

**І. Ю. ПИЛИПЧЕНКО, С. О. ДОВГИЙ, Д. І. ЧЕРНИЙ**

## **МОДЕЛЮВАННЯ ОБТІКАННЯ ЛІТАЛЬНОГО АПАРАТУ З СИСТЕМОЮ КОНФУЗОРІВ БРІКСА-КОРТА**

Літальні апарати типу VTOL викликають інтерес завдяки своїй універсальності та здатності діяти в умовах обмеженого простору. Перспективним розвитком цього напрямку є застосування комплексу технічних рішень з аеродинамічних компоновань, для забезпечення необхідної аеродинамічної якості ЛА на усіх режимах польоту одночасно, а саме – оснащення літаючої платформи системою насадків Брікса – Корта, які здатні підвищити аеродинамічну ефективність рухів ЛА як у вертикальному, так і в горизонтальному режимах польоту. Комплексне дослідження цієї концепції є необхідним кроком у напрямі створення концептуально нових літальних ЛА – систем надмалих мобільних літальних платформ, схема польоту яких залежить від орієнтації ЛА у просторі. Об'єкт дослідження: моделі літальних апаратів з насадками Брікса – Корта, для вертикального зльоту і приземлення та горизонтального польоту. Метою роботи є розробка теоретично обгрунтованої концепції літального апарата вертикального зльоту та горизонтального польоту (типу VTOL) з вантажопідйомністю до 200 кг, здатного забезпечити горизонтальний політ протягом 10 – 30 хвилин на швидкості до 100 км/год. Основна увага приділяється створенню ефективної аеродинамічної компоновки, аналізу тягових характеристик та дослідженню можливостей використання спеціалізованих аеродинамічних елементів (зокрема насадків типу Брікса – Корта) для підвищення ефективності рухів у режимах вертикального та горизонтального польоту.

**Ключові слова:** Насадок Брікса-Корта, моделювання течії, метод дискретних особливостей, літальний апарат, VTOL.

**I. YU. PYLYPCHENKO, S. O. DOVGYI, D. I. CHERNIY**

## **MODELING OF THE FLOW AROUND AN AIRCRAFT EQUIPPED WITH BRIX-KORT NOZZLE SYSTEM**

VTOL aircraft are of growing interest due to their versatility and ability to operate in confined spaces. A promising development of this direction is the application of a set of technical solutions for aerodynamic layouts to ensure the necessary aerodynamic quality of the aircraft in all flight modes simultaneously, namely, equipping the flying platform with a system of Brix-Court nozzles, which are capable of increasing the aerodynamic efficiency of the aircraft engines in both vertical and horizontal flight modes. A comprehensive study of this concept is a necessary step towards the creation of conceptually new flying aircraft - systems of ultra-small mobile flying platforms, the flight pattern of which depends on the orientation of the aircraft in space. The object of research: models of aircraft with Brix-Court nozzles, for vertical take-off and landing and horizontal flight. The aim of the work is to develop a theoretically substantiated concept of a vertical take-off and horizontal flight (VTOL type) aircraft with a payload of up to 200 kg, capable of providing horizontal flight for 10 – 30 minutes at speeds up to 100 km/h. The main attention is paid to the creation of an effective aerodynamic layout, analysis of traction characteristics and research into the possibilities of using specialized aerodynamic elements (in particular, Brix-Court type nozzles) to increase the efficiency of engines in vertical and horizontal flight modes.

**Key words:** Brix- Kort nozzle, flow simulation, method of discrete singularities, aircraft, VTOL.

**Вступ.** Сучасна авіаційна техніка стрімко розвивається у відповідь на нові виклики, пов'язані з урбанізацією, потребою у швидкому доставленні вантажів у важкодоступні райони, а також зростанням попиту на *автономні та енергоефективні транспортні системи*. У цьому контексті особливу зацікавленість викликають *літальні апарати вертикального зльоту та посадки (VTOL)*, які здатні поєднувати переваги гвинтокрилів і літаків: маневреність і мобільність – з одного боку, та ефективність горизонтального польоту – з іншого.

Попри різноманіття існуючих типів *літальних апаратів (ЛА)* – від класичних літаків і гелікоптерів до мультікоптерів і конвертопланів – жоден із них не відповідає повною мірою вимогам до компактного, недорогого, універсального апарата, що здатний підіймати вантаж до 200 кг, здійснювати вертикальний злет і посадку, та летіти з крейсерською швидкістю до 100 км/год протягом 30 хвилин.

У даній роботі розглянуто перспективний підхід [1 – 4] до створення надмалої VTOL-платформи неklasичної схеми, яка здатна змінювати свою геометричну орієнтацію у просторі. Завдяки використанню спеціалізованих аеродинамічних елементів – зокрема, *насадок типу Брікса – Корта* – така конструкція дозволяє підвищити ефективність руху без істотного збільшення маси. Представлено технологію моделювання нової схеми ЛА (рис. 1 – 6) [3, 4], що здатна забезпечити як вертикальний злет (рис. 1, 3, 5), так і економічний горизонтальний політ (рис. 2, 4, 6), відкриваючи нові можливості для створення автономних індивідуальних транспортних систем нового покоління.

### **1. Схема 1 з двома пропелерами в насадку та двома крилами під кутом.**

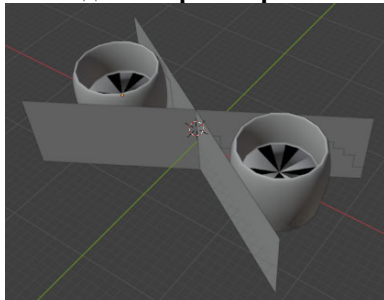


Рис. 1 – Вертикальний зліт.

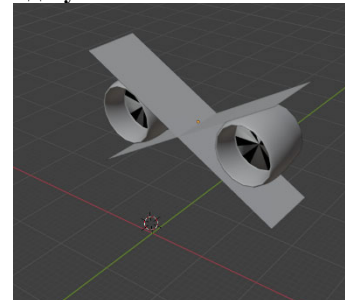


Рис. 2 – Горизонтальний політ.

