

**О. Г. РУДНИЦЬКИЙ, М. О. РУДНИЦЬКА, Л. В. ТКАЧЕНКО**

### ОПТИМІЗАЦІЯ АЛГОРИТМУ ПОКРАЩЕННЯ ЯКОСТІ ОПТОАКУСТИЧНОЇ ВІЗУАЛІЗАЦІЇ

Оптоакустична томографія – це неінвазивний метод візуалізації, заснований на гібридній технології, що поєднує переваги оптичного та ультразвукового підходів. Вона забезпечує високий оптичний контраст, субміліметровий рівень детектування, неінвазивність, екологічність та глибоке ультразвукове проникнення у досліджуваній об'єкт. Однак висока гетерогенність тканинного фону, що характеризується сильними просторовими варіаціями розсіювання та поглинання звукових та електромагнітних хвиль, суттєво ускладнюють отримання якісних оптико-акустичних зображень. Крім того, якісна реконструкція хромофорів тканин та інших біомаркерів додатково ускладнюється різними наближеними формулами інверсії. Нещодавно нами було запропоновано метод поліпшення якості оптико-акустичних (ОА) зображень, що базується на теоремі Банаха про нерухому точку. У даній роботі ми розвиваємо запропонований метод, використовуючи підхід, подібний до методу Калмана. Для перевірки ефективності розробленого алгоритму було проведено низку числових експериментів оптико-акустичної реконструкції двовимірних числових фантомів різної геометрії – кругові диски різного діаметру, розташовані на різній глибині, та двовимірний модель судинного дерева. Відновлені та покращені за новою схемою оптико-акустичні зображення порівнювалися з реконструкціями, отриманими на основі попередніх ітеративних схем. Збіжність методів та якість покращених вихідних зображень, які аналізувалися в термінах пікового відношення сигнал/шум (PSNR) та індексу структурної подібності (SSIM), показали більшу ефективність нового методу.

**Ключові слова:** обробка зображень, оптико-акустична томографія, числове моделювання, теорема Банаха, набір інструментів  $k$  – Wave, фільтр Калмана.

**A. G. RUDNITSKII, M. A. RUDNYTSKA, L. V. TKACHENKO**

### OPTIMIZATION OF THE ALGORITHM FOR IMPROVING THE QUALITY OF OPTOACOUSTIC VIZUALIZATION

Optoacoustic tomography is a non-invasive imaging method based on a hybrid technology that combines the advantages of optical and ultrasonic approaches. It provides high optical contrast, submillimeter detection level, non-invasiveness, environmental friendliness and deep ultrasonic penetration into the studied object. However, the high heterogeneity of the tissue background, characterized by strong spatial variations in scattering and absorption, significantly complicates the acquisition of high-quality optoacoustic images. In addition, high-quality reconstruction of tissue chromophores and other biomarkers is further complicated by various approximate inversion formulas. Recently, we proposed a method for improving the quality of optoacoustic (OA) images, which is based on the Banach fixed point theorem. In this work, we develop the proposed method using an approach similar to the Kalman method. To verify the effectiveness of the developed algorithm, a series of numerical experiments on optoacoustic reconstruction of two-dimensional numerical phantoms of different geometries were conducted - circular disks of different diameters located at different depths, and a two-dimensional model of the vascular tree. The restored and improved optoacoustic images using the new scheme were compared with the reconstructions obtained using previous iterative schemes. The convergence of the methods and the quality of the improved output images, which were analyzed in terms of peak signal-to-noise ratio (PSNR) and structural similarity index (SSIM), showed the greater effectiveness of the new method.

**Key words:** image processing, optoacoustics tomography, numerical modeling, Banach theorem,  $k$  – Wave toolkit, Kalman filter.

**Вступ та аналіз останніх досліджень.** *Оптоакустика (ОА)* – це техніка *візуалізації*, заснована на оптико-акустичному ефекті. Цей ефект виникає при поглинанні *імпульсного* або *модульованого світла* абсорбером в досліджуваному зразку. Швидке нагрівання абсорбера викликає його *термопружне розширення* з подальшою генерацією *акустичних хвиль*. З точки зору взаємодії *електромагнітного випромінювання* з речовиною, результуючий акустичний відгук містить інформацію про перехідні процеси, які відбуваються в області, що опромінюється. Таким чином, оптично збуджені акустичні імпульси можуть бути використані як для визначення параметрів середовища, через яке пройшли ці імпульси (коефіцієнти теплового розширення, теплопровідність і так далі), так і для вивчення неоднорідностей в об'єкті, що опромінюється, та на його поверхні. Оскільки різні тканини мають різні оптичні характеристики, отримана структурна і функціональна інформація дозволяє аналізувати різні компоненти біологічних тканин, відображаючи тонкі аномалії таких важливих фізіологічних параметрів, як концентрація гемоглобіну [1], оксигенація [2], швидкість метаболізму кисню [3] і вміст глюкози в крові [4]. Ця технологія пропонує кросмасштабну, багатофункціональну, неруйнівну біомедичну візуалізацію високої роздільної здатності. Поєднуючи переваги *ультразвукових* та *оптичних методів*, біомедична оптико-акустична візуалізація дозволяє отримувати зображення біологічних тканин з *високим контрастом* та *субміліметровою просторовою роздільною здатністю* на глибинах від кількох міліметрів до кількох сантиметрів [5]. При цьому якість зображення значною мірою визначається *алгоритмом оптико-акустичної реконструкції*. Спотворення та артефакти на реконструйованому зображенні можуть виникати як через специфіку *методу реконструкції*, так і через завади та шуми різної природи, неминучі у реальних дослідженнях. Усунення цих спотворень та артефактів є вкрай актуальною проблемою [6], оскільки ОА-зображення, як правило, містять інтенсивний нестационарний фон з невеликим співвідношенням сигнал/завада, артефакти можуть бути структурно подібними корисним сигналам, а реконструйоване цифрове зображення часто має нечіткі границі.

Мотивацією даної роботи є подальше підвищення ефективності методу покращення якості оптико-акустичних образів, заснованого на *теоремі Банаха про нерухому точку*, який було запропоновано в роботах [7, 8].

