УДК 631.37 **DOI: 10.20998/2222-0631.2026.01(10).05**

А. П. КОЖУШКО, І. Р. ЛІМ, О. І. КОВАЛЕНКО, С. П. СОКОЛІК, О. Б. ДУДКА

АНАЛІЗ ПІДХОДІВ ДО МОДЕЛЮВАННЯ ВЗАЄМОДІЇ ПНЕВМАТИЧНИХ ШИН З ОПОРНОЮ ПОВЕРХНЕЮ

У статті розглянуто питання визначення площин плям контакту пневматичних шин мобільних машин при взаємодії з опорною поверхнею в умовах змінного навантаження та внутрішнього тиску в шині. Актуальність дослідження зумовлена необхідністю адекватного врахування деформаційних властивостей шин і фізико-механічних характеристик ґрунту при моделюванні руху транспортних засобів, зокрема сільськогосподарської техніки та спеціалізованих мобільних платформ, що працюють у складних експлуатаційних умовах. Метою роботи є порівняння результатів розрахунку площі плями контакту шин при взаємодії з опорною поверхнею за різними математичними моделями, побудованими на основі емпіричних залежностей, з експериментальними даними. Методика дослідження базується на поєднанні математичного моделювання та експериментальних вимірювань параметрів контактної взаємодії шин із опорною поверхнею. У роботі проаналізовано низку моделей, що описують форму та площу контактної плями, зокрема моделі, засновані на припущенні еліптичної та супереліптичної геометрії контакту, а також емпіричні залежності. У результаті дослідження встановлено, що зі збільшенням навантаження на колесо відбувається закономірне зростання площі плями контакту, тоді як підвищення внутрішнього тиску в шині призводить до її зменшення через збільшення жорсткості шини та обмеження деформації. Виявлено відмінності у характері цих залежностей для передніх і задніх шин, що обумовлено конструктивними особливостями та розподілом навантаження по осях. Порівняльний аналіз показав, що найбільш адекватне відтворення експериментальних даних забезпечують окремі емпіричні моделі, середня похибка яких не перевищує 7,65 – 8,5% для передніх та 8,4 – 14,3% для задніх шин, тоді як базові моделі демонструють суттєво більші відхилення. Показано, що моделі, які описують площу плями контакту шини у вигляді області, обмеженої супереліпсом, характеризуються значною похибкою порівняно з експериментальними даними при тиску в шині понад 150 кПа, проте можуть бути ефективними за умов зниженого внутрішнього тиску. Обґрунтовано доцільність використання емпіричних підходів для опису контактної взаємодії шин із подальшим уточненням їх параметрів. Отримані результати можуть бути використані для підвищення точності математичних моделей руху мобільних машин та оптимізації їх експлуатаційних характеристик.

Ключові слова: мобільна машина, шина, навантаження, внутрішній тиск, площа контакту, опорна поверхня, моделювання, емпірична модель, супереліпс, аналіз.

A. P. KOZHUSHKO, I. R. LIM, O. I. KOVALENKO, S. P. SOKOLIK, O. B. DUDKA

ANALYSIS OF APPROACHES TO MODELING THE INTERACTION OF PNEUMATIC TIRES WITH THE SUPPORTING SURFACE

The article addresses the problem of determining the contact patch area of pneumatic tires of mobile machines during their interaction with the supporting surface under conditions of variable load and internal tire pressure. The relevance of the study is due to the need for adequate consideration of tire deformation properties and the physic-mechanical characteristics of the soil when modeling the motion of vehicles, in particular agricultural machinery and specialized mobile platforms operating under complex conditions. The aim of the study is to compare the results of calculating the tire contact patch area during interaction with the supporting surface using different mathematical models based on empirical relationships with experimental data. The research methodology is based on a combination of mathematical modeling and experimental measurements of the parameters of tire-ground contact interaction. The paper analyzes a number of models describing the shape and area of the contact patch, including models based on the assumption of elliptical and superelliptical contact geometry, as well as empirical relationships. The results of the study show that an increase in wheel load leads to a corresponding increase in the contact patch area, while an increase in internal tire pressure results in its reduction due to increased tire stiffness and limited deformation. Differences in the nature of these dependencies for front and rear tires have been identified, which are due to design features and load distribution across the axles. A comparative analysis has shown that the most accurate representation of experimental data is provided by certain empirical models, with an average error not exceeding 7.65 – 8.5% for front tires and 8.4 – 14.3% for rear tires, whereas the basic models demonstrate significantly larger deviations. It is shown that models describing the contact patch area as a region bounded by a superellipse are characterized by significant error compared to experimental data at tire pressures above 150 kPa, but may be effective under reduced internal pressure conditions. The expediency of using empirical approaches to describe tire-ground contact interaction with further refinement of their parameters is substantiated. The obtained results can be used to improve the accuracy of mathematical models of mobile machine motion and to optimize their operational characteristics.

Key words: mobile machine, tire, load, internal pressure, contact area, support surface, modeling, empirical model, superellipse, analysis.

Вступ. *Ефективність руху* мобільних машин значною мірою визначається характером їх взаємодії з опорною поверхнею. Для транспортних засобів, що працюють у складних умовах експлуатації [1], зокрема сільськогосподарської техніки, роботизованих платформ аграрного призначення та спеціалізованих всюдихідних засобів, ця взаємодія набуває вирішального значення. Пневматичні шини виконують функцію основного елемента контакту машини з ґрунтом, забезпечуючи передачу тягових і гальмівних сил, сприйняття навантажень та формування опорної реакції [2]. Водночас деформаційні властивості пневматичних шин, змінність фізико-механічних характеристик ґрунтового середовища, а також вплив внутрішнього тиску повітря в шині істотно ускладнюють процес опису їх взаємодії з опорною поверхнею, оскільки зазначені фактори змінюють параметри контактної плями, жорсткісні характеристики та умови передачі тягових зусиль. Як наслідок, формується складний взаємозв'язок між навантаженням на колесо, ступенем деформації шини, параметрами ґрунту та величиною внутрішнього тиску, що, таким чином, зумовлює виникнення суттєвої *нелінійної залежності*, зміну якої складно прогнозувати в межах спрощених математичних моделей.

Аналіз останніх досліджень. Взаємодія колісного рушія мобільних машин із шарами ґрунту супроводжується складними фізико-механічними процесами [3], що включають ущільнення, зсув та локальну пластичну деформацію ґрунтового середовища. Одночасно під дією змінних навантажень відбувається деформація пневма-

© А. П. Кожушко, І. Р. Лім, О. І. Коваленко, С. П. Соколік, О. Б. Дудка, 2026

тичної шини, що проявляється у вигляді прогину її каркаса та зміни параметрів контактної плями. Нерівномірність структури ґрунту, наявність вологи, рослинних залишків та інші експлуатаційні чинники зумовлюють стохастичний характер таких деформацій, що істотно ускладнює прогнозування процесів взаємодії колеса з опорною поверхнею. За результатами досліджень, наведених у роботі [4], зазначені явища можуть призводити до значних втрат тягових можливостей колісних машин: у окремих режимах роботи втрати тягової сили колісного трактора можуть досягати близько 55 %.

Упродовж останніх десятиліть розвиток інноваційних технологій у галузі шинної промисловості, зокрема вдосконалення конструкції каркаса, застосування гнучкіших матеріалів та оптимізація геометрії протектора, дозволили створити шини, здатні сприймати більші навантаження за зниженого внутрішнього тиску [5]. Це сприяє збільшенню площі контакту з опорною поверхнею та зменшенню питомого тиску на ґрунт. Проте, незважаючи на досягнуті технічні покращення, *проблема негативного впливу* колісного рушія на ґрунтове середовище та пов'язаного з цим зниження ефективності реалізації тягових властивостей машин під час виконання енерговитратних робіт залишається актуальною і потребує подальших досліджень.