### **2. Схема 2 з двома паралельними крилами та 2 пропелерами в насадку.**

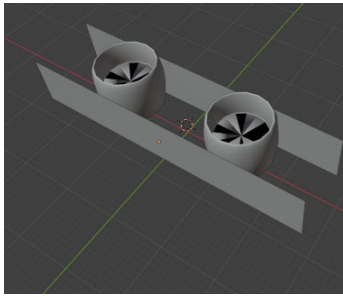


Рис. 3 – Вертикальний зліт.

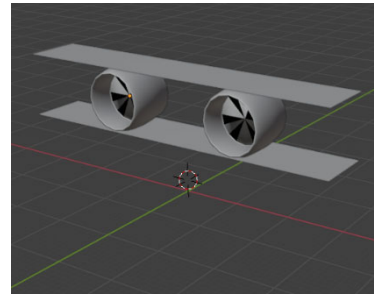


Рис. 4 – Горизонтальний політ.

### 3. Схема 3 з чотирма насадками та одним крилом.

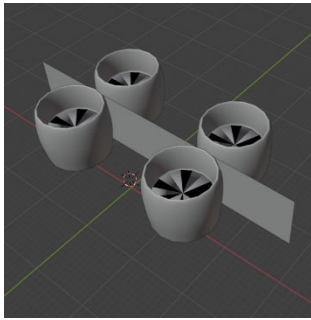


Рис. 5 – Вертикальний зліт.

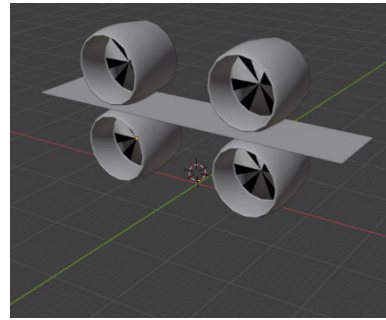


Рис. 6 – Горизонтальний політ.

**Метою роботи** є розробка теоретично обґрунтованої концепції літального апарата вертикального злету та горизонтального польоту (типу VTOL) з вантажопідйомністю до 200 кг, здатного забезпечити горизонтальний політ протягом 10–20 хвилин на швидкості до 100 км/год. Основна увага приділяється створенню нової мобільної аеродинамічної компоновки, аналізу тягових характеристик та дослідженню можливостей використання спеціалізованих аеродинамічних елементів (зокрема насадків типу Брікса – Корта) для підвищення ефективності рухів у режимах вертикального та горизонтального польоту.

**Постановка задачі.** Розглядається задача відривного обтікання літального апарату з системою конфузурів Брікса – Корта потоком ідеальної нестисливої рідини, яка рухається з заданою швидкістю. Вважаємо, що існує така скалярна функція  $\varphi(x, r)$ , що векторне поле швидкості  $\vec{V}(x, r) = \nabla \varphi(x, r)$ .

У області існують межі  $L_x$  типів: поверхня  $L_d$  та вихровий слід  $L_v$  – поверхні тангенціального розриву швидкості. Поза  $L_v$ ,  $L_d$ , функція  $\varphi$  задовольняє умовам:

Для нашої задачі справедливе рівняння Лапласа:

$$\Delta \varphi = 0. \quad (1)$$

Течія потенційна:

Течія на нескінченності має сталу скінченну швидкість:

$$\lim_{|r| \rightarrow \infty} \nabla \varphi = \vec{V}_{\infty}, \quad (2)$$

$|r|$  – відстань від контуру,

$$|r| = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}. \quad (3)$$

Умова неперервності нормальної складової вектора швидкості на вільній рухомій межі  $L_v$ :

$$\left. \frac{\partial \varphi^+}{\partial n} \right|_{L_v} = \left. \frac{\partial \varphi^-}{\partial n} \right|_{L_v}. \quad (4)$$

Умова неперервності тиску при перетині вільної рухомої межі  $L_v$ :

$$p^+|_{L_v} = p^-|_{L_v}. \quad (5)$$

Умова непроникності потоку на поверхні насадку, літального апарату:

$$(\nabla \varphi) * \vec{n}^b = 0. \quad (6)$$

Умова визначення швидкості потоку у перерізі конфузору – поверхні диску, який імітує ідеальний пропелер:

$$(\nabla \varphi) * \vec{n}^{pr} = k * |\vec{V}_{\infty}|, \quad (7)$$

де  $\vec{n}_p$  – орт нормалі к пропелеру;  $\vec{n}_b$  – орт нормалі к ЛА;  $k$  – швидкість внутрішньої течії.

Дискретизована математична модель просторової аеродинамічної течії навколо ЛА. Дискретизована математична модель [5] для визначення швидкості течії, має представлення:

$$\vec{V}(x, y, z, t_{n+1}) = \vec{V}_\infty + \sum_{j=1}^M \Gamma_j(t_{n+1}) \vec{V}_j(x, y, z, x_{0j}, y_{0j}, z_{0j}) + \sum_p \sum_{i=1}^{n+1} \gamma_i^p \vec{V}_j(x, y, z, x_i^p(t_{n+1}), y_i^p(t_{n+1}), z_i^p(t_{n+1})), \quad (8)$$

де  $\vec{V}_j(x, y, z, x_{0j}, y_{0j}, z_{0j})$  – швидкість у точці  $(x, y, z)$ , яка породжена вихровим елементом, який знаходиться в точці  $(x_{0j}, y_{0j}, z_{0j})$  з інтенсивністю  $\Gamma = 1$ ;  $\Gamma_j$  – інтенсивність вихорів на нерухомій поверхні;  $\gamma_i^p$  – інтенсивність вихорів після відриву.

Математична модель просторового потенціалу, в області зі змінною межею визначається задачею:

$$\left. \frac{\partial(\varphi^+ - \varphi^-)}{\partial t} \right|_{\vec{r}_v} = 0, \quad \vec{r} = \vec{r}_v \in L_v(t); \quad (9)$$

$$\frac{\partial \vec{r}_v}{\partial t} = V(\vec{r}_v, t); \quad (10)$$

$$t = t_0 : L_0 = L_d(t_0) + L_v(t_0). \quad (11)$$

Результати моделювання ідеального пропелера в конфузурі Брікса-Корта для 3-х режимів польоту.