**Постановка задачі.** *Просторово-часову залежність* поля тиску звукової хвилі  $p(\mathbf{r}, t)$ , що згенерована відомими джерелами тепла  $H(\mathbf{r}, t)$  в акустично однорідному нескінченному середовищі, при ігноруванні ефек-

тами в'язкості та теплопровідності можна отримати з рівняння [9]:

$$\left(\nabla^2 - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2}\right) p(\mathbf{r}, t) = -\frac{\beta}{c_p} \frac{\partial}{\partial t} H(\mathbf{r}, t), \quad (1)$$

де  $\mathbf{r}$  – просторова координата точки;  $t$  – час;  $c$  – швидкість звуку;  $\beta$  – коефіцієнт ізобаричного розширення;  $c_p$  – питома теплоємність при постійному тиску.

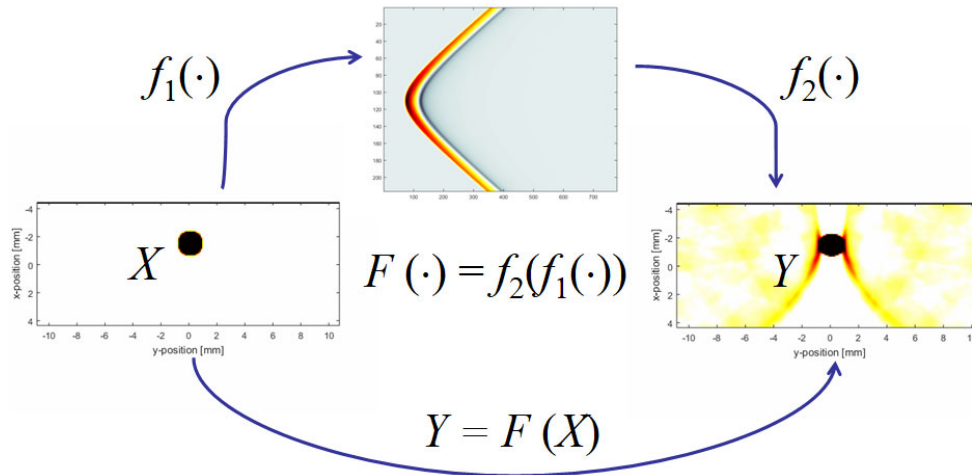


Рис. 1 – Схема оптоакустичної реконструкції.

Відновлення абсорбуючих світло структур всередині освітленого тіла за відомим розподілом акустичного тиску на його поверхні представляє *обернену задачу оптоакустики*.

Існує низка методів відновлення розподілу джерел у середовищі [10 – 13]. Звичайно, переваги та обмеження кожного з них визначаються заданою *математичною моделлю*. Оскільки в реальній ситуації модельні припущення виконуються лише частково, реконструйовані зображення неминуче містять спотворення. Специфіка цих спотворень визначається методом реконструкції, розташуванням акустичних сенсорів та геометрією об'єкта, що реконструюється. Для подолання сильної залежності якості відновленого зображення від цих факторів ми запропонували *метод поліпшення якості реконструйованих ОА-зображень* [7]. Він заснований на теоремі Банаха про нерухому точку [14]. Теорема пропонує конструктивний метод знаходження нерухомої точки та гарантує її існування та єдиність для деяких відображень метричних просторів.

Запропонований підхід ґрунтується на наступних міркуваннях (рис. 1). Нехай  $X$  – невідоме зображення,  $Y$  – реконструйоване зображення, яке потребує коректування, а  $F(\cdot)$  – відображення (оператор), що перетворює вхідне зображення в реконструйоване:

$$Y = F(X), \quad X, Y \in \mathbb{R}^d.$$

Задача полягає у тому, щоб для заданого  $F(X^*)$  визначити найкращу оцінку  $X^*$ . Тобто повинна виконуватись умова  $X^* = F(X^*)$ . При цьому оператор  $F$  є результат послідовного застосування функцій  $f_1(\cdot)$  і  $f_2(\cdot)$ :  $F(\cdot) = f_2(f_1(\cdot))$ , де  $f_1(\cdot)$  – оператор, що розв'язує пряму задачу оптоакустики (рівняння (1)), а  $f_2(\cdot)$  – оператор, що задає розв'язок оберненої задачі.

Якщо існує явний вигляд  $F(\cdot)$ , то розв'язок поставленої задачі є очевидним:  $X = F^{-1}(F(X))$ . Однак в описаній конкретній ситуації знайти обернену функцію досить проблематично – для прийнятої нами фізичної моделі оператор  $F(\cdot)$  обчислюється лише у прямому напрямку. Тим не менш, теорема Банаха про нерухому точку дозволяє отримати уточнений розв'язок оберненої задачі оптоакустики. Для цього слід сформулювати послідовність зображень  $\{X_q\}$  ( $q \geq 1$ ), таку, що  $X_q = F(X_{q-1})$ . Тут  $F(\cdot)$  перетворює початковий акустичний тиск, що виникає через поглинання оптичними неоднорідностями  $X = p_0(\mathbf{r})$ , на його нульове наближення  $P_0^{(0)}(\mathbf{r}) = Y = X_0$ .

Зауважимо, що внутрішня структура оператора  $F(\cdot)$  може бути прихована і навіть невідома. Тому алгоритми такого типу називаються напівсліпими. При цьому слід зазначити, що в описаній ітеративній схемі кожна ітерація може займати досить багато комп'ютерного часу, оскільки вимагає обчислення прямої та оберненої задачі оптоакустики.

Тому з практичної точки зору оптимізація алгоритму та пошук компромісу між обчислювальною складністю та ефективністю стають вкрай актуальною проблемою. Для її вирішення ми запропонували підхід, подібний до того, що використовується у *фільтрах Калмана*.

Існує низка ітеративних схем, заснованих на теоремі Банаха про фіксовану точку. У найпростішому випадку схема корекції описується алгоритмом:

$$X_{q+1} = X_q + H_q; \quad H_q = Y - F(X_q); \quad X_0 = Y, \quad (2)$$

який надалі, наслідуючи роботу [15], називатимемо *T-алгоритмом (метод Тао)*. Саме цей алгоритм використовувався нами у попередніх роботах [7, 8] для корекції ОА-зображень. Зауважимо, що цю ітеративну процедуру можна розглядати також і як *байєсівський процес*.