Розвиток сучасних комп'ютерних технологій створив передумови для більш точного прогнозування параметрів взаємодії пневматичних шин з опорною поверхнею для конкретних типорозмірів. Зокрема, з'явилася можливість визначати зміну таких показників, як площа контактної плями та розподіл контактного тиску за різних значень навантаження на колесо із застосуванням *методів нечіткої логіки* [6]. Подальший розвиток цього підходу представлено у роботі [7], де запропоновано модель на основі *штучної нейронної мережі*, що узагальнює прогнозування змін площі контактної плями та контактного тиску шини. Результати дослідження показали, що прогнозні значення, отримані за допомогою *нейромережевої моделі*, характеризуються вищою достовірністю порівняно з експериментальними даними, ніж результати, отримані на основі класичних регресійних залежностей. У роботі [8] за допомогою моделі штучної нейронної мережі здійснено прогнозування площі контактної плями та тиску на ґрунт для 538 тракторних шин типорозмірів 12,4 – 28, 13,6 – 28, 14,9 – 28 і 16,9 – 28 за різних значень навантаження та внутрішнього тиску в шині. Отримані результати показали, що максимальне відхилення розрахункових значень від експериментальних даних не перевищує 2 %. Водночас продовжується розвиток і *традиційних статистичних підходів*. Зокрема, у роботі [9] запропоновано регресійну модель визначення тривимірної площі контакту пневматичної шини з опорною поверхнею на основі рівняння множинної лінійної регресії, що встановлює залежність між факторами впливу та площею контакту шин трактора. Крім того, у роботі [10] представлено експериментальну методику визначення параметрів контактної плями шини із застосуванням технології $3D$ – сканування, що дозволило отримати цифрове зображення контактної поверхні шини на ґрунті та виконати детальний аналіз її геометричних характеристик.

Для опису процесів взаємодії пневматичних шин з опорною поверхнею застосовуються різні підходи до математичного моделювання, серед яких *аналітичні*, *чисельні* та *емпіричні моделі* [11]. Аналітичні моделі, що базуються на законах механіки деформованого тіла та механіки ґрунтів, дозволяють отримати узагальнений опис процесів деформації шини і ґрунтового середовища. Однак їх використання часто супроводжується необхідністю прийняття значної кількості припущень щодо фізико-механічних властивостей матеріалів, геометрії контактної зони та умов навантаження, що знижує точність опису реальних експлуатаційних процесів.

Чисельні методи моделювання, зокрема *метод скінченних елементів* або *дискретних елементів*, забезпечують більш детальний аналіз напружено-деформованого стану шини та ґрунту [12]. Водночас їх застосування потребує значних обчислювальних ресурсів, детальної інформації про властивості матеріалів і складних процедур калібрування моделей, що обмежує можливість використання таких підходів у прикладних інженерних розрахунках і при моделюванні динаміки руху мобільних машин.

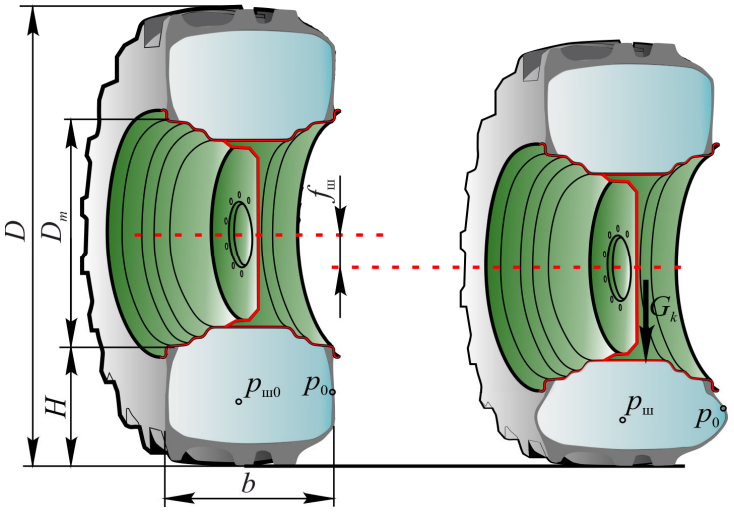
У цьому контексті емпіричні моделі набувають особливої практичної цінності. Вони формуються на основі узагальнення результатів експериментальних досліджень і встановлюють функціональні залежності між основними параметрами взаємодії, такими як навантаження на колесо, внутрішній тиск у шині, параметри ґрунту та геометричні характеристики контактної плями. Завдяки відносній простоті математичного апарату, невеликій кількості вхідних параметрів та достатній точності для інженерних розрахунків емпіричні моделі дозволяють ефективно оцінювати тягово-зчіпні властивості колісних рушіїв, енергетичні показники руху машин і параметри їх взаємодії з опорною поверхнею.

Метою роботи є порівняння результатів обчислення площі плями контакту шин при взаємодії з опорною поверхнею за різними математичними моделями, побудованими на основі емпіричних залежностей, з експериментальними даними. Для досягнення поставленої мети необхідно вирішити наступні задачі:

– скласти математичні моделі процесу взаємодії пневматичної шини з опорною поверхнею;

– виконати порівняльний аналіз результатів розрахунку площ плям контакту шин з опорною поверхнею при різних умовах навантаження та внутрішнього тиску в шинах.

Виклад основного матеріалу. При виконанні енергоємних робіт пневматична шина (рис. 1) взаємодіє з деформованим ґрунтом, такий процес супроводжується великими *радіальними деформаціями* шини $f_ш$, які характеризуються роботою стиснення повітря. Такий процес характеризується залежністю надлишкового внутрішнього тиску та об'єму шини.



а *б*

Рис. 1 – Характеристики шини: *а* – статичне положення; *б* – в режимі навантаження.

Однією з найпоширеніших емпіричних моделей взаємодії пневматичної шини з опорною поверхнею є *модель Ляско* [13]. Її використання висвітлено в ряді наукових робіт [1, 14 – 16]. У межах даної моделі приймається припущення, що внутрішній тиск $p_ш$ у шині під час деформації залишається сталою величиною, що дає змогу спростити опис процесу контактної взаємодії. При цьому деформація шини $f_ш$ зумовлена переважно зміною її форми в зоні плями контакту з опорною поверхнею, тоді як зміна внутрішнього об'єму має незначний характер і, як правило, ним можна нехтувати. За таких припущень радіальна деформація шини $f_ш$ визначається її пружними (жорсткісними) характеристиками та величиною внутрішнього тиску $p_ш$, який впливає на площу плями контакту. Таким чином, радіальна деформація шини має наступний вигляд:

$$f_ш = \frac{c_2 \cdot G_k}{2\left(p_ш + p_0\right)} + \sqrt{\left(\frac{c_2 \cdot G_k}{2\left(p_ш + p_0\right)}\right)^2 + c_1 \cdot G_k}\ , \tag{1}$$

де c_1, c_2 – сталі коефіцієнти, які мають залежність від геометричних характеристик та тиску в шині; G_k – навантаження на шину; p_0 – умовний тиск, що визначається для шини при нульовому тиску накачування на твердій поверхні. Тиск p_0 залежить від конструкції шини, її конструкції та матеріалу [13]:

$$c_1 = \frac{\left(x_1^2 + x_2^2\right)\left(y_1 + y_2\right) - \left(x_1 + x_2\right)\left(x_1 y_1 + x_2 y_2\right)}{2\left(x_1^2 + x_2^2\right) - \left(x_1 + x_2\right)^2}; \tag{2}$$

$$c_2 = \frac{2\left(x_1 y_1 + x_2 y_2\right) - \left(x_1 + x_2\right)\left(y_1 + y_2\right)}{2\left(x_1^2 + x_2^2\right) - \left(x_1 + x_2\right)^2}; \tag{3}$$

$$x_{1,2} = \frac{0{,}5D - r_c}{p_{ш.\min,\max} + p_0};\quad y_{1,2} = \frac{\left(0{,}5D - r_c\right)^2}{Q_{p.\min,\max}}, \tag{4}$$

де D – зовнішній діаметр; r_c – статичний радіус шини; $p_{ш.\min}$ та $p_{ш.\max}$ – мінімально та максимально допустимий тиск в шині; $Q_{p.\min}$ та $Q_{p.\max}$ – максимально допустиме навантаження при мінімально та максимально допустимому тиску.