На рис. 7 – 12, рис. 19 – 24 та рис. 31 – 36: червоні лінії – ізолінії течії. Жовтими точками відмічені критичні точки, у яких швидкість течії  $v = 0$ . Зміщення критичної точки вздовж зовнішньої поверхні насадок забезпечує збільшення об'єму повітря, що проходить через насадок за одиницю часу, що збільшує імпульс на вихідному перерізі конфузору, що збільшує тягу рушія (табл. 1, табл. 2, табл. 3).

Моделювання течії за конфузуром Брікса-Корта при початковому режимі зльоту та посадки:

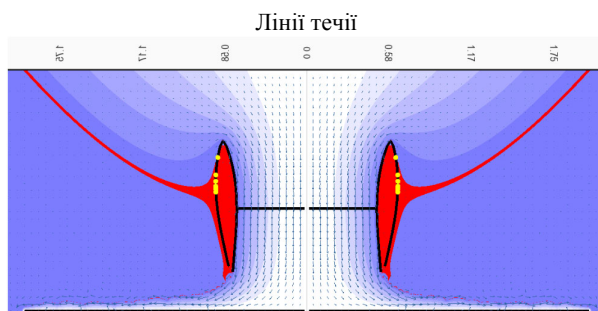


Рис. 7 –  $\alpha = 5$ ,  $k = 1 \dots 105$ .

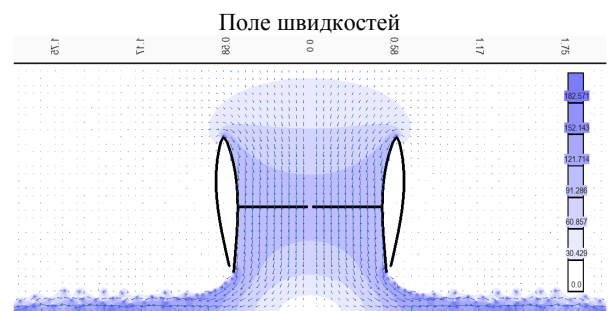


Рис. 8 –  $\alpha = 5$ ,  $k = 1 \dots 105$ .

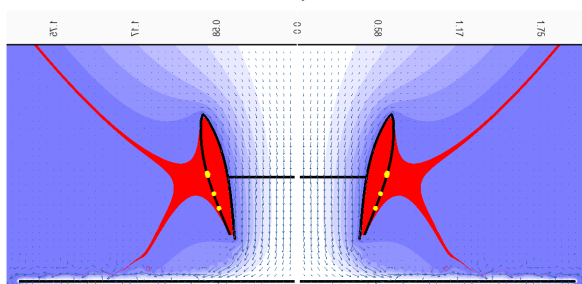


Рис. 9 –  $\alpha = 15$ ,  $k = 1 \dots 105$ .

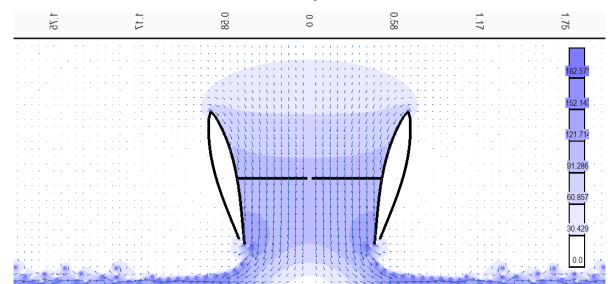


Рис. 10 –  $\alpha = 15$ ,  $k = 1 \dots 105$ .

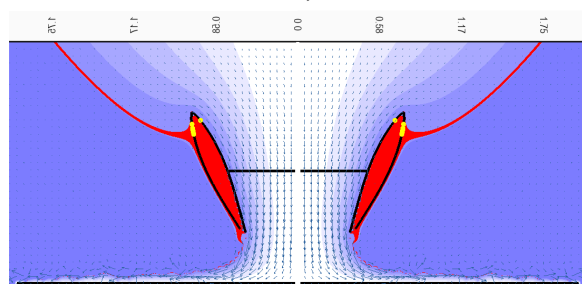


Рис. 11 –  $\alpha = 25$ ,  $k = 1 \dots 105$ .