Дійсно, образ  $X_0 = Y$ , що реконструйовано із зареєстрованих на поверхні даних, можна розглядати як інформацію, отриману з експерименту, а апіорна інформація про процес міститься в прийнятій нами фізичній моделі розповсюдження звукових хвиль (пряма задача оптоакустики), їх реєстрації та алгоритмі розв'язання зворотної задачі оптоакустики. Тобто апіорна інформація сконцентрована в операторі  $F(\cdot)$ . При цьому, у нашому випадку, помилки експерименту та неточності моделі не залежать від номера ітерації.

У лінійному наближенні та гаусівській статистиці така задача у загальному випадку зводиться до *алгоритму Калмана*, що використовує динамічну модель системи (наприклад, фізичний закон руху), та послідовні експериментальні вимірювання для формування оптимальної оцінки стану.

Тобто, згідно з *Калманівською стратегією*, спочатку обчислюються значення прогнозованого стану системи на основі попередніх даних, а потім цей спрогнозований результат корегується за допомогою спостережених даних.

Отже, алгоритм складається з двох фаз: фази передбачення та фази коригування. На першому етапі розраховується прогноз стану в наступний момент часу (у нас це номер ітерації  $q$ ). На другому кроці – етапі корекції – після порівняння модельного та експериментального значень відбувається уточнення передбаченого стану.

У наших позначеннях ця схема виглядає так:

– передбачення стану системи:  $Y_q = F(X_q)$ ;

– оновлення оцінки з урахуванням вимірювання експериментальних даних  $Z_q$  (оскільки модель не є ідеальною):  $X_{q+1} = X_q + \alpha_q \cdot (Z_q - Y_q)$ ;

– обчислення оптимального коефіцієнта  $\alpha_q$ .

Стосовно нашої задачі вимірювання  $Z_q$  залишається незмінним із зростанням ітерацій – це нульове наближення зображення, реконструйоване із зареєстрованих на поверхні зразка даних:  $Z = X_0$ . Оптимальне значення коефіцієнта  $\alpha_q$  шукатимемо шляхом мінімізації середньоквадратичного відхилення різниці  $H_{q+1} = (Z - Y_{q+1})$ .

Тобто шукаємо  $\alpha_q$  таке, що доставляє мінімум цільовій функції  $\Psi_q = (Z - F(X_q) + \alpha_q(Z - F(X_q)))^2$ .

Лінеаризуючи функцію  $F$ , отримаємо:

$$F(X_q) + \alpha_q(Z - F(X_q)) \approx F(X_q) + \alpha_q \left. \frac{\partial F}{\partial X} \right|_{X_q} (Z - F(X_q)). \quad (3)$$

Явний вигляд функції  $F(X)$  нам невідомий, тому безпосередньо ми не зможемо обчислити похідну у виразі (3). Однак ми можемо врахувати ту обставину, що і пряма, і обернена задачі оптоакустики розв'язуються в лінійному наближенні. Невелика нелінійність вноситься лише умовою невід'ємності реконструйованого зображення. Виходячи з цього, кожен  $q$  – у ітерацію  $F(X_q)$  будемо представляти у вигляді локально-лінійної функції:

$$F(X_{qm}) \approx A_{qm} X_{qm} + B_{qm} = L_{qm} Z + M_{qm},$$

де індекс  $m$  відноситься до  $m$  – того вікна зображення. У цьому випадку коефіцієнти  $L_{qm}$  і  $M_{qm}$  можна знайти, розв'язуючи задачу оптимізації:

$$\arg \min_{L_m, M_m} C(L_m, M_m) = \sum_{r \in \Omega_m} (L_m Z + M_m - F(X_r)) + \lambda L_k^2, \quad (4)$$

де  $\lambda$  – регуляризаційний параметр, а  $r$  – піксель у  $m$  – тому вікні  $\Omega_m$ ,  $r \in \Omega_m$  (індекс  $q$ , що позначає номер ітерації, ми тут поки що не позначаємо). Власне кажучи, тут використовується алгоритм веденої фільтрації [16], заснований на віконному застосуванні виваженого усереднення значення веденого зображення. При цьому вагові множники обчислюються за допомогою іншого – ведучого зображення. У нашому випадку веденим зображенням є  $q$  – а ітерація  $F(X_q)$ , а ведуче зображення будується з вихідного  $Z$ .

Виходячи зі сказаного, для  $\Psi_q$  отримуємо:

$$\begin{aligned} \left( Z - F(X_q) + \alpha_q (Z - F(X_q)) \right)^2 + \varepsilon \alpha_q^2 &\approx \left( Z - F(X_q) - \alpha_q \left. \frac{\partial F}{\partial X} \right|_{X_q} (Z - F(X_q)) \right)^2 + \varepsilon \alpha_q^2 \approx \\ &\approx (H_q - \alpha_q L_q H_q)^2 + \varepsilon \alpha_q^2. \end{aligned}$$

Звідси оптимальне значення множника  $\alpha_q$  визначається виразом:

$$\alpha_q = \frac{L_q H_q^2}{L_q^2 H_q^2 + \varepsilon}, \quad (5)$$

відповідно до якого і коригується прогнозований стан  $Y_{q+1} = F(X_{q+1})$ . Зауважимо, що коефіцієнт  $\alpha_q$  можна обчислювати або для кожного вікна окремо, або для кожної ітерації отримувати усереднене значення  $\alpha_q$  для всього зображення. У цій роботі використовувалося усереднене по всіх вікнах значення. Надалі запропонований підхід називатимемо *KL – підходом (Kalman-like approach)*.