Обчислюючи конструкційні характеристики шини, стає можливим визначення показників, які впливають на тяглові та економічні параметри колісного трактора. Це, насамперед, динамічний радіус r_k та площа плями контакту з ґрунтом F_k

$$r_k = 0.5D - f_ш; \tag{5}$$

$$F_k = \frac{\pi}{4} \cdot a_k \cdot b_k, \tag{6}$$

де a_k, b_k – довжина та ширина плями контакту шини.

Обчислення складових плями контакту шини при взаємодії з ґрунтом виглядає наступним чином:

$$a_k = \frac{23}{11,9 + \left|\frac{D}{b} - 3\right|} \sqrt{D \cdot f_ш - f_ш^2}\,; \tag{7}$$

$$b_k = 2\sqrt{\frac{2\left(b + \left(0,5\left(D - 0,0254 \cdot D_m\right)\right)\right)}{2,5} \cdot f_ш - f_ш^2}\,, \tag{8}$$

де D_m – номінальний посадковий діаметр обода; b – ширина профілю шини.

Відмітимо, що реалізація плями контакту за моделлю Ляско обчислюється за еквівалентною формою еліпса, що в умовах реальної експлуатації мобільної машини є некоректним. Зважаючи на це, запропонуємо наступні модернізації моделі Ляско. В подальшому при порівнянні дану модель (формули (1) – (8)) окреслимо, як «Модель №1».

«Модель №2» ґрунтується на впровадженні показника норми шаруватості. Так, в *моделі Реброва* [16] запропоновано використовувати *умовний показник норми шаруватості*, який більш характерний та доречний для діагональних шин. Але автор [16] використовує цей показник для радіальних шин з додаванням умов по навантаженню та контурної площі шини.

Математична модель Реброва загалом побудована на моделі Ляско [13], але має відмінності, зокрема при впровадженні показника норми шаруватості n_c у формули визначення умовного тиску та довжини плями контакту (7):

$$p_0\left(n_c\right) = 16,7 \cdot n_c \sqrt{\frac{D}{b} - 1,4} - 28\,; \tag{9}$$

$$a_k\left(n_c\right) = \frac{20,5}{11,9 + \left|\frac{D}{b} - \frac{|n_c - 9|}{2} - 3\right|} \sqrt{D \cdot f_ш - f_ш^2}\,. \tag{10}$$

Обчислення формул (9) та (10) здійснюється при використанні табличної величини норми шаруватості n_c, що надається заводом-виробником шини. Далі необхідно уточнити норму шаруватості шляхом виконання наступної умови [16]:

$$\left(\frac{c_2 \cdot G_k}{2\left(p_ш + p_0\left(n_c\right)\right)}\right)^2 + c_1 \cdot G_k \geq 0\,. \tag{11}$$

Окрім виконання умови (11), необхідно також дотриматися наступної рівності:

$$\frac{F_s}{5000} = \frac{20,5 \cdot \pi / \sqrt{k_F}}{11,9 + \left|\frac{D}{b} - \frac{|n_c - 9|}{2} - 3\right|} \cdot \sqrt{D \cdot f_ш - f_ш^2} \cdot \sqrt{\frac{2\left(b + H\right)}{2,5\sqrt{k_F}} \cdot f_ш - f_ш^2}\,, \tag{12}$$

де k_F – коефіцієнт площ контакту, який обчислюється відношенням площі плями контакту з ґрунтом F_k шини до номінальної контурної площі плями контакту F_s шини [16]:

$$k_F = \frac{F_k}{F_s}\,. \tag{13}$$

Аналізуючи наведений алгоритм, констатуємо, що вибір конкретної шини необхідно проводити при комплексному дослідженні в ході експлуатації мобільної машини. *«Модель №2»* реалізується за рахунок використання формул (1) – (6), (8), (9) – (13).

«Модель №3» базується на представленні плями контакту шини у формі, обмеженої супереліпсом, замість форми контакту, обмеженої еліпсом. Площу плями контакту у формі області, обмеженої супереліпсом, описано в роботі [17], нерівність в ортогональній системі координат має наступний вигляд:

$$\left|\frac{x}{0.5 \cdot a_k}\right|^n + \left|\frac{y}{0.5 \cdot b_k}\right|^n \leq 1\,, \tag{14}$$

де x, y – координати супереліпса; n – показник степеня супереліпса.

В ортогональній системі координат показник степеня супереліпса n є додатним дійсним числом, яке визначає форму супереліпса, тоді як параметри $0.5 \cdot a_k$ та $0.5 \cdot b_k$ є півосями, що визначають його розмір. Зміна значення показника степеня n дає можливість отримати широкий спектр кривих [18]. Крива для $n = 2$ є еліпсом (для $0.5 \cdot a_k = 0.5 \cdot b_k$ це коло). Якщо значення n зменшується до 1, крива створює пік на вершині; крива для $n = 1$ є паралелограмом (ромбом). При $n > 2$ сторони кривої сплющуються, і форма кривої починає нагадувати прямокутник. Зважаючи на рівняння (14), площа плями контакту знаходиться з наступного виразу [17]:

$$F_k = a_k \cdot b_k \cdot \frac{\Gamma\left(1+\frac{1}{n}\right)^2}{\Gamma\left(1+\frac{2}{n}\right)} \text{ або } F_k = b_k \cdot \int_0^{a_k} \left(1-\left(\frac{x}{a_k}\right)^n\right)^{1/n} dx\,, \tag{15}$$

де Γ – *гамма-функція*.

З роботи [19] експериментальними дослідженнями підтверджено, що показник степеня n, який є невід'ємною складовою для знаходження площі області, обмеженої супереліпсом, повинен складати 3.2. Зважаючи на це, рівняння (15) прийме наступний вигляд:

$$F_k \approx 0.9 \cdot a_k \cdot b_k\,. \tag{16}$$

Таким чином, *«Модель №3»* реалізується за рахунок використання формул (1) – (5), (8), (9) – (13) та (16).

«Модель №4» ґрунтується на врахуванні глибини колії, що формує колісний рушій при експлуатації. У роботі [14] показано, що глибина колії впливає на довжину плями контакту, а саме:

$$a_k = \sqrt{D\cdot\left(h+f_ш\right)-\left(h+f_ш\right)^2} + \sqrt{D\cdot f_ш - f_ш^2}\,, \tag{17}$$

де h – глибина колії [20], що розраховується за наступною формулою:

