology for Roughness Estimation in Ungauged Streams for Different Hydraulic/Hydrodynamic Modeling Approaches. *Water*. 2022, Vol. 14 (7), 1076. DOI: 10.3390/w14071076.
**6.** De Wrachien D., Mambretti S., Sole A. Mathematical models in flood management: overview and challenges. *Flood Recovery, Innovation and Response*. 2010, Vol. 133, pp. 61–72. DOI: 10.2495/FRIAR100061.
**7.** Wang Yu., Liang Q., Kesserwani G., Hall J. W. A 2D shallow flow model for practical dam-break simulations. *Journal of Hydraulic Research*. 2011, Vol. 49 (3), pp. 307–316. DOI: 10.1080/00221686.2011.566248.
**8.** Zounemat-Kermani M., Batelaan O., Fadaee M., Hinkelmann R. Ensemble machine learning paradigms in hydrology: A review. *Journal of Hydrology*. 2021, Vol. 598, 126266. DOI: 10.1016/j.jhydrol.2021.126266.
**9.** Gichamo T., Nourani V., Gökçekuş H., Gelete G. Ensemble of artificial intelligence and physically based models for rainfall–runoff modeling in the upper Blue Nile Basin. *Hydrology Research*. 2024, Vol. 55 (10), pp. 976–1000. DOI: 10.2166/nh.2024.189.
**10.** Charu C. Aggarwal. *Neural Networks and Deep Learning: A Textbook (2nd Edition)*. Springer. 2023, 553 p.
**11.** Gad A. F., Jarmouni F. E. *Introduction to Deep Learning and Neural Networks with Python*. A Practical Guide. Elsevier. 2021, 285 p.
**12.** Hansen L. K., Salamon P. Neural network ensembles. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*. 1990, Vol. 12 (10), pp. 993–1001. DOI:10.1109/34.58871.
**13.** Mohammed A., Kora R. A comprehensive review on ensemble deep learning: Opportunities and challenges. *Journal of King Saud University – Computer and Information Sciences*. 2023, Vol. 35, pp. 757–774. DOI: 10.1016/j.jksuci.2023.01.014.
**14.** Khodnevych Ya. *Software Implementation of a Computational Algorithm for Training an Ensemble of Neural Networks to Predict the Chezy Roughness Coefficient*. 2025. Available at: https://github.com/yakhodnevych/ANNE_approximation_C.git (accessed 6 September 2025).


*Надійшла (received) 27.11.2025; Доопрацьована (finalized) 05.01.2026; До публікації (for publication) 15.02.2026*


Відомості про авторів / Information about authors

***Ходневич Ярослав Васильович*** – кандидат технічних наук, старший науковий співробітник Інституту телекомунікацій і глобального інформаційного простору НАН України, м. Київ; тел.: (097) 080-89-49; ORCID: https://orcid.org/0000-0002-5510-1154; e-mail: ya.v.khodnevych@gmail.com.

***Khodnevych Yaroslav Vasylovych*** – Candidate of Technical Sciences, Senior Researcher, Institute of Telecommunications and Global Information Space of the National Academy of Sciences of Ukraine, Kyiv; tel.: (097) 080-89-49; ORCID: https://orcid.org/0000-0002-5510-1154; e-mail: ya.v.khodnevych@gmail.com.

***Трофимчук Олександр Миколайович*** **–** доктор технічних наук, професор, член-кореспондент НАН України, директор Інституту телекомунікацій і глобального інформаційного простору НАН України, м. Київ; тел.: (050) 330-24-88; ORCID: https://orcid.org/0000-0003-3358-6274; e-mail: Trofymchuk@nas.gov.ua.

***Trofymchuk Oleksandr Mykolayovych*** – Corresponding member of the NAS of Ukraine, Doctor of Technical Sciences, Professor, Institute of Telecommunications and Global Information Space of the National Academy of Sciences of Ukraine, Kyiv; tel.: (050) 330-24-88; ORCID: https://orcid.org/0000-0003-3358-6274; e-mail: Trofymchuk@nas.gov.ua.

***Корбутяк Василь Михайлович*** – кандидат технічних наук, доцент кафедри землеустрою, кадастру, моніторингу земель та геоінформатики Національного університету водного господарства та природокористування, м. Рівне; тел.: (097) 650-97-42; ORCID: https://orcid.org/0000-0002-8273-2306; e-mail: v.m.korbutiak@nuwm.edu.ua.

***Korbutiak Vasyl Mykhailovych*** – Candidate of Technical Sciences, Associate Professor of the Department of Land Management, Cadastre, Land Monitoring and Geoinformatics, National University of Water and Environmental Engineering, Rivne; tel.: (097) 650-97-42; ORCID: https://orcid.org/0000-0002-8273-2306; e-mail: v.m.korbutiak@nuwm.edu.ua.