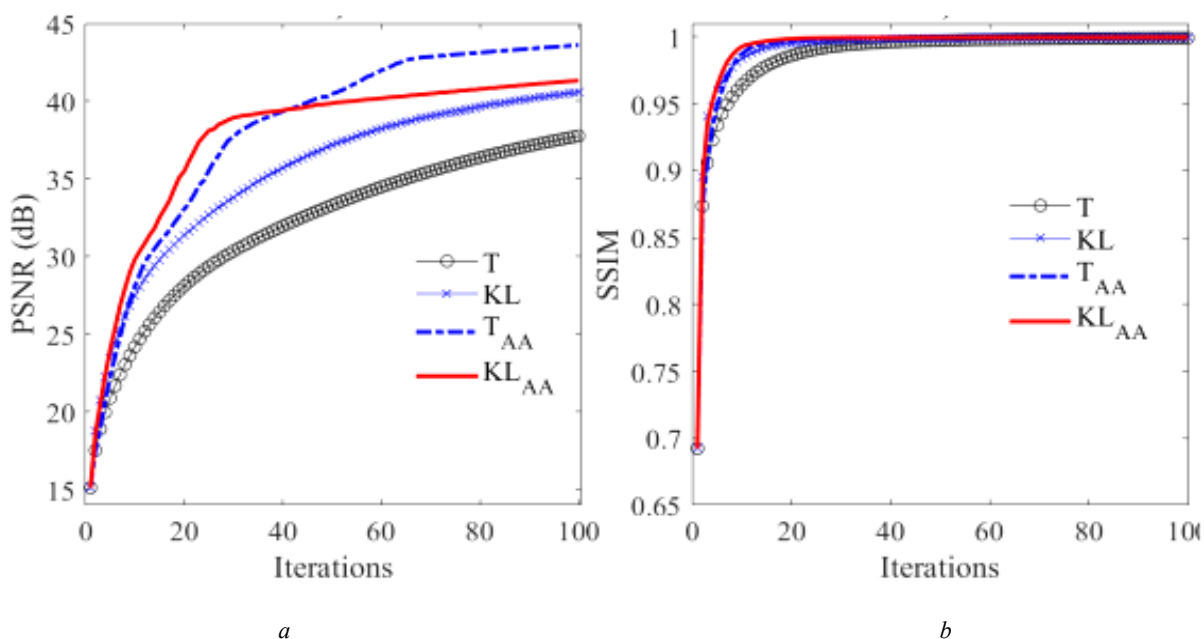


Рис. 2 – Порівняння пікового відношення сигнал/шум (PSNR) (a) та індексу структурної подібності (SSIM) для кругових дисків (b).

**Тестування алгоритму.** Для перевірки ефективності розробленого алгоритму була проведена низка числових експериментів на фантомах, що моделюють біологічну тканину з абсорберами різної геометрії. Вважалося, що однорідне біологічне середовище має густину  $\rho_0 = 1020 \text{ kg/m}^3$  та швидкість звуку  $c_0 = 1510 \text{ m/s}$ . Тестування проводилося для двовимірних моделей різної геометричної складності: три кругові диски різного діаметра на різній глибині та двовимірну модель судинного дерева (надається програмним пакетом *k-Wave* – набором інструментів для середовища *MATLAB* [17]) на однорідному фоні. При цьому вважалося, що реєструючи сенсори, знаходяться на верхній поверхні прямокутного зразка з розмірами  $4.6 \times 10.6 \text{ mm}$  (рис. 1). Для реконструкції використовувався алгоритм зворотних проєкцій із *перетворенням Фур'є*. Частота сигналів тиску становила 7 МГц.

Для моделювання акустичного поля, що виникає у зразку в результаті оптоакустичного ефекту, використовувався підхід, запропонований у [18]. Цей підхід використовує модифікований псевдоспектральний метод розв'язання хвильових рівнянь, що дозволяє суттєво економити обчислювальний час та пам'ять [17].

Оскільки при чисельному моделюванні вихідне зображення відоме, використовувалися такі метрики якості, як пікове відношення сигнал/шум (*PSNR*) та індекс структурної подібності (*SSIM*).

Перша метрика (*PSNR*) вимірює абсолютні помилки у кожному пікселі – вищі значення пікового відношення сигнал/шум свідчать про кращу якість реконструкції. Ця метрика якості досі широко використовується з метою оцінки якості реконструкції, наприклад, [19].

Індекс структурної подібності *SSIM* оцінює якість зображення з урахуванням структурної інформації. Зна-

чення  $SSIM$  знаходяться в діапазоні від  $-1$  до  $1$ , де  $1$  відповідає точній реконструкції,  $0$  – відсутності подібності та  $-1$  – ідеальній антикореляції. Цей індекс враховує такі параметри зображення, як яскравість, контрастність та структуру. Ці параметри оцінюються із застосуванням інтенсивності, стандартного відхилення та коваріації порівнюваних зображень у кожному пікселі відповідно. Після усереднення виходить єдина метрика якості всього зображення [20].

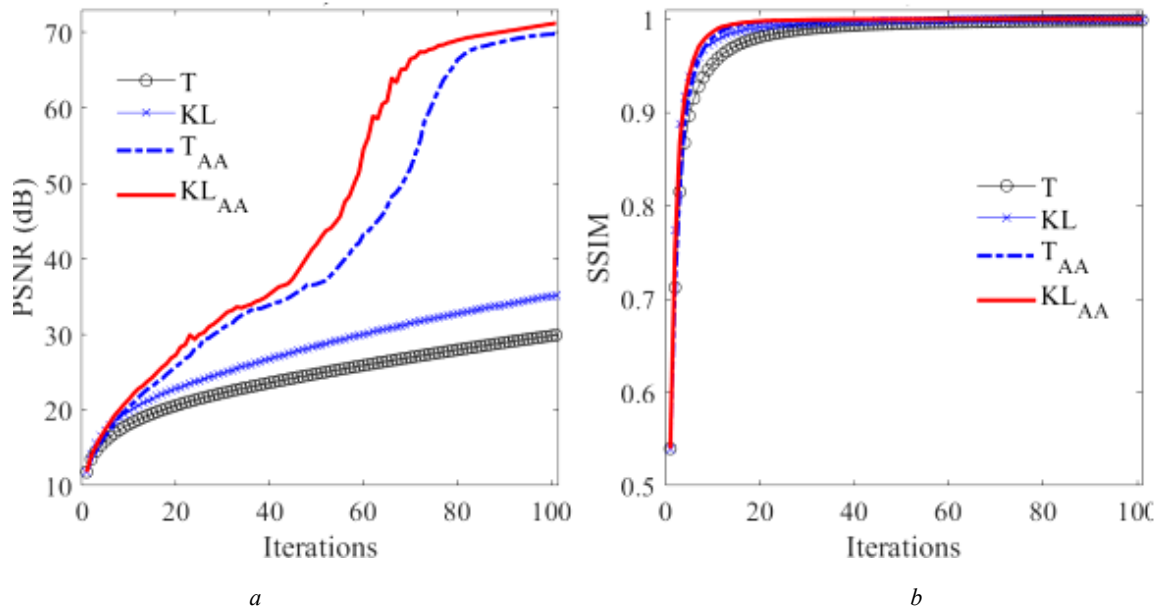


Рис. 3 – Порівняння пікового відношення сигнал/шум (PSNR) (a) та індексу структурної подібності (SSIM) для 2D моделі судинного дерева (b).