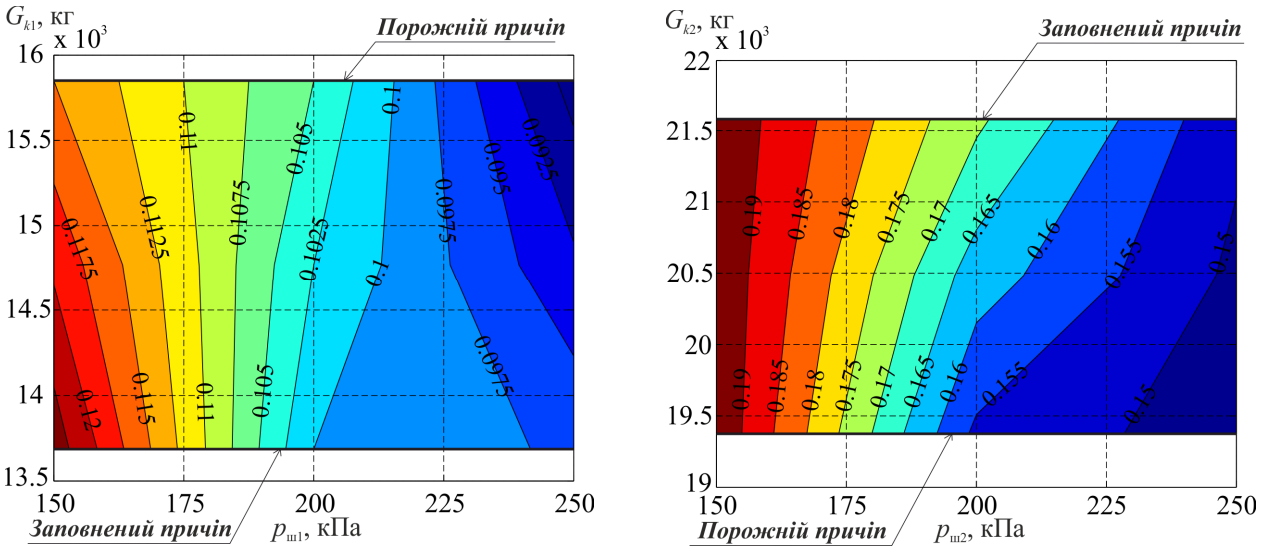
$$h = \frac{G_k^2}{\sqrt[3]{\left(\frac{k_0\cdot k_N}{100\cdot\sqrt{a_k\cdot b_k}}\right)^2 \cdot b_k^2 \cdot D}}\,, \tag{18}$$

де k_0, k_N – коефіцієнт об'ємного зминання ґрунту та коефіцієнт, що враховує зміну фізико-механічних властивостей ґрунту.

Відмітимо, що задля реалізації *«Моделі №4»* базовою моделлю буде «Модель №1», тому використовуватимуться формули (1) – (6), (8), (17) та (18).

«Модель №5» базуватиметься на «Моделі №4», але з представленням плями контакту шини у формі, обмеженої супереліпсом, замість форми контакту, обмеженої еліпсом. Таким чином, *«Модель №5»* реалізується за рахунок використання формул (1) – (5), (8), (16) – (18).

Результати розрахунку моделей. Оскільки запропоновані вище математичні моделі потребують експериментальної перевірки та підтвердження їх адекватності реальним умовам експлуатації, виникає необхідність залучення достовірних експериментальних даних. У зв'язку з цим доцільно використати результати випробувань, проведених на базі *Університету Менделя* в Брно у Навчально-дослідному лісовому підприємстві «Масариків ліс Кржтини» (Чехія) [14], які відзначаються високою точністю вимірювань і добре документованою методикою.



а *б*

Рис. 2 – Залежність експериментально отриманих значень площ плям контакту шин F_k (м^2) від навантаження G_k (кг) та внутрішнього тиску $p_ш$ (кПа) [14]: *а* – Nokian 380/85 R28; *б* – Nokian 460/85 R38.

Експериментальні дослідження були спрямовані на визначення геометричних параметрів пневматичних шин у різних режимах навантаження та тиску накачування. Зокрема, вимірювалися радіуси шин у ненавантаже-

ному та навантаженому станах із використанням електронного штангенциркуля на твердій горизонтальній поверхні. Для кожного поєднання параметрів (навантаження – тиск) проводилися окремі серії вимірювань. Додатково здійснювалось визначення параметрів плями контакту (рис. 2) шляхом фіксації відбитків шин на аркушах паперу великого формату, що дозволило оцінити площу контакту та характер розподілу тиску в зоні взаємодії шини з опорною поверхнею. Об'єктами дослідження виступали *колісний трактор Valtra 134* та *причіп Agama LV10* з ефективною вантажопідйомністю 10 т, що забезпечує репрезентативність результатів для умов лісогосподарського виробництва. Передня вісь трактора була укомплектована шинами Nokian 380/85 R28, тоді як задня вісь – шинами Nokian 460/85 R38, що відповідає типовій схемі оснащення тракторів даного класу.

Під час експерименту варіювали тиск повітря в шинах $p_ш$, встановлюючи три характерні рівні: 150, 200 та 250 кПа, що дозволило проаналізувати вплив жорсткості шини на її деформаційні характеристики та параметри контакту шини з опорною поверхнею. Випробування проводилися у двох режимах навантаження: без вантажу (порожній причіп) та з частковим завантаженням – 4200 кг деревини (ялиновий кругляк довжиною 4 м). Такий підхід дав змогу оцінити вплив змінної маси на радіус кочення, деформацію шини та площу контакту шин. Важливо відзначити, що дослідження виконувалися на твердій горизонтальній поверхні без нахилу: поздовжній градієнт і поперечний ухил становили 0°, що виключало вплив додаткових силових факторів і дозволяло зосередитися виключно на дослідженні деформаційних та контактних характеристик шин. Це, у свою чергу, підвищує точність подальшої ідентифікації параметрів моделей та забезпечує коректність їхнього використання при математичному моделюванні роботи транспортних засобів.

На рис. 2 представлено узагальнені результати експериментальних досліджень, що стосуються визначення площі плями контакту передніх і задніх шин колісного трактора Valtra 134 у складі агрегату з причепом Agama LV10 як у режимі без навантаження, так і при його частковому завантаженні. Отримані дані відображають характер зміни контактної взаємодії шин з опорною поверхнею залежно від експлуатаційних умов роботи транспортного засобу.

Слід зазначити, що побудова рис. 2 виконана у просторовому (тривимірному) вигляді, що дозволяє одночасно врахувати вплив двох ключових факторів: вертикального навантаження G_k, яке припадає на шину, та внутрішнього тиску повітря в шині $p_ш$. Такий підхід забезпечує більш наочне та інформативне представлення результатів порівняно з двовимірними залежностями, оскільки дає змогу оцінити взаємний вплив зазначених параметрів і виявити їх комплексний ефект на формування площі плями контакту.