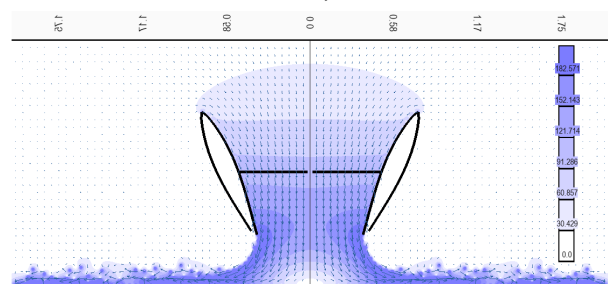
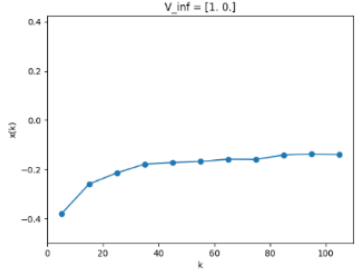
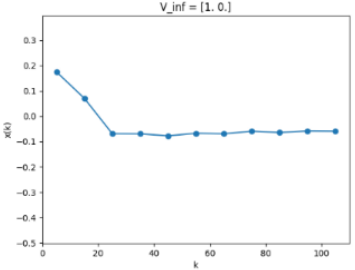
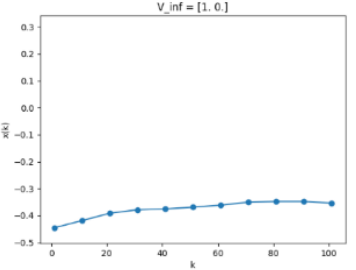
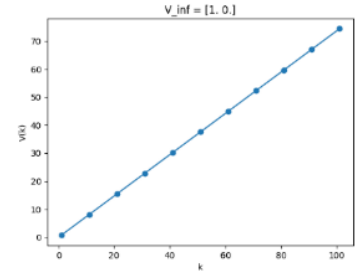
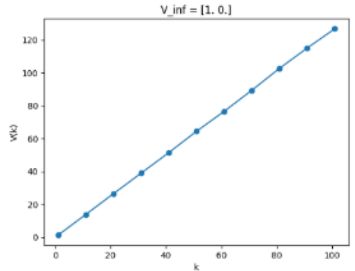
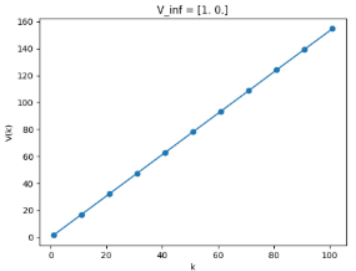
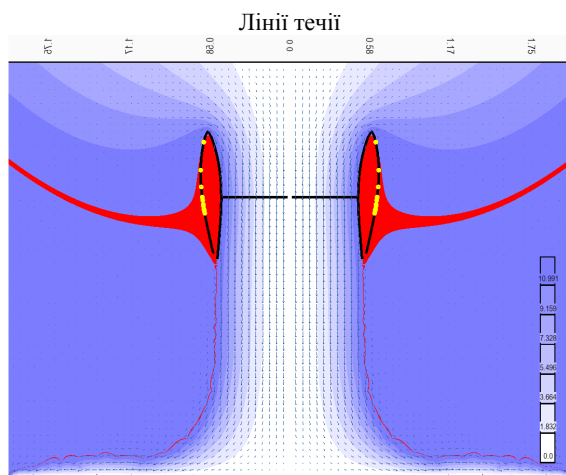
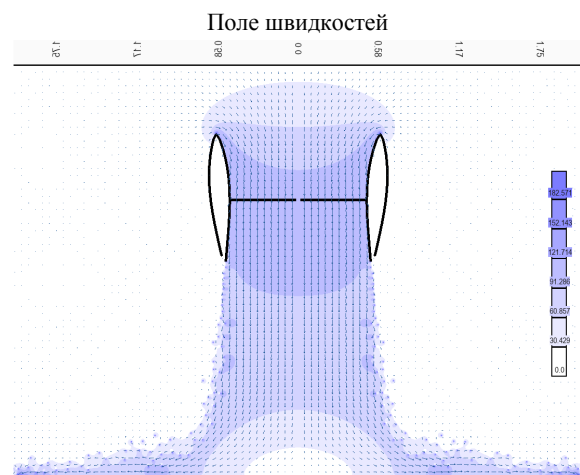
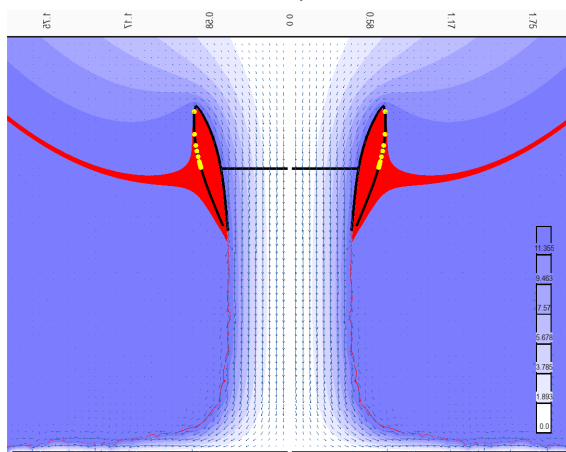
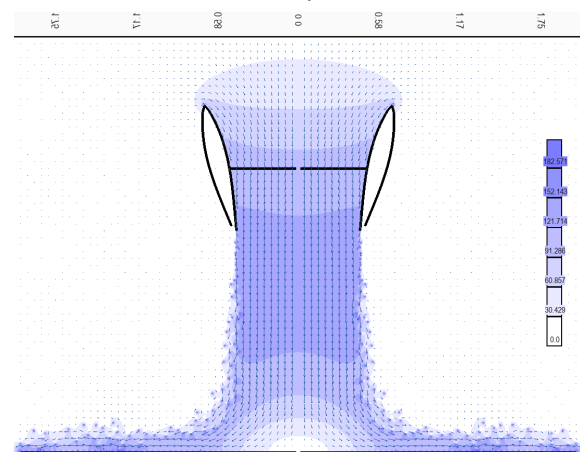


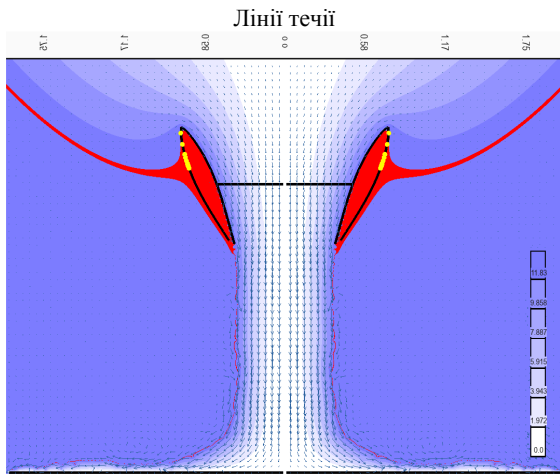
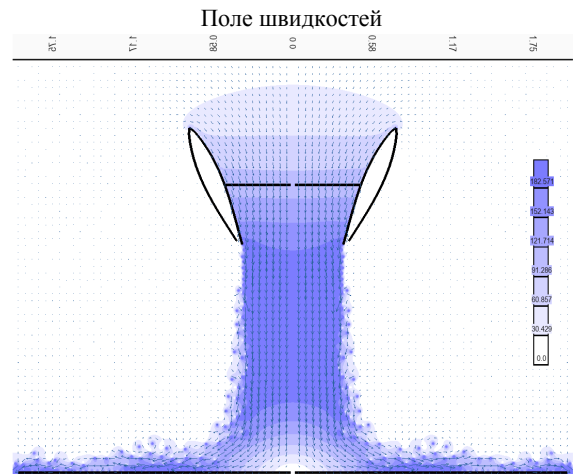
Рис. 12 –  $\alpha = 25$ ,  $k = 1 \dots 105$ .