Для оцінки ефективності запропонованого методу корекції OA-зображення запропоновані метрики обчислювалися як *функції номера ітерації*. При цьому ефективність запропонованого в цій роботі підходу ( $KL$  – метод) порівнювалася з  $T$  – методом, описаним у роботах [7, 8]. Крім того, порівнювалися прискорені *методом Андерсена* версії цих підходів – криві  $T_{AA}$  та  $KL_{AA}$ .

Результати такого порівняння, отримані під час реконструкції кругових дисків та моделі двовимірному судинного дерева, представлені на рис. 2 та рис. 3 відповідно. Криві для  $T$  – методу та  $KL$  – методу представлені кривими з маркерами, а прискорені методом Андерсена версії цих підходів  $T_{AA}$  і  $KL_{AA}$ , позначені на рисунках суцільною та штриховою лініями відповідно.

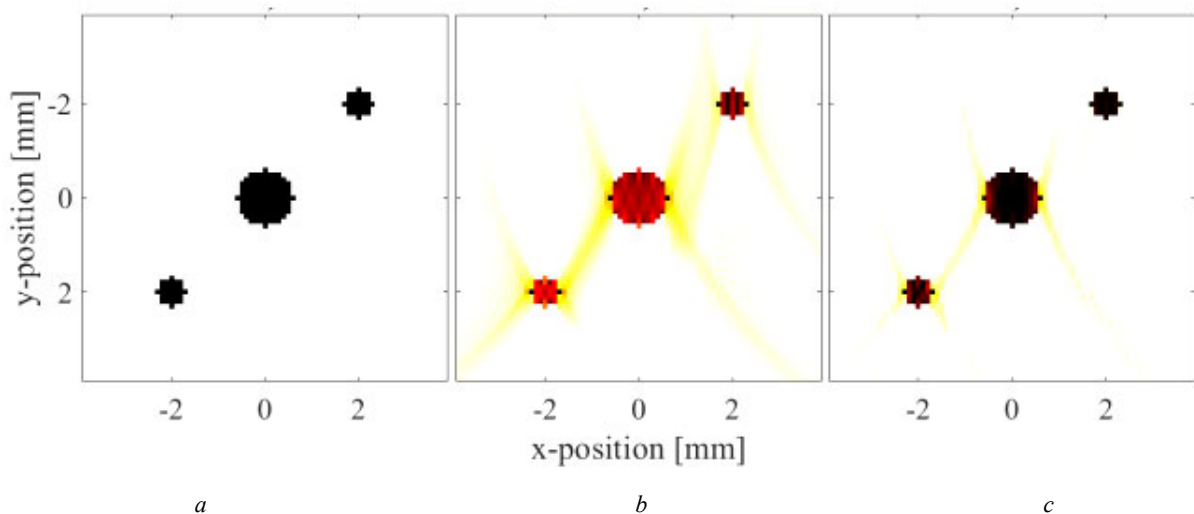


Рис. 4 – Числова модель кругових дисків: a – оригінал; b –  $k$  – Wave-реконструкція; c – 6-та ітерація  $KL_{AA}$  – методу.

З рис. 2, 3 видно, що всі запропоновані ітеративні схеми дають стійке поліпшення якості зображення зі зростанням номера ітерацій  $q$  як у термінах  $SSIM$ , так і в  $PSNR$ . При цьому запропоновані в даній роботі алгоритми  $KL$  і  $KL_{AA}$  забезпечують кращу ефективність як для кругових дисків, так і для  $2D$  моделі судинного дерева.

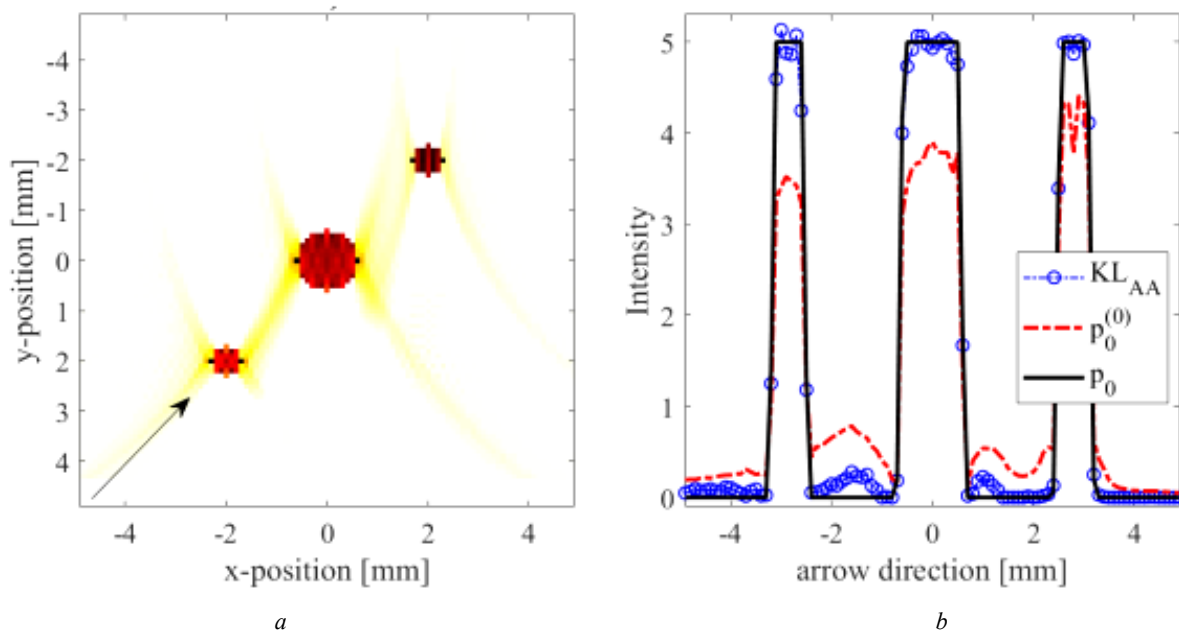


Рис. 5 –  $a$  –  $2D$  – реконструкція абсорбера алгоритмом пакету  $k$  – Wave;  $b$  – перерізи відновлених образів вздовж стрілки.

На рис. 5,  $a$ :  $p_0$  – оригінал,  $p_0^{(0)}$  –  $k$  – Wave-реконструкція,  $KL_{AA}$  – 6 – та ітерація нашого алгоритму з прискоренням Андерсена.