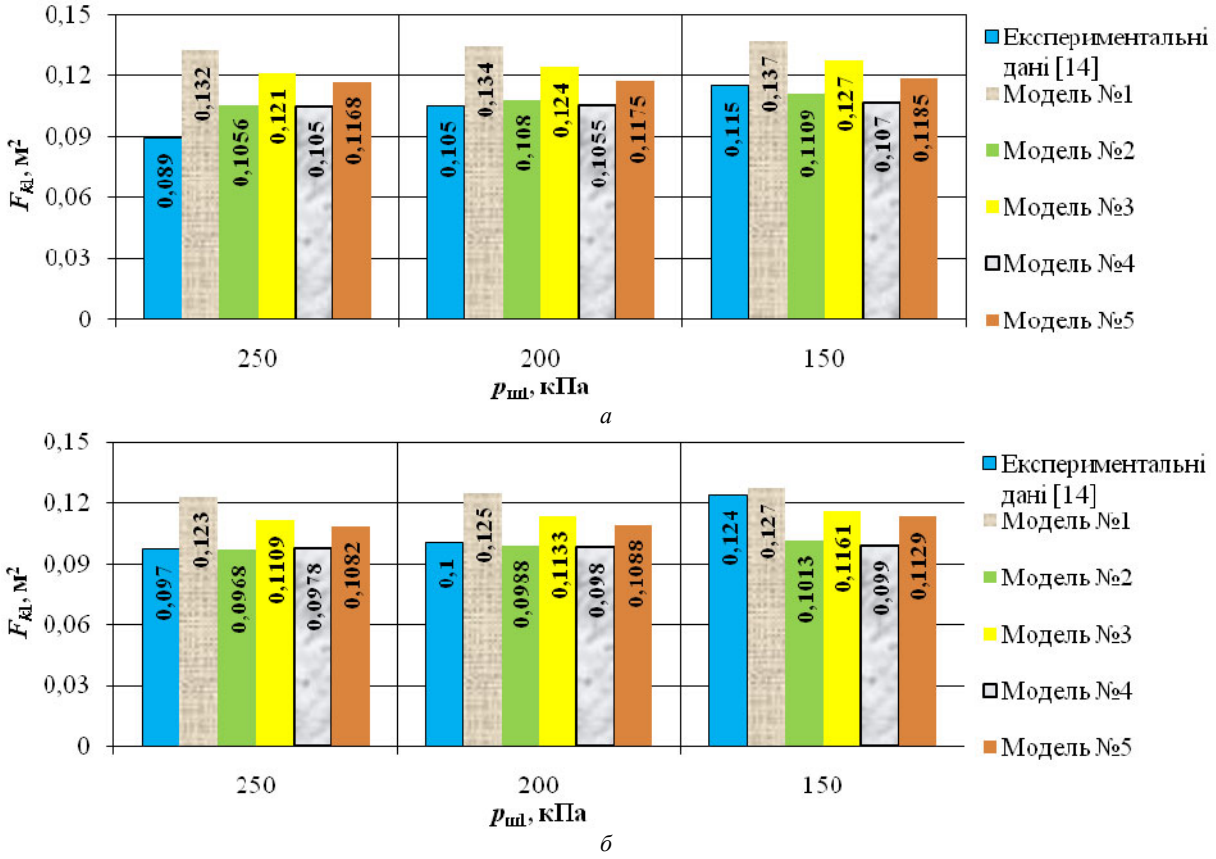


Рис. 3 – Порівняння експериментально визначених та розрахункових площ плями контакту передньої шини Nokian 380/85 R28: *а* – порожній причіп ($G_{k1} = 15845$ кг); *б* – заповнений причіп ($G_{k1} = 13685$ кг).

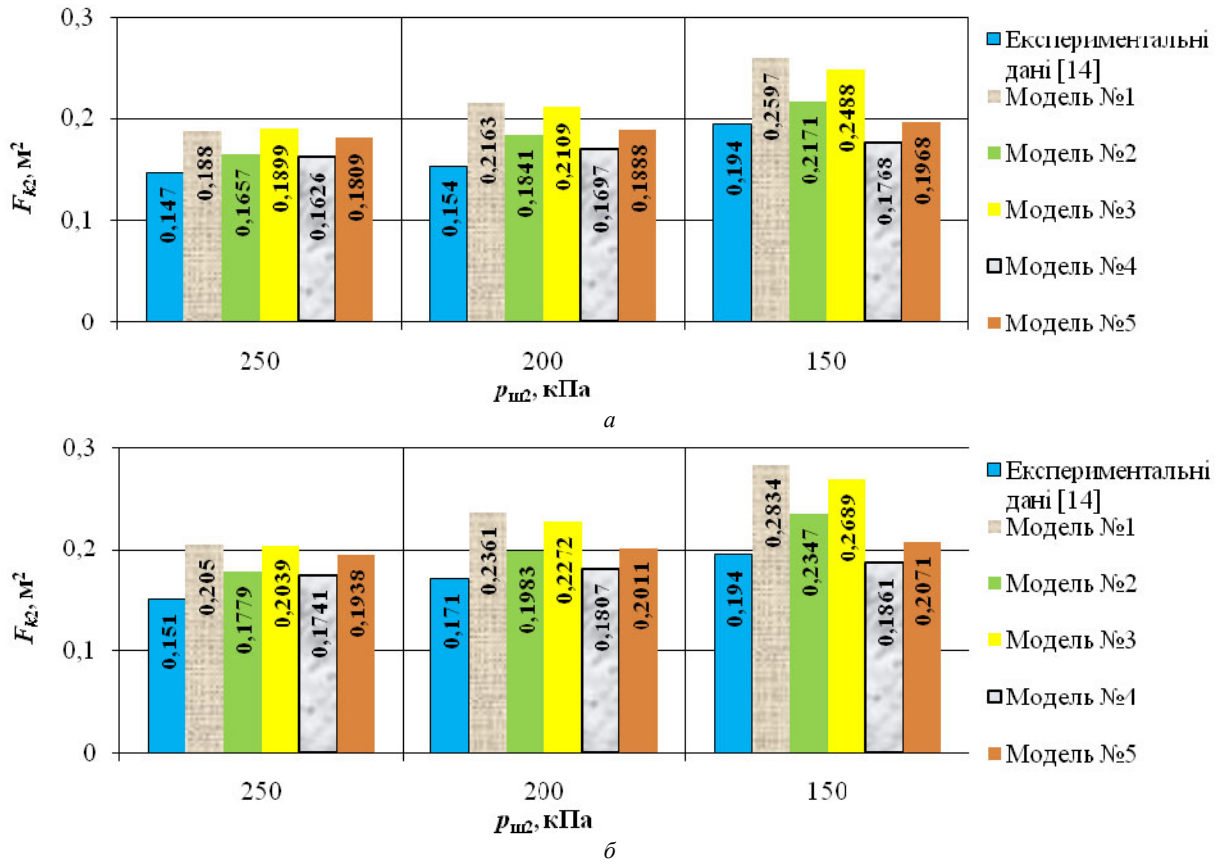


Рис. 4 – Порівняння експериментально визначених та розрахункових площ плями контакту передньої шини Nokian 460/85 R38: *а* – порожній причіп ($G_{k1} = 19375$ кг); *б* – заповнений причіп ($G_{k1} = 21582$ кг).

Аналіз представлених залежностей свідчить про закономірне зростання площі контакту зі збільшенням навантаження G_k, що пояснюється підвищенням ступеня деформації пневматичної шини та збільшенням довжини і ширини контактної ділянки. Водночас підвищення внутрішнього тиску $p_ш$ призводить до зменшення площі плями контакту, що обумовлено зростанням радіальної жорсткості шини та зниженням її здатності до деформації під дією навантаження. Окремо варто відмітити відмінності у поведінці передніх та задніх шин, зумовлені різницею в їх типорозмірах (Nokian 380/85 R28 для передньої осі та Nokian 460/85 R38 для задньої) та відповідним розподілом навантаження по осях. Задні шини, які сприймають більшу частку ваги агрегату, характеризуються більшою площею контакту та вищою чутливістю до зміни навантаження, тоді як передні шини демонструють менш виражену, але аналогічну за характером залежність.

На рис. 3 – 4 представлено результати експериментально визначених за [14] та розрахункових за «*Моделями 1 – 5*» величини площ плям контакту передньої шини Nokian 380/85 R28 та задньої шини Nokian 460/85 R38 залежно від навантаження G_k та внутрішнього тиску $p_ш$ в шинах.

Порівнюючи результати математичного моделювання визначення площ плям контакту шин та експериментальних даних (рис. 3, *а*), відмітимо, що середня похибка для передньої шини при ненавантаженому причепі для «*Моделі 1*» складає 23,4 %; для «*Моделі 2*» – 7,4 %; для «*Моделі 3*» – 17,1 %; для «*Моделі 4*» – 7,6 %; для «*Моделі 5*» складає 12,5 %. З рис. 3, *б* помітно, що середня похибка для передньої шини при навантаженому причепі для «*Моделі 1*» складає 14,5 %; для «*Моделі 2*» – 7,9 %; для «*Моделі 3*» – 10,4 %; для «*Моделі 4*» – 9,4 %; для «*Моделі 5*» складає 10,4 %. З результатів порівняння помітно, що найменші похибки з експериментальними дослідженнями для передньої шини Nokian 380/85 R28 мають «*Модель 2*» та «*Модель 4*» з середньою похибкою 7,65 % та 8,5 %, відповідно.