Таблиця 1 – Залежність параметрів  $V(k)$ ,  $x(k)$  – індуктивної швидкості течії і координати критичної точки по осі  $OX$  (рис. 13 – 18)

| $\alpha = 5$                                                                      | $\alpha = 15$                                                                     | $\alpha = 25$                                                                       |
|-----------------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------|
|  |  |  |
| Рис. 13.                                                                          | Рис. 14.                                                                          | Рис. 15.                                                                            |
|  |  |  |
| Рис. 16.                                                                          | Рис. 17.                                                                          | Рис. 18.                                                                            |

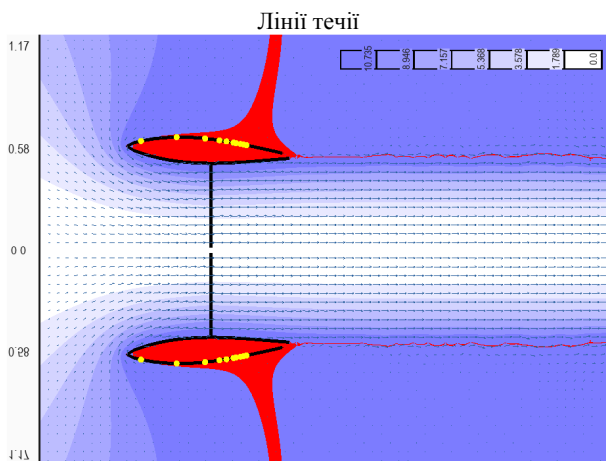
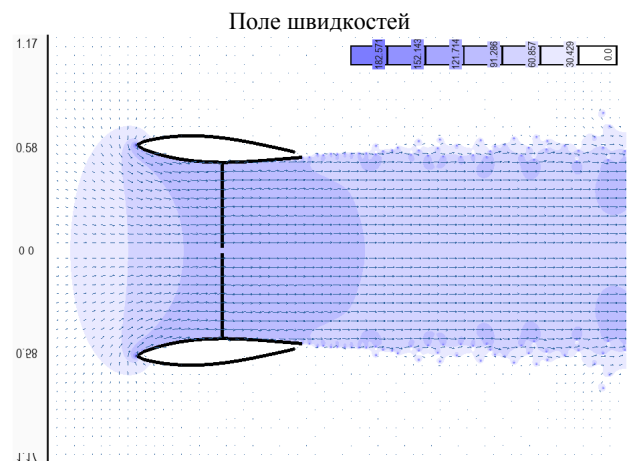
### Моделювання течії конфузorzом Брікса-Корта після відриву від платформи:

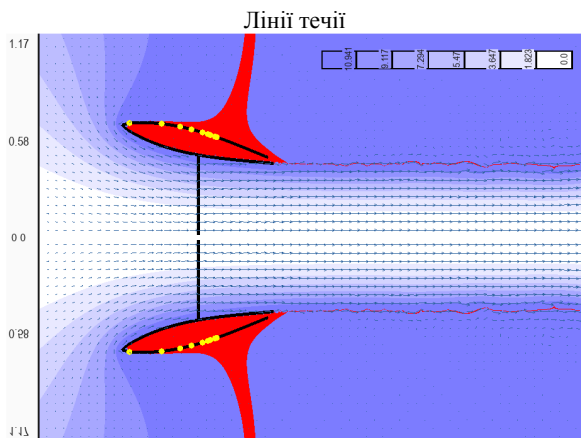
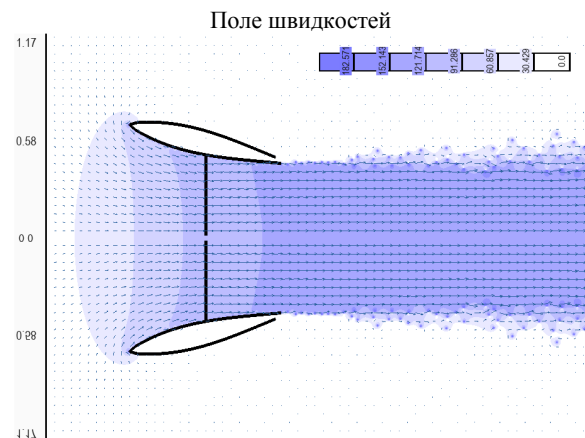
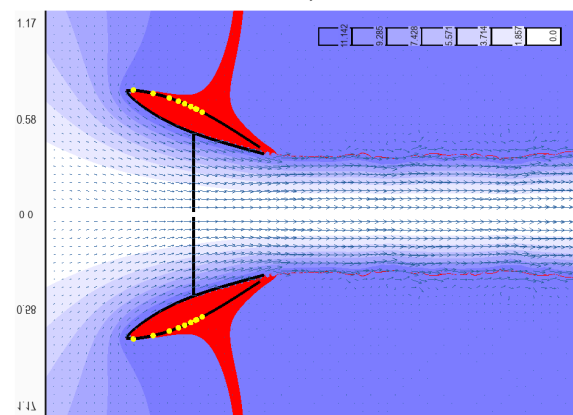
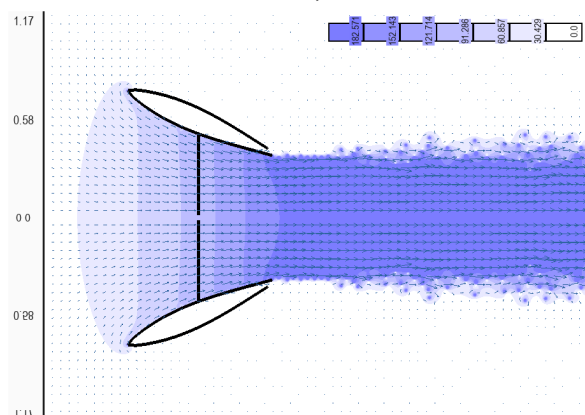
Рис. 19 –  $\alpha = 5$ ,  $k = 1 \dots 105$ .Рис. 20 –  $\alpha = 5$ ,  $k = 1 \dots 105$ .Рис. 21 –  $\alpha = 15$ ,  $k = 1 \dots 105$ .Рис. 22 –  $\alpha = 15$ ,  $k = 1 \dots 105$ .