Також слід зазначити, що для зображень різної геометрії ефективність методу прискорення Андерсена різна. Пікове відношення  $PSNR$  для  $KL_{AA}$  – метода демонструє кращу ефективність для моделі судинного дерева аж до 100 – і ітерації. Для кругових дисків  $KL_{AA}$  – метод зберігає кращу ефективність приблизно до 40 – і ітерації, після чого значення  $PSNR$  та  $SSIM$  для  $T_{AA}$  – методу стають більшими.

Візуально якість реконструкції для обох числових фантомів можна оцінити, аналізуючи рис. 4 – 6.

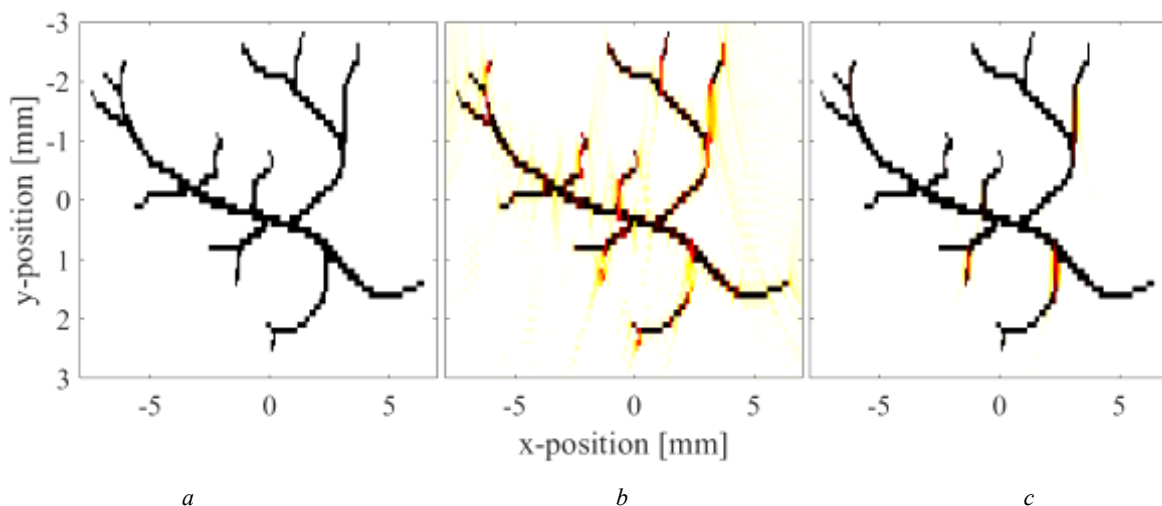


Рис. 6 – Двовимірна модель судинного дерева:  $a$  – оригінал;  $b$  –  $k$  – Wave-реконструкція;  $c$  – 6 – та ітерація  $KL_{AA}$  – методу.

На рис. 4 наведено вихідне (оригінальне) зображення – три кругові диски різного діаметра на різній глибині (рис. 4,  $a$ ), результат його реконструкції, виконаної з використанням алгоритму  $k$  – Wave (рис. 4,  $b$ ), та скоригована методом  $KL_{AA}$  реконструкція після 6 – і ітерації (рис. 4,  $c$ ). Невелика кількість ітерацій в останньому випадку обрана для наочності, оскільки з подальшим зростанням ітерацій відмінність між оригіналом і скоригованою версією стає візуально непомітною.

На рис. 4, *b* видно, що  $k$ -Wave-реконструкція містить добре помітні спотворення та артефакти у вигляді дуг та плям на фоні, який початково був чистий. При цьому якість зображення погіршується із глибиною джерела (з віддаленням абсорбера від сенсорів, що розташовані на верхній грані об'єкта).

Більш детально порівняти результати реконструкції з оригінальним зображенням дозволяє рис. 5.

Тут рис. 5, *a* представляє  $k$ -Wave-реконструкцію кругових дисків  $p_0^{(0)}(\mathbf{r}) = Z$  (інтенсивність сигналу відстежується кольором в електронній версії статті та градацією сірого в чорно-білій версії), а рис. 5, *b* дозволяє порівняти перерізи оригінального та реконструйованих зображень, отриманих різними методами.

Перерізи проведені вздовж стрілки на рис. 5, *a*, а вздовж осі ординат на рис. 5, *b* відкладено інтенсивність сигналу.

На рис. 5, *b* добре видно, що якість  $k$ -Wave-реконструкції зменшується з віддаленням абсорбера від поверхні зразка. Інтенсивність реконструкції найбільш заглибленого диска (лівий на рис. 5, *b*) мінімальна, а фонові шуми та спотворення максимальні. Застосування запропонованих коригувальних алгоритмів призводить до того, що кромки відновленого зображення стали більш різкими, його інтенсивність практично збіглася з лінійним профілем вихідного об'єкта  $p_0$ , (жирна чорна крива на рис. 5, *b*), а фонові помилки реконструкції, присутні в нульовому наближенні  $p_0^{(0)}(\mathbf{r})$  (червона штрихова лінія), стають суттєво меншими (крива з маркерами -o-).

Аналогічні результати були отримані для більш складного 2D фантома судинного дерева (рис. 6).

**Висновки.** У наданій роботі нещодавно запропонований у роботах [7, 8] алгоритм покращення якості ОА-зображень був удосконалений шляхом знаходження оптимального коефіцієнта корекції розробленої ітераційної схеми. Така модифікація алгоритму єднає його з ширшим класом ітераційних схем, подібних до байесовських (калманівських у лінійному наближенні) алгоритмів. Запропонований підхід, названий нами  $KL$  – підходом (Kalman-like approach), був протестований на двовимірних числових фантомах різної геометрії: кругових дисках різного діаметру на різній глибині та двовимірній моделі судинного дерева на однорідному фоні. В якості метрик, що характеризують ефективність поліпшення якості реконструйованих зображень, використовувалися пікове відношення сигнал/шум ( $PSNR$ ) та індекс структурної подібності ( $SSIM$ ).

Проведені числові експерименти продемонстрували, що запропонований у цій роботі метод забезпечує найкращий компроміс з точки зору обчислювальної складності та ефективності. Розвинений  $KL$  – метод має приблизно ту ж складність, що раніше запропонований нами  $T$  – метод. При цьому  $KL$  – підхід є більш ефективним як у термінах  $PSNR$  і  $SSIM$ , так і при суб'єктивній оцінці якості оптоакустичної реконструкції.