Аналізуючи результати математичного моделювання визначення площ плям контакту шин та експериментальних даних (рис. 4, *а*), відмітимо, що середня похибка для задньої шини при ненавантаженому причепі для «*Моделі 1*» складає 25,3 %; для «*Моделі 2*» – 13,2 %; для «*Моделі 3*» – 23,9 %; для «*Моделі 4*» – 9,2 %; для «*Моделі 5*» – 12,9 %. З рис. 4, *б* помітно, що середня похибка для задньої шини при навантаженому причепі для «*Моделі 1*» складає 28,5 %; для «*Моделі 2*» – 15,4 %; для «*Моделі 3*» – 26,2 %; для «*Моделі 4*» – 7,6 %; для «*Моделі 5*» – 14,5 %. З результатів порівняння помітно, що найменші похибки з експериментальними дослідженнями для передньої шини Nokian 460/85 R38 мають також «*Модель 2*», «*Модель 4*» та «*Модель 5*» з середньою похибкою 14,3 %, 8,4 % та 13,7 %, відповідно.

Відмітимо, що базова «*Модель 1*» має найбільші значення похибки, як для передньої шини – 18,95 %, так і для задньої шини – 26,9 %, тому її використання є неприпустимим при моделюванні взаємодії шин мобільних машин з опорною поверхнею.

Що стосується моделей, які представляють пляму контакту шини у формі, обмеженої супереліпсом, замість форми контакту, обмеженої еліпсом, то використовувати їх для аналізу не зовсім коректно в умовах аналізу варіювання внутрішнім тиском $p_ш$ в шинах та зміною навантаги G_k. Але, як показали результати з рис. 3 – 4, «*Модель 3*» та «*Модель 5*» доречно використовувати при аналізі величини площі плями контакту при зниженому внутрішньому тиску в шинах. Так, при $p_ш = 150$ кПа середня похибка для передньої шини при ненавантаженому та навантаженому причепі для «*Моделі 3*» складає 9,4 % та 6,8 %; для «*Моделі 5*» – 9,4 % та 9,8 %, відповідно. При $p_ш = 150$ кПа середня похибка для задньої шини при ненавантаженому та навантаженому причепі для «*Моделі 3*» складає 22,0 % та 27,9 %; для «*Моделі 5*» – 1,4 % та 6,3 %, відповідно. Отриману величину похибки можливо зменшити за рахунок коректного підбору показника степеня супереліпса (формула (14)).

Таким чином, визначено математичні моделі, що описують взаємодію пневматичних шин мобільних машин з опорною поверхнею, які з достатньою точністю, що відповідає похибці експериментальних досліджень, дозволяють відтворювати основні закономірності формування контактної плями, розподілу тиску та реалізації тягових зусиль, і можуть бути використані для інженерних розрахунків та побудови спрощених математичних моделей руху мобільних машин.

Перспективи подальших досліджень. Автори вважають, що перспективним напрямом розвитку отриманих результатів є проведення розширених експериментальних досліджень, спрямованих на визначення площ плям контакту пневматичних шин у різноманітних умовах експлуатації мобільних машин. Зокрема, доцільним є врахування впливу таких факторів, як тип і вологість ґрунту, величина вертикального навантаження на колесо, внутрішній тиск у шині та ступінь її деформації. Проведення таких досліджень із застосуванням сучасних методів вимірювання, зокрема цифрового моделювання та $3D$ – сканування контактної поверхні, дає змогу отримати достовірні експериментальні дані щодо геометричних і силових параметрів взаємодії «шина – опорна поверхня». Це, у свою чергу, створить передумови для виконання якісної кореляції запропонованих математичних «*Моделей 2 – 5*» з експериментальними результатами, уточнення їх параметрів та підвищення точності прогнозування. Очікується, що така адаптація моделей забезпечить досягнення допустимого рівня похибки та розширить можливості їх практичного застосування при моделюванні руху сільськогосподарських машин, роботизованих платформ аграрного призначення та спеціалізованих всюдихідних засобів.

Висновки. У результаті проведеного дослідження встановлено основні закономірності взаємодії пневматичних шин мобільних машин з опорною поверхнею. Показано, що збільшення навантаження на колесо G_k супроводжується зростанням площі плями контакту внаслідок підвищення ступеня деформації шини та збільшення геометричних розмірів контактної ділянки. Водночас підвищення внутрішнього тиску в шині $p_ш$ призводить до зменшення площі контакту через зростання радіальної жорсткості шини та обмеження її деформаційної здатності. Встановлено також відмінності у характері зміни площі контакту для передніх і задніх шин, що зумовлено їх типорозмірами та нерівномірним розподілом навантаження по осях.

Порівняльний аналіз результатів математичного моделювання та експериментальних даних [14] показав, що найбільшу точність відтворення площі плями контакту забезпечують «*Модель 2*» та «*Модель 4*», середня похибка яких для передньої шини становить 7,65 % та 8,5 %, а для задньої – 14,3 % та 8,4 % відповідно. Встановлено, що базова «*Модель 1*» характеризується найбільшими відхиленнями (до 26,9 %), що свідчить про недоцільність її використання для моделювання.

Показано, що моделі, засновані на описі плями контакту шини у формі, обмеженої супереліпсом, замість форми контакту, обмеженої еліпсом, характеризуються значною похибкою порівняно з експериментальними даними [14], проте можуть бути ефективними при аналізі за умов зниженого тиску. Зокрема, «*Модель 3*» та «*Модель 5*» демонструють задовільну точність для передніх шин (похибка до 6,8 – 9,8 %) і високий рівень точності для задніх шин у окремих режимах (до 1,4 %) при $p_ш = 150$ кПа.

Отримані результати свідчать про доцільність використання емпіричних моделей для опису взаємодії шин з опорною поверхнею, а також про необхідність подальшого вдосконалення моделей на основі уточнення параметрів, зокрема показника форми, обмеженої супереліпсом. Це дозволить підвищити точність прогнозування характеристик контактної взаємодії та ефективність моделювання руху мобільних машин.

Подяка. Загальний підхід розроблено в рамках науково-дослідного проєкту «Наукове обґрунтування підходів до створення гібридних силових установок об'єктів інженерно-будівельної техніки» (№ 0125U000240).

Список літератури

1. *Kozhushko A.*, *Rebrov O.*, *Kalchenko B.*, *Sirovitskiy K.*, *Mudryi Y.* Analysis of the Efficiency of Agricultural Tires for Low-Power Electric Tractors // 4th International Conference on Reliable Systems Engineering, ICoRSE 2024. Lecture Notes in Networks and Systems. – 2024. – Vol. 1129. – P. 61 – 70. DOI: 10.1007/978-3-031-70670-7_5.
2. *Ребров О. Ю.*, *Малько М. М.*, *Реброва А. О.*, *Якунін М. Є.* Методика визначення раціональних типорозмірів шин для комплектування колісних сільськогосподарських тракторів // Вісник Національного технічного університету "ХПІ". Сер. : Автомобіле- та тракторобуду-