Рис. 23 –  $\alpha = 25$ ,  $k = 1 \dots 105$ .Рис. 24 –  $\alpha = 25$ ,  $k = 1 \dots 105$ .Таблиця 2 – Залежність параметрів  $V(k)$ ,  $x(k)$  – індуктивної швидкості течії і координати критичної точки по осі  $OX$  (рис. 25 – 30)

| $\alpha = 5$ | $\alpha = 15$ | $\alpha = 25$ |
|--------------|---------------|---------------|
|              |               |               |
| Рис. 25.     | Рис. 26.      | Рис. 27.      |
|              |               |               |
| Рис. 28.     | Рис. 29.      | Рис. 30.      |

**Моделювання течії за конфуззором Брікса-Корта у горизонтальному положенні (режим горизонтального польоту):**

Рис. 31 –  $\alpha = 5$ ,  $k = 1 \dots 105$ .Рис. 32 –  $\alpha = 5$ ,  $k = 1 \dots 105$ .

Рис. 33 –  $\alpha = 15$ ,  $k = 1 \dots 105$ .Рис. 34 –  $\alpha = 15$ ,  $k = 1 \dots 105$ .Рис. 35 –  $\alpha = 25$ ,  $k = 1 \dots 105$ .Рис. 36 –  $\alpha = 25$ ,  $k = 1 \dots 105$ .Таблиця 3 – Залежність параметрів  $V(k)$ ,  $x(k)$  – індуктивної швидкості течії і координати критичної точки по осі  $OX$  (рис. 37 – 42)

| $\alpha = 5$ | $\alpha = 15$ | $\alpha = 25$ |
|--------------|---------------|---------------|
|              |               |               |
| Рис. 37.     | Рис. 38.      | Рис. 39.      |
|              |               |               |
| Рис. 40.     | Рис. 41.      | Рис. 42.      |

**Результати моделювання просторових течій навколо конструкції ЛА.** Результати моделювання просторових течій навколо конструкції ЛА (варіант з рис. 1) для кутів атаки  $0 \dots 10$  градусів,  $k = 2 \dots 4$ ,  $\lambda = 0 \dots 20$  градусів (рис. 43 – 54).

Моделювання течії при  $k = 2$ ,  $\alpha = 20^\circ$ , кут атаки  $0^\circ$

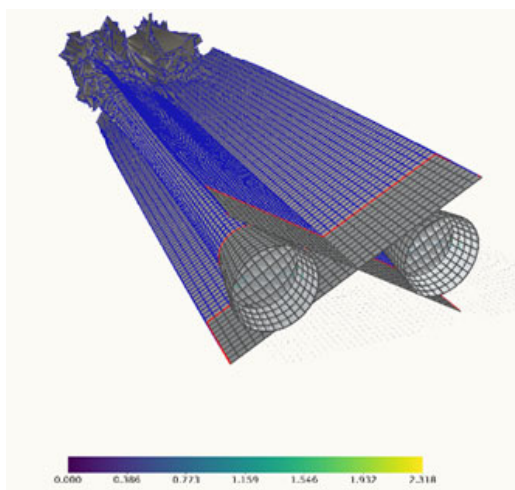


Рис. 43.

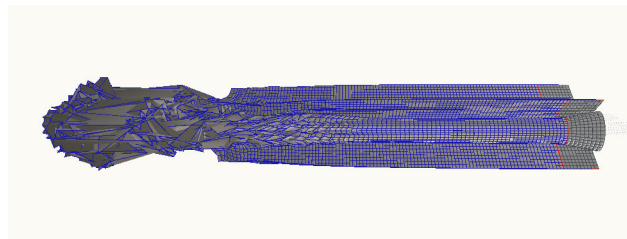


Рис. 44 – Вид збоку.

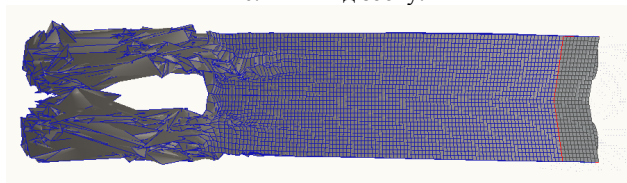


Рис. 45 – вид зверху.

Моделювання течії при  $k = 2$ ,  $\alpha = 20^\circ$ , кут атаки  $5^\circ$

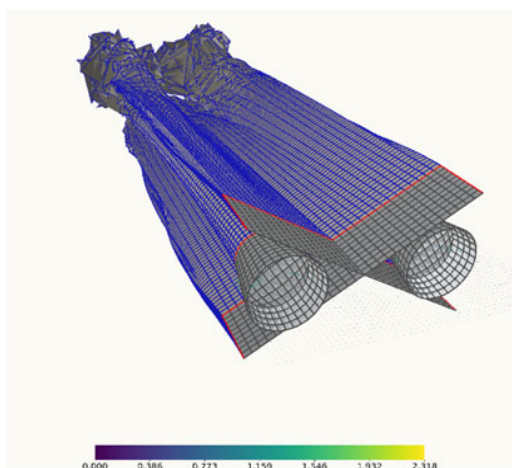


Рис. 46.

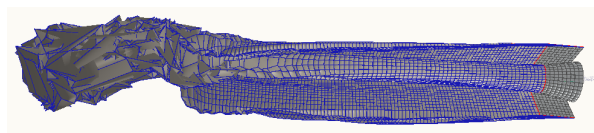


Рис. 47 – Вид збоку.