Використання запропонованого підходу поліпшення якості тривимірних реконструйованих ОА-зображень вимагає подальшого дослідження. Іншим напрямком майбутньої роботи є використання розроблених нами алгоритмів для роботи із зашумленими ОА-зображеннями.

#### Список літератури

- Hacker L., Brunker J., Smith E. S. J., Quiros-Gonzalez I., Bohndiek S. E. Photoacoustics resolves species-specific differences in hemoglobin concentration and oxygenation // *J Biomed Opt.* – 2020;25: 095002. DOI: 10.1117/1.JBO.25.9.095002.
- Li M., Tang Y., Yao J. Photoacoustic tomography of blood oxygenation: a mini review // *Photoacoustics.* – 2018. – vol. 10. – P. 65 – 73. DOI: 10.1016/j.pacs.2018.05.001.
- Sun N., Bruce A. C., Ning B., Cao R., Wang Y., Zhong F., Peirce S. M., Hu S. Photoacoustic microscopy of vascular adaptation and tissue oxygen metabolism during cutaneous wound healing // *Biomed Opt Express.* – 2022; 13:2695–706. DOI: 10.1364/BOE.456198.
- Jin Y., Yin Y., Li C., Liu H., Shi J. Non-invasive monitoring of human health by photoacoustic spectroscopy // *Sensors (Basel).* – 2022;22:1155. DOI: 10.3390/s22031155.
- Riksen J. J. M., Nikolaev A. V., van Soest G. Photoacoustic imaging on its way toward clinical utility: a tutorial review focusing on practical application in medicine // *J. Biomed Opt.* – 2023;28:121205. DOI: 10.1117/1.JBO.28.12.121205.
- Sandbichler M., Kraher F., Berer T., Burgholzer P., Haltmeier M. A novel compressed sensing scheme for photoacoustic tomography // *SIAM J Appl Math.* – 2015. – V. 75. – № 6. – P. 2475 – 2494. DOI: 10.48550/arXiv.1501.04305.
- Rudnitskii A. G. Iterative Image Correction Scheme for Optoacoustic Tomography // *Acoustical Physics.* – 2022. –vol. 68. – № 4. – P. 395 – 402. DOI: 10.1134/S106377102204008X.
- Rudnitskii A. G. Acceleration of the Iterative Procedure for Correction of Optoacoustic Images // *Journal of Applied Mathematics and Computation.* – 2024. – vol. 8(1). – P. 50 – 58. DOI: 10.26855/jamc.2024.03.006.
- Гусев В. Е., Карабатов А. А. Лазерная оптоакустика. – М.: Наука, 1991. – 304 с.
- Rosenthal A., Ntziachristos V., Razansky D. Acoustic inversion in optoacoustic tomography: A review // *Current medical imaging reviews.* – 2013. – vol. 9. – № 4. – P. 318 – 336. DOI: 10.2174/15734056113096660006.
- Kuchment P. Mathematics of photoacoustic and thermoacoustic tomography // *Handbook of Mathematical Methods in Imaging Springer.* – 2009. – P. 819 – 861. DOI: 10.1007/978-0-387-92920-0\_19.
- Rosenthal A., Ntziachristos V., Razansky D. Acoustic inversion in optoacoustic tomography: A review // *Current medical imaging reviews.* – 2013. – V. 9. – № 4. – P. 318 – 336. DOI: 10.2174/15734056113096660006.
- Kuchment P., Kunyansky L. Mathematics of photoacoustic and thermoacoustic tomography // *Handbook of Mathematical Methods in Imaging Springer.* – 2011. – pp. 817 – 865. DOI: 10.1007/978-0-387-92920-0\_19.
- Banach Stefan (1922). Sur les opérations dans les ensembles abstraits et leur application aux équations intégrales // *Fundamenta Mathematicae.* – 1922. 3:3–181. DOI: 10.4064/fm-3-1-133-181.
- Guang Deng, Fernando Galetto. Fast iterative reverse filters using fixed-point acceleration *Signal // Image and Video Processing.* – 2023. – 17(7):1 – 9. DOI: 10.1007/s11760-023-02584-1.
- Kaiming He, Jian Sun. Fast guided filter. – Published in arXiv.org 5 May 2015. :1505.00996, 2015. Computer Science.
- Treeby B. E., Cox B. T. A k-Wave: A MATLAB toolbox for the simulation and reconstruction of photoacoustic wave-fields // *J. Biomed. Opt.* – 2010. – vol. 15(2). – 021314-1-12. DOI: 10.1117/1.3360308.

18. Tabei M., Mast T. D., Wang R. C. A k-space method for coupled first-order acoustic propagation equations // *J. Acoust. Soc. Am.* – 2002. –vol. 111(1). – P. 53 – 63. DOI: 10.1121/1.1421344.
19. Spann S. M., Kazimierski K. S., Aigner C. S., Kraiger M., Bredies K., Stollberger R. (2017). Spatio-temporal TGV denoising for ASL perfusion imaging // *NeuroImage*. – 2017. – Aug 15:157:81-96. DOI: 10.1016/j.neuroimage.2017.05.054.
20. Wang Zhou, Alan C. Bovik, Hamid R. Sheikh, Eero P. Simoncelli. Image Quality Assessment: From Error Visibility to Structural Similarity // *IEEE Transactions on Image Processing*. – 2004. – Vol. 13. – № 4. – pp. 600 – 612. DOI: 10.1109/TIP.2003.819861.