вання : зб. наук. пр. – Харків : НТУ «ХПІ», 2023. – № 1. – С. 117 – 125. DOI: 10.20998/2078-6840.2023.1.14.
3. *Ребров О. Ю.*, *Кальченко Б. І.*, *Макаров В. А.*, *Якунін М. Є.*, *Бучко І. Г.*, *Реброва О. М.*, *Артюшенко О. В.*, *Леоненко О. М.* Оціночний аналіз дії на грунт ходових систем колісних сільськогосподарських тракторів // Вісник Національного технічного університету «ХПІ». Сер. : Автомобіле- та тракторобудування : зб. наук. пр. – Харків : НТУ «ХПІ», 2022. – № 1. – С. 36 – 43. DOI: 10.20998/2078-6840.2022.1.05.
4. *Janulevičius A.*, *Damanauskas V.* How to select air pressures in the tires of MFWD (mechanical front-wheel drive) tractor to minimize fuel consumption for the case of reasonable wheel slip // Energy. – 2015. – Vol. 90, Part 1. – P. 691 – 700. DOI: 10.1016/j.energy.2015.07.099.
5. *Damme L.*, *Stettler M.*, *Pinet F.*, *Vervaet P.*, *Keller T.*, *Munkholm L. J.*, *Lamande M.* The contribution of tyre evolution to the reduction of soil compaction risks // Soil Tillage Res. – 2019. – Vol. 194, 104283. DOI: 10.1016/j.still.2019.05.029.
6. *Taghavifar H.*, *Mardani A.* Effect of velocity, wheel load and multipass on soil compaction // J. Saudi Soc. Agric. – 2014. – Vol. 13 (1). – P. 57 – 66. DOI: 10.1016/j.jssas.2013.01.004.
7. *Farhadi P.*, *Golmohammadi A.*, *Sharifi A.*, *Shahgholi G.* Potential of three-dimensional footprint mold in investigating the effect of tractor tire contact volume changes on rolling resistance // J. Terramech. – 2018. – Vol. 78. – P. 63 – 72. DOI: 10.1016/j.jterra.2018.05.003.
8. *Yadav R.*, *Raheman H.* Development of an artificial neural network model with graphical user interface for predicting contact area of bias-ply tractor tyres on firm Surface // J. Terramech. – 2023. – Vol. 107. – P. 1 – 11. DOI: 10.1016/j.jterra.2023.01.004.
9. *Jiang C.*, *Lu Z.*, *Dong W.*, *Cao B.*, *Shin K.* Measurement and Analysis of the Influence Factors of Tractor Tire Contact Area Based on a Multiple Linear Regression Equation // Sustainability. – 2023. – Vol. 15, 10017. DOI: 10.3390/su151310017.
10. *Ptak W.*, *Czarnecki J.*, *Brennensthul M.*, *Lejman K.*, *Małecka A.* Evaluation of Tires Acting on Soil in Field Conditions Using the 3D Scanning Method // Agriculture. – 2023. – Vol. 13, 1094. DOI: 10.3390/agriculture13051094.
11. *Jasoliya D.*, *Untaroiu A.*, *Untaroiu C.* A review of soil modeling for numerical simulations of soil-tire/agricultural tools interaction // Journal of Terramechanics. – 2024. – Vol. 111. – P. 41 – 64. DOI: 10.1016/j.jterra.2023.09.003.
12. *Acquah K.*, *Chen Y.* Discrete element modelling of soil pressure under varying number of tire passes // Journal of Terramechanics. – 2023. – Vol. 107. – P. 23 – 33. DOI: 10.1016/j.jterra.2023.02.003.
13. *Lyasko M. I.* The determination of deflection and contact characteristics of a pneumatic tyre on a rigid surface // Journal of Terramechanics. – 1994. – Vol. 31. – P. 239 – 242. DOI: 10.1016/0022-4898(94)90019-1.
14. *Marušiak M.*, *Zemánek T.*, *Neruda J.*, *Nevrkla P.* Calculation and operational assessment of tyre contact areas in the tractor-and-trailer unit // Journal of Forest Science. – 2024. – Vol. 70(3). – P. 144 – 159. DOI: 10.17221/109/2023-JFS.
15. *Alkhalifa N.*, *Tekeste M. Z.*, *Jjagwe P.*, *Way T. R.* Effects of vertical load and inflation pressure on tire-soil interaction on artificial soil // Journal of Terramechanics. – 2024. – Vol. 112. – P. 19 – 34. DOI: 10.1016/j.jterra.2023.11.002.
16. *Ребров О. Ю.* Вибір параметрів шин сільськогосподарських тракторів : монографія. – Харків : Мірошниченко О. А., 2021. – 302 с.
17. *Keller T.* A model for the prediction of the contact area and the distribution of vertical stress below agricultural tyres from readily available tyre parameters // Biosystems Engineering. – 2005. – Vol. 92(1). – P. 85 – 96. DOI: 10.1016/j.biosystemseng.2005.05.012.
18. *Spíchal L.* Superelipsa a superformule (Superellipse and superformula) // MATEMATIKA-FYZIKA-INFORMATIKA. – Praha : PROMETHEUS, spol. s r. o. – 2020. – Vol. 29(1). – P. 54 – 69. – Режим доступа : https://mfi.upol.cz/files/29/2901/mfi_2901_054_069.pdf. – Дата звертання : 05 листопада 2025 р.
19. *Marušiak M.*, *Zemánek T.*, *Neruda J.*, *Nevrkla P.* Calculation and operational assessment of tyre contact areas in the tractor-and-trailer unit // J. For. Sci. – 2024. – Vol. 70(3). – P. 144 – 159. DOI: 10.17221/109/2023-JFS.
20. *Кожушко А. П.*, *Ткачов В. Ю.* Вплив розподілу ваги на вісі міні-трактора на його тягові показники за імітаційними циклами PowerMix // Вісник Сумського національного аграрного університету. Серія : Механізація та автоматизація виробничих процесів. – Суми : СНАУ, 2023. – № 4 (54). – С. 55 – 61. DOI: 10.32782/msnau.2023.4.9.

References (transliterated)

1. Kozhushko A., Rebrov O., Kalchenko B., Sirovitskiy K., Mudryi Y. Analysis of the Efficiency of Agricultural Tires for Low-Power Electric Tractors. *4th International Conference on Reliable Systems Engineering, ICoRSE 2024. Lecture Notes in Networks and Systems*. 2024, Vol. 1129, pp. 61–70. DOI: 10.1007/978-3-031-70670-7_5.
2. Rebrov O. Yu., Malko M. M., Rebrova A. O., Yakunin M. Ye. Metodyka vyznachennya ratsional'nykh typorozmiriv shyn dlya komplektuvannya kolisnykh sil's'kogospodars'kykh traktoriv [Method of determining of reasonable tire sizes for wheeled agricultural tractors]. *Visnyk NTU "KhPI". Ser. : Avtomobile- ta traktorobuduvannya* [Bulletin of the National Technical University "KhPI". Ser.: Automobile and tractor building]. Kharkiv, NTU "KhPI" Publ., 2023, no. 1, pp. 117–125. DOI: 10.20998/2078-6840.2023.1.14.
3. *Rebrov O. Yu.*, *Kalchenko B. I.*, *Makarov V. A.*, *Yakunin M. Ye.*, *Buchko I. H.*, *Rebrova O. M.*, *Artiushenko O. V.*, *Leonenko O. M.* Otsinochnyi analiz diyi na grunt khodovykh system kolisnykh sil's'kogospodars'kykh traktoriv [Evaluation analysis of the running system soil interaction of wheeled agricultural tractors]. *Visnyk NTU "KhPI". Ser. : Avtomobile- ta traktorobuduvannya* [Bulletin of the National Technical University "KhPI". Ser.: Automobile and tractor building]. Kharkiv, NTU "KhPI" Publ., 2022. no. 1, pp. 36–43. DOI: 10.20998/2078-6840.2022.1.05.
4. Janulevičius A., Damanauskas V. How to select air pressures in the tires of MFWD (mechanical front-wheel drive) tractor to minimize fuel consumption for the case of reasonable wheel slip. *Energy*. 2015, Vol. 90, Part 1, pp. 691–700. DOI: 10.1016/j.energy.2015.07.099.
5. Damme L., Stettler M., Pinet F., Vervaet P., Keller T., Munkholm L. J., Lamande M. The contribution of tyre evolution to the reduction of soil compaction risks. *Soil Tillage Res*. 2019, Vol. 194, 104283. DOI: 10.1016/j.still.2019.05.029.
6. Taghavifar H., Mardani A. Effect of velocity, wheel load and multipass on soil compaction. *J. Saudi Soc. Agric*. 2014, Vol. 13 (1), pp. 57–66. DOI: 10.1016/j.jssas.2013.01.004.
7. Farhadi P., Golmohammadi A., Sharifi A., Shahgholi G. Potential of three-dimensional footprint mold in investigating the effect of tractor tire contact volume changes on rolling resistance. *J. Terramech*. 2018, Vol. 78, pp. 63–72. DOI: 10.1016/j.jterra.2018.05.003.
8. Yadav R., Raheman H. Development of an artificial neural network model with graphical user interface for predicting contact area of bias-ply tractor tyres on firm Surface. *J. Terramech*. 2023, Vol. 107, pp. 1–11. DOI: 10.1016/j.jterra.2023.01.004.
9. Jiang C., Lu Z., Dong W., Cao B., Shin K. Measurement and Analysis of the Influence Factors of Tractor Tire Contact Area Based on a Multiple Linear Regression Equation. *Sustainability*. 2023, Vol. 15, 10017. DOI: 10.3390/su151310017.
10. Ptak W., Czarnecki J., Brennensthul M., Lejman K., Małecka A. Evaluation of Tires Acting on Soil in Field Conditions Using the 3D Scanning Method. *Agriculture*. 2023, Vol. 13, 1094. DOI: 10.3390/agriculture13051094.
11. Jasoliya D., Untaroiu A., Untaroiu C. A review of soil modeling for numerical simulations of soil-tire/agricultural tools interaction. *Journal of Terramechanics*. 2024, Vol. 111, pp. 41–64. DOI: 10.1016/j.jterra.2023.09.003.
12. Acquah K., Chen Y. Discrete element modelling of soil pressure under varying number of tire passes. *Journal of Terramechanics*. 2023, Vol. 107, pp. 23–33. DOI: 10.1016/j.jterra.2023.02.003.
13. Lyasko M. I. The determination of deflection and contact characteristics of a pneumatic tyre on a rigid surface. *Journal of Terramechanics*. 1994, Vol. 31, pp. 239–242. DOI: 10.1016/0022-4898(94)90019-1.
14. Marušiak M., Zemánek T., Neruda J., Nevrkla P. Calculation and operational assessment of tyre contact areas in the tractor-and-trailer unit. *Journal of Forest Science*. 2024, Vol. 70(3), pp. 144–159. DOI: 10.17221/109/2023-JFS.
15. Alkhalifa N., Tekeste M. Z., Jjagwe P., Way T. R. Effects of vertical load and inflation pressure on tire-soil interaction on artificial soil. *Journal of*