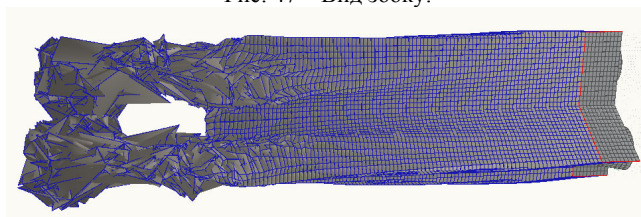


Рис. 48 – вид зверху.

Моделювання течії при  $k = 4$ ,  $\alpha = 20^\circ$ , кут атаки  $5^\circ$

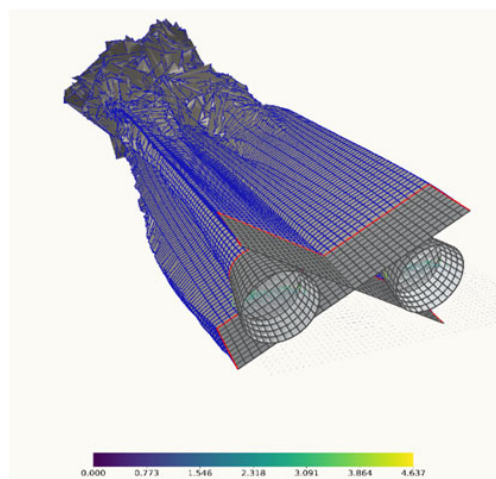


Рис. 49.

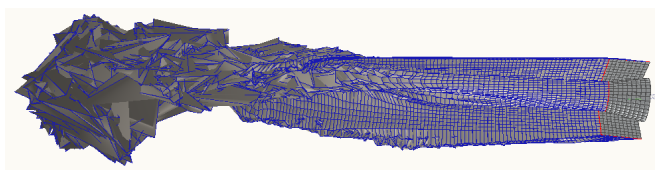


Рис. 50 – Вид збоку.

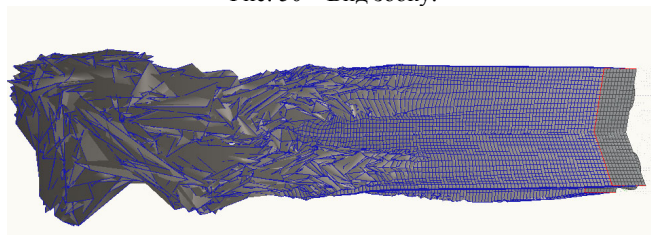


Рис. 51 – вид зверху.

Моделювання течії при  $k = 2$ ,  $\alpha = 20$ , кут атаки  $10^\circ$

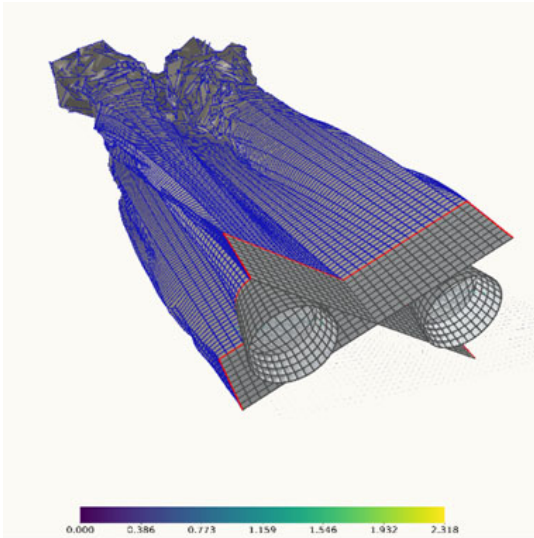


Рис. 52.

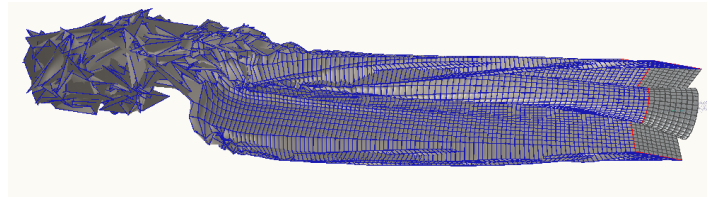


Рис. 53 – Вид збоку.

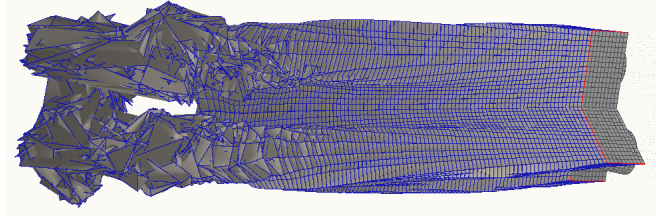


Рис. 54 – вид зверху.

**Висновки.** 1. Запропоновано математичну модель для концептуальної схеми індивідуального (малого, надлегкого ЛА нового компонування з новим режимом злету-посадки), який може бути оснащений системою електродвигунів для рушіїв з насадком Брікса-Корта.

2. Продемонстровано застосування обчислювальної технології, яка містить математичні моделі, методи та алгоритми обчислень, що надає можливість моделювати течії, які виникають навколо вісесиметричних перешкод або просторових перешкод довільної форми, а також течії, що породженні вісесиметричними пристроями, – системою конфузурів Брікса-Корта.

3. Продемонстровано, що струменеві течії за ідеальним пропелером з насадком Брікса-Корта (у вигляді конфузора) здатні у 1.5 – 2 рази збільшити швидкість струменя за конфузуром (що збільшує імпульс струменя та збільшує тягу рушія).

4. Представлені результати моделювання демонструють, що насадок-конфузор Брікса-Корта здатен значно підвищувати імпульс струменю, що дозволяє застосовувати його у якості аеродинамічного рушія.

5. Застосування конфузурів Брікса-Корта на системі рушіїв та вдаль компонування на ЛА рушіїв з системою крил надає нові маневрові та злітно-посадкові якості проєктування надмалих (індивідуальних) літальних апаратів.

#### Список літератури

1. Черній Д. І., Васін П. О., Пилипченко І. Ю. Математичні моделі відривних течій // Тези. VII Міжнародна наукова конференція «Сучасні проблеми механіки». (160-річчя кафедри механіки КНУ). – Київ, Україна, 2023. – С. 67.
2. Cherniy D., Vasin P., Pylypchenko I. Hypersingular integrals method for computation technologies // XXXVIII International Conference Problems of Decision MAKING UNDER UNCERTAINTIES (PDMU-2023). – 2023. – Page 28.
3. Пилипченко І. Ю., Черній Д. І. Моделювання течії з насадком Бріггса-Форта // Taras Shevchenko National University of Kyiv Proceeding of XXII International Scientific-Practical Conference «Shevchenkivska Vesna – 2024». – Kyiv, Ukraine, 2024. – P. 47.
4. Пилипченко І. Ю., Черній Д. І. Моделювання течії при наявності насадка Бріггса-Форта // Комп'ютерна гідромеханіка: Матеріали дев'ятої міжнародної науково-практичної конференції (Київ, 1–2 жовтня 2024 р.). – Київ : ІГМ НАН України, 2024. – P. 68–69.
5. Dovgij S. O., Lyashko S. I., Cherniy D. I. Algorithms of the Discrete Singularity Method for Computing Technologies // Cybernetics and Systems Analysis. – 2017. – Vol. 53. – no. 6. – P. 950 – 962. DOI: 10.1007/s10559-017-9997-4.

#### References (transliterated)

1. Cherniy D. I., Vasin P. O., Pylypchenko I. Yu. Matematychni modeli vidryvnykh techiy [Mathematical models of separated flows]. Tezy. VII Mizhnarodna naukova konferentsiya "Suchasni problemy mekhaniky" (160-richchya kafedry mekhaniky KNU) [Abstracts of the VII International Scientific Conference Modern Problems of Mechanics (160th Anniversary of the Department of Mechanics Taras Shevchenko National University of Kyiv)]. Kyiv, Ukraine, 2023. P. 67.
2. Cherniy D., Vasin P., Pylypchenko I. Hypersingular integrals method for computation technologies. XXXVIII International Conference Problems of Decision MAKING UNDER UNCERTAINTIES (PDMU-2023). 2023. Page 28.
3. Pylypchenko I. Yu., Cherniy D. I. Modelyuvannya techiyi z nasadkom Briggsa-Forta [Modeling of flow with a Briggs-Fort nozzle]. Taras Shevchenko National University of Kyiv. Proceedings of the XXII International Scientific-Practical Conference "Shevchenkivska Vesna – 2024". Kyiv, Ukraine, 2024. P. 47.

4. Pylypchenko I. Yu, Cherniy D. I. Modelyuvannya techiy pry nayavnosti nasadka Briggsa-Forta [Flow modeling in the presence of a Briggs-Fort nozzle]. *Komp'yuterna gidromekhanika : Materialy dev'yatoyi mizhnarodnoyi naukovo-praktychnoyi konferentsiyi (Kyiv, 1–2 zhovtnya 2024r.)* [Computer Hydromechanics: Proceedings of the Ninth International Scientific-Practical Conference (Kyiv, October 1–2, 2024)]. Kyiv, IHM NAN Ukrainy Publ., 2024. P. 68–69.
5. Dovgii S. O., Lyashko S. I., Cherniy D. I. Algorithms of the Discrete Singularity Method for Computing Technologies. *Cybernetics and Systems Analysis*. 2017, Vol. 53, no. 6, pp. 950 – 962. DOI: 10.1007/s10559-017-9997-4.

Надійшла (received) 30.05.2025

#### Відомості про авторів / Information about authors

**Пилипенко Іван Юрійович** – студент 2-го курсу магістратури, факультет комп'ютерних наук та кібернетики, Київський національний університет імені Тараса Шевченка, м. Київ; тел.: (095) 056-47-19; ORCID: <https://orcid.org/0009-0000-3362-3018>; e-mail: [vindiesel2771@gmail.com](mailto:vindiesel2771@gmail.com).

**Pylypchenko Ivan Yuriiovych** – 2nd-year Master's student, Faculty of Computer Science and Cybernetics, National Taras Shevchenko University of Kyiv, Kyiv; tel.: (095) 056-47-19; ORCID: <https://orcid.org/0009-0000-3362-3018>; e-mail: [vindiesel2771@gmail.com](mailto:vindiesel2771@gmail.com).

**Довгий Станіслав Олексійович** – доктор фізико-математичних наук, професор, академік НАНУ, завідувач відділу фізичного і математичного моделювання ІТГІП НАН України, м. Київ; тел.: (097) 410-11-03; ORCID: <https://orcid.org/0000-0003-1078-0162>; e-mail: [s.dovgii@gmail.com](mailto:s.dovgii@gmail.com).

**Dovgii Stanislav Oleksiiovych** – Doctor of Sciences, Professor, Academician of the NAS of Ukraine, Head of the Department of Physical and Mathematical Modeling, The Institute of Telecommunications and Global Information Space of the NAS of Ukraine, Kyiv; tel.: (097) 410-11-03; ORCID: <https://orcid.org/0000-0003-1078-0162>; e-mail: [s.dovgii@gmail.com](mailto:s.dovgii@gmail.com).

**Черній Дмитро Іванович** – доктор технічних наук, доцент, завідувач кафедри моделювання складних систем, факультет комп'ютерних наук та кібернетики, Київський національний університет імені Тараса Шевченка, м. Київ; тел.: (095) 830-72-87; ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-6378-8048>; e-mail: [d\\_cherniy@ukr.net](mailto:d_cherniy@ukr.net).

**Cherniy Dmytro Ivanovych** – Doctor of Engineering Sciences, Associate Professor, Head of the Department of Composite System Modeling, Faculty of Computer Science and Cybernetics, National Taras Shevchenko University of Kyiv, Kyiv; tel.: (095) 830-72-87; ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-6378-8048>; e-mail: [d\\_cherniy@ukr.net](mailto:d_cherniy@ukr.net).