#### References (transliterated)

1. Hacker L., Brunker J., Smith ESJ., Quiros-Gonzalez I., Bohndiek SE. Photoacoustics resolves species-specific differences in hemoglobin concentration and oxygenation. *J Biomed Opt.* 2020;25: 095002. DOI: 10.1117/1.JBO.25.9.095002.
2. Li M., Tang Y., Yao J. Photoacoustic tomography of blood oxygenation: a mini review. *Photoacoustics*. 2018, vol. 10, pp. 65–73. DOI: 10.1016/j.pacs. 2018.05.001.
3. Sun N., Bruce AC., Ning B., Cao R., Wang Y., Zhong F., Peirce SM., Hu S. Photoacoustic microscopy of vascular adaptation and tissue oxygen metabolism during cutaneous wound healing. *Biomed Opt Express*. 2022; 13:2695–706. DOI: 10.1364/BOE.456198.
4. Jin Y., Yin Y., Li C., Liu H., Shi J. Non-invasive monitoring of human health by photoacoustic spectroscopy. *Sensors (Basel)*. 2022;22:1155. DOI: 10.3390/s22031155.
5. Riksen J. J. M., Nikolaev A. V., van Soest G. Photoacoustic imaging on its way toward clinical utility: a tutorial review focusing on practical application in medicine. *J. Biomed Opt.* – 2023;28:121205. DOI: 10.1117/1.JBO.28.12.121205.
6. Sandbichler M., Krahmer F., Berer T., Burgholzer P., Haltmeier M. A novel compressed sensing scheme for photoacoustic tomography. *SIAM J Appl Math*. 2015, vol. 75, no. 6, pp. 2475–2494. DOI: 10.48550/arXiv.1501.04305.
7. Rudnitskii A. G. Iterative Image Correction Scheme for Optoacoustic Tomography. *Acoustical Physics*. 2022, vol. 68, no. 4, pp. 395–402. DOI: 10.1134/S106377102204008X.
8. Rudnitskii A. G. Acceleration of the Iterative Procedure for Correction of Optoacoustic Images. *Journal of Applied Mathematics and Computation*. 2024, vol. 8(1), pp. 50–58. DOI: 10.26855/jamc.2024.03.006.
9. Gusev V. E., Karabutov A. A. *Lazernaya optoakustika* [Laser Optical Acoustics]. Moscow, Nauka Publ., 1991. 304 p.
10. Rosenthal A., Ntziachristos V., Razansky D. Acoustic inversion in optoacoustic tomography: A review. *Current medical imaging reviews*. 2013, vol. 9, no. 4, pp. 318–336. DOI: 10.2174/15734056113096660006.
11. Kuchment P. Mathematics of photoacoustic and thermoacoustic tomography. *Handbook of Mathematical Methods in Imaging Springer*. 2009, pp. 819–861. DOI: 10.1007/978-0-387-92920-0\_19.
12. Rosenthal A., Ntziachristos V., Razansky D. Acoustic inversion in optoacoustic tomography: A review. *Current medical imaging reviews*. 2013, vol. 9, no. 4, pp. 318–336. DOI: 10.2174/15734056113096660006.
13. Kuchment P., Kunyansky L. Mathematics of photoacoustic and thermoacoustic tomography. *Handbook of Mathematical Methods in Imaging Springer*. 2011, pp. 817–865. DOI: 10.1007/978-0-387-92920-0\_19.
14. Banach Stefan (1922). Sur les opérations dans les ensembles abstraits et leur application aux équations intégrales. *Fundamenta Mathematicae*. 1922. 3:3–181. DOI: 10.4064/fm-3-1-133-181.
15. Guang Deng, Fernando Galetto. Fast iterative reverse filters using fixed-point acceleration Signal // *Image and Video Processing*. 2023, 17(7):1–9. DOI: 10.1007/s11760-023-02584-1.
16. Kaiming He, Jian Sun. *Fast guided filter*. – Published in arXiv.org 5 May 2015. :1505.00996, 2015. Computer Science.
17. Treeby B. E., Cox B. T. A k-Wave: A MATLAB toolbox for the simulation and reconstruction of photoacoustic wave-fields. *J. Biomed. Opt.* 2010, vol. 15(2), 021314-1-12. DOI: 10.1117/1.3360308.
18. Tabei M., Mast T. D., Wang R. C. A k-space method for coupled first-order acoustic propagation equations. *J. Acoust. Soc. Am.* 2002, vol. 111(1), pp. 53–63. DOI: 10.1121/1.1421344.
19. Spann S. M., Kazimierski K. S., Aigner C. S., Kraiger M., Bredies K., Stollberger R. (2017). Spatio-temporal TGV denoising for ASL perfusion imaging. *NeuroImage*. 2017, Aug 15:157:81-96. DOI: 10.1016/j.neuroimage.2017.05.054.
20. Wang Zhou, Alan C. Bovik, Hamid R. Sheikh, Eero P. Simoncelli. Image Quality Assessment: From Error Visibility to Structural Similarity. *IEEE Transactions on Image Processing*. 2004, Vol. 13, no. 4, pp. 600–612. DOI: 10.1109/TIP.2003.819861.

*Надійшла (received) 30.09.2025; Доопрацьована (finalized) 15.12.2025; До публікації (for publication) 15.01.2026*

#### Відомості про авторів / Information about authors

**Рудницький Олександр Геннадійович** – кандидат фізико-математичних наук, доцент, старший науковий співробітник Інституту гідромеханіки НАНУ, м. Київ; тел.: (093) 375-06-50; ORCID: <https://orcid.org/0009-0008-8013-2359>; e-mail: a.rudnitskii@gmail.com.

**Rudnitskii Alexandr Gennadievich** – Candidate of Physical and Mathematical Sciences, Associate Professor, Senior Research Fellow at the Institute of hydromechanics NASU, Kyiv; tel.: (093) 375-06-50; ORCID: <https://orcid.org/0009-0008-8013-2359>; e-mail: a.rudnitskii@gmail.com.

**Рудницька Марія Олександрівна** – провідний інженер Інституту гідромеханіки НАНУ, м. Київ; тел.: (093) 375-06-53; ORCID: <https://orcid.org/0009-0008-2431-0429>; e-mail: mariia.rudnytska@gmail.com.

**Rudnytska Maria Alexandrovna** – Senior Engineer at the Institute of hydromechanics NASU, Kyiv; tel.: (093) 375-06-53; ORCID: <https://orcid.org/0009-0008-2431-0429>; e-mail: mariia.rudnytska@gmail.com.

**Ткаченко Людмила Володимирівна** – кандидат фізико-математичних наук, старший науковий співробітник Інституту гідромеханіки НАНУ, м. Київ; тел.: (066) 450-79-11; ORCID: <https://orcid.org/0009-0001-9779-5852>; e-mail: lusia.tkch@gmail.com.

**Tkachenko Ludmila Vlalimirovna** – Candidate of Physical and Mathematical Sciences, Senior Research Fellow at the Institute of hydromechanics NASU, Kyiv; tel.: (066) 450-79-11; ORCID: <https://orcid.org/0009-0001-9779-5852>; e-mail: lusia.tkch@gmail.com.