Terramechanics. 2024, Vol. 112, pp. 19–34. DOI: 10.1016/j.jterra.2023.11.002.
16. Rebrov O. Yu. *Vybir parametriv shyn sil's'kogospodars'kykh traktoriv : monografiya* [Selection of tire parameters for agricultural tractors: monograph]. Kharkiv, Miroshnychenko O. A. Publ., 2021. 302 p.
17. Keller T. A model for the prediction of the contact area and the distribution of vertical stress below agricultural tyres from readily available tyre parameters. *Biosystems Engineering*. 2005, Vol. 92(1), pp. 85–96. DOI: 10.1016/j.biosystemseng.2005.05.012.
18. Spíchal L. Superelipsa a superformule (Superellipse and superformula). *MATEMATIKA-FYZIKA-INFORMATIKA*. Praha, PROMETHEUS, spol. s r. o. 2020, Vol. 29(1), pp. 54–69. Available at : https://mfi.upol.cz/files/29/2901/mfi_2901_054_069.pdf (accessed 5 November 2025).
19. Marušiak M., Zemánek T., Neruda J., Nevrkla P. Calculation and operational assessment of tyre contact areas in the tractor-and-trailer unit. *J. For. Sci*. 2024, Vol. 70(3), pp. 144–159. DOI: 10.17221/109/2023-JFS.
20. *Kozhushko A. P.*, *Tkachov V. Yu.* Vplyv rozpodilu vagy na visi mini-traktora na yogo tyagovi pokaznyky za imitatsynymy tsyklamy PowerMix [Influence of axle weight distribution a minitractor weight distribution on its traction indicators under simulated powermix cycles]. *Visnyk Sums'kogo natsional'nogo agrarnogo universytetu. Seriya: Mekhanizatsiya ta avtomatyzatsiya vyrobnychykh protsesiv* [Bulletin of Sumy National Agrarian University. The series: Mechanization and Automation of Production Processes]. Sumy, SNAU Publ., 2023, no. 4 (54), pp. 55–61. DOI: 10.32782/msnau.2023.4.9.

Надійшла (received) 10.11.2025; Доопрацьована (finalized) 15.01.2026; До публікації (for publication) 03.02.2026

Відомості про авторів / Information about authors

Кожушко Андрій Павлович – доктор технічних наук, професор, професор кафедри автомобіле- та тракторобудування, Національний технічний університет «Харківський політехнічний інститут», м. Харків; тел.: (057) 707-64-64; ORCID: https://orcid.org/0000-0002-4725-5911; e-mail: Andreykozhushko7@gmail.com.

Kozhushko Andrii Pavlovych – Doctor of of Engineering Science, Professor, Professor at the Department of Car and Tractor Industry, National Technical University «Kharkiv Polytechnic Institute», Kharkiv; tel.: (057) 707-64-64; ORCID: ORCID: https://orcid.org/0000-0002-4725-5911; e-mail: Andreykozhushko7@gmail.com.

Лім Ігор Русланович – аспірант кафедри автомобіле- і тракторобудування, Національний технічний університет «Харківський політехнічний інститут», м. Харків; тел.: (057) 707-64-64; ORCID: https://orcid.org/0009-0005-6453-7338; e-mail: Ihor.Lim@mit.khpi.edu.ua.

Lim Ihor Ruslanovych – Postgraduate Student at the Department of Car and Tractor Industry, National Technical University «Kharkiv Polytechnic Institute», Kharkiv; tel.: (057) 707-64-64; ORCID: https://orcid.org/0009-0005-6453-7338; e-mail: Ihor.Lim@mit.khpi.edu.ua.

Коваленко Олексій Ігорович – аспірант кафедри автомобіле- і тракторобудування, Національний технічний університет «Харківський політехнічний інститут», м. Харків; тел.: (057) 707-64-64; ORCID: https://orcid.org/0009-0005-1275-9908; e-mail: Oleksii.Kovalenko@mit.khpi.edu.ua.

Kovalenko Oleksii Ihorovych – Postgraduate Student at the Department of Car and Tractor Industry, National Technical University «Kharkiv Polytechnic Institute», Kharkiv; tel.: (057) 707-64-64; ORCID: https://orcid.org/0009-0005-1275-9908; e-mail: Oleksii.Kovalenko@mit.khpi.edu.ua.

Соколік Сергій Петрович – старший викладач кафедри агроінжинірингу, Сумський національний аграрний університет, м. Суми; тел.: (054) 270-11-40; ORCID: https://orcid.org/0000-0003-4496-8681; e-mail: Sokolik1009@gmail.com.

Sokolik Sergii Petrovych – Senior Lecturer of Agroengineering Department, Sumy National Agrarian University, Sumy; tel.: (054) 270-11-40; ORCID: https://orcid.org/0000-0003-4496-8681; e-mail: Sokolik1009@gmail. com.

Дудка Олексій Борисович – аспірант кафедри інформаційних технологій і систем колісних та гусеничних машин імені О. О. Морозова, Національний технічний університет «Харківський політехнічний інститут», м. Харків; тел.: (057) 707-64-64; ORCID: https://orcid.org/0009-0002-1491-7592; e-mail: Oleksii.Dudka@mit.khpi.edu. ua.

Dudka Oleksii Borysovych – Postgraduate Student at the Department of Information Technologies and Systems of Wheeled and Tracked Vehicles Named after O. O. Morozov, National Technical University «Kharkiv Polytechnic Institute», Kharkiv; tel.: (057) 707-64-64; ORCID: https://orcid.org/0009-0002-1491-7592; e-mail: Oleksii.Dudka@mit.khpi.edu.ua.