

Н. С. ГОРОДЕЦЬКА, І. В. СТАРОВОЙТ, В. Н. ОЛІЙНИК

ГЕНЕРАЦІЯ АНТИСИМЕТРИЧНИХ ХВИЛЬ В ПРУЖНОМУ ХВИЛЕВОДІ РІЗНИМИ ВИДАМИ НАВАНТАЖЕННЯ

Стаття присвячена аналізу ефективності збудження хвильового поля при вимушених коливаннях пружного напівшару з вільними бічними поверхнями при різних видах навантаження. Розглядалися антисиметричні коливання. Розв'язок поставленої граничної задачі було побудовано методом однорідних розв'язків. Відповідно до цього методу, хвильове поле представляється рядом по системі нормальних хвиль (з дійсними, чисто уявними і комплексними хвильовими числами), кожна з яких задовольняє граничним умовам на бічних поверхнях. При виконанні обчислень враховувалися всі нормальні хвилі з дійсними, чисто уявними і до 20 пар з комплексними хвильовими числами. Критерієм якості отриманого розв'язку був контроль точності виконання граничних умов на торці напівшару. Основна увага в роботі була зосереджена на оцінці ефективності збудження хвильового поля в напівшарі при різних видах навантаження на його торці та на розподілі енергії між біжучими хвилями різних порядків в залежності від частоти. В роботі було встановлено, що навіть в частотному діапазоні, в якому поширюється тільки одна біжуча хвиля, енергія, яка «закачується» в напівшар, залежить від частоти. Така залежність обумовлена дисперсійним характером нормальних хвиль в шарі. При фіксованій амплітуді навантаження за рахунок зміни розподілу переміщення точок по торцю напівшару із зміною частоти погіршується ступінь узгодженості типу навантаження і форми коливань. При збільшенні частоти, коли в хвильовому полі з'являються біжучі хвилі вищих порядків, хвильове поле стає ще складнішим. В роботі показано, що існують частотні діапазони, в яких тільки одна біжуча хвиля переносить основну частину енергії, яка надходить в напівшар. Розглядалися вимушені коливання при навантаженні згинальним моментом і перерізуючою силою. Показано, що ефективність збудження хвильового поля суттєво залежить від виду навантаження. Зокрема, встановлено, що сприйнятливості напівшару в області низьких частот при навантаженні перерізальною силою значно вище, ніж при навантаженні згинальним моментом.

Ключові слова: неруйнівний контроль, хвилі Лемба, дисперсія, вимушені коливання, енергетичний аналіз, пружний хвильовід, метод однорідних розв'язків, нормальні хвилі, енергетично домінуюча мода, власна частота.

N. S. GORODETSKA, I. V. STAROVOIT, V. N. OLIYNIK

GENERATION OF ANTI-SYMMETRICAL WAVES IN AN ELASTIC WAVEGUIDE BY DIFFERENT TYPES OF LOAD

The article is devoted to the analysis of the efficiency of excitation of the wave field during forced oscillations of an elastic half-layer with free lateral surfaces under different types of loading. Antisymmetric oscillations were considered. The solution of the boundary value task was constructed by the method of homogeneous solutions. According to this method, the wave field is represented by a series in a system of normal waves (with real, purely imaginary and complex wave numbers), each of which satisfies the boundary conditions on the lateral surfaces. When performing calculations, all normal waves with real, purely imaginary and up to 20 pairs with complex wave numbers were considered. The quality criteria of the obtained solution was the control of the accuracy of the boundary conditions at the end of the half-layer. The main attention in the research was focused on the assessment of the efficiency of excitation of the wave field in the half-layer under different types of loading at its end and on its distribution between moving waves of different orders depending on the frequency. It was found in the research that even in the frequency range in which only one moving wave propagates, the energy that is “pumped” into the half-layer depends on the frequency. This dependence is due to the dispersion nature of normal waves in the layer. At a fixed load amplitude the degree of consistency of the load type and the shape of the oscillations deteriorates with a change in frequency due to a change in the distribution of point displacements along the end of the half-layer. With increasing frequency, when higher-order moving waves appear in the wave field, the wave field becomes even more complex. The research shows that there are frequency ranges in which only one moving wave carries the main part of the energy entering the half-layer. Forced oscillations under bending moment and shear force loading were considered. It is shown that the efficiency of excitation of the wave field significantly depends on the type of loading. In particular, it was found that the susceptibility of the half-layer in the low-frequency region under shear force loading is much higher than under bending moment loading.

Key words: non-destructing testing, Lamb waves, dispersion, forced oscillations, energy analysis, elastic waveguide, method of homogeneous solution, normal mode, energy dominant mode, own frequency.

Вступ. Традиційний *ультразвуковий контроль* проводиться шляхом послідовного прозвучування конструкції безпосередньо під або поряд з датчиком. При тестуванні великих структур датчик сканує всю поверхню, що вимагає значних затрат. Альтернативним *методом є ультразвуковий контроль з використанням хвиль*. Це ефективний метод дистанційного обстеження конструкцій, при якому генерується хвиля по всій поверхні без сканування «точка в точку», що значно підвищує ефективність контролю.

Для конструкцій типу *пластин* найбільш широко використовуються *хвилі Лемба* для виявлення пошкоджень, оскільки вони дуже чутливі до перешкод на шляху поширення. Ці хвилі існують в *пластинчатих структурах* і, в залежності від *матеріалу і геометрії конструкції*, можуть поширюватись на значні відстані. Навіть в матеріалах з високим *коефіцієнтом затухання*, наприклад, композитах армованих вуглецевим волокном, хвилі Лемба поширюються на значні відстані, що дозволяє обстежувати великі області [1]. Ще однією перевагою хвиль Лемба є можливість виявляти внутрішні дефекти за рахунок зміни *просторової структури поля*. Напевно, робота [2] є однією з перших, в якій було запропоновано використовувати хвилі Лемба для неруйнівного контролю. Наявність дефекту оцінювалась на основі аналізу амплітуди переміщення, частоти, хвильового числа, часу отримання розсіяного від дефекту сигналу та інших характеристик хвиль Лемба.

В подальшому було опубліковано значну кількість робіт, в яких аналізувались різні дефекти, виявлені на основі аналізу поширення хвиль Лемба. Методи знаходження дефектів за допомогою хвиль Лемба стали загальноприйнятими для моніторингу як металевих конструкцій [1], так і композитів [3]. Незважаючи на високу ефективність і чутливість хвиль Лемба до дефектів, тестування з їх допомогою ускладнено, оскільки відбиті від де-

фекту сигнали важко інтерпретувати. Це обумовлено, перш за все, *дисперсійною* природою поля і *багатомодовою структурою*. Групова швидкість хвилі (швидкість переносу енергії) залежить від частоти, і якщо поле збуджується *широкосмуговим імпульсом*, то різні частотні складові будуть поширюватись з різною швидкістю, а форма імпульсу буде змінюватись при поширенні вздовж пластини, що значно ускладнює контроль. Крім того, необхідно враховувати, що для будь-якої частоти існує два режими коливань (*симетричні* і *антисиметричні хвилі*). Тому, навіть при гармонічних коливаннях на низьких частотах, в дальньому полі будуть поширюватись дві хвилі – симетрична і антисиметрична. При збільшенні частоти в хвильовому полі з'являються *моди вищих порядків*, що ще більше ускладнює інтерпретацію зареєстрованих сигналів.

Основні проблеми, які виникають при застосуванні неруйнівних методів контролю на основі хвиль, полягають в необхідності спочатку згенерувати контрольну хвилю, прийняти розсіяний на дефекті сигнал і розробити методи аналізу отриманого сигналу. Здебільшого увага приділялась аналізу розсіяного на дефекті поля, питання впливу навантаження, яке генерує контрольну хвилю, і ефективність збудження хвильового поля практично не досліджувались. При цьому слід зауважити, що дисперсійні властивості хвиль проявляються не тільки при поширенні, але і в тому, що енергія, яку можливо «закачати» в хвилевід, також залежить від частоти. Проте лише в кількох роботах на основі розв'язання модельних задач розглядаються особливості збудження хвильового поля заданими навантаженнями. В [4] аналізувалось хвильове поле при симетричних коливаннях пружного напівшару, збуджене нормальним навантаженням на торці при відсутності дотичного напруження. Аналогічна задача, також для симетричних коливань, була розв'язана в [5] при збудженні напівшару рівномірним осьовим переміщенням (*змішана задача*). В [6] вимушені коливання збуджувались нерівномірним навантаженням і нерівномірним переміщенням. В цих роботах було проведено аналіз розподілу енергії, що «закачується» в напівшар, між різними модами, які поширюються, і встановлено частотні діапазони, в яких енергетично домінує тільки одна мода. Оцінка енергії, що «закачується» в напівшар, не розглядалася.

Аналіз останніх досліджень. Вибір частоти і способу генерації контрольної хвилі є визначальним для ефективного збудження хвильового поля і «закачування» максимальної енергії в конструкцію. Для інтерпретації розсіяного на дефекті сигналу важливо розділити *біжучі хвилі* різних порядків, особливо в області відносно високих частот, і встановити *енергетично домінуючу хвилю* на даній частоті. Особливості збудження біжучих хвиль в області відносно високих частот і виділення найбільш енергетично значущої хвилі вивчалось на модельних задачах про вимушені коливання напівшару для симетричних коливань при динамічних [4] і змішаних граничних умовах на торці [5], [6]. Антисиметричні коливання не розглядались.

В даній роботі на основі розв'язку модельної задачі при вимушених антисиметричних коливаннях напівшару встановлені частотні діапазони, в яких перша і друга біжучі хвилі будуть найбільш енергетично виражені.

Постановка задачі. Розглядається *модельна задача* про вимушені гармонічні коливання пружного ізотропного напівшару ($|y| \leq 1$, $0 \leq z < \infty$), бічні поверхні якого вільні від напружень, а на торці прикладене динамічне навантаження. Фізичні властивості середовища задаються *коефіцієнтом Пуассона* ν і модулем зсуву μ . В подальшому всі величини нормовані на половину ширини напівшару H .

Необхідно знайти хвильове поле $\vec{u}(y, z)$, яке задовольняє *векторному рівнянню Ламе*:

$$\mu \Delta \vec{u} + (\lambda + \mu) \text{grad div } \vec{u} = \rho \frac{\partial^2 \vec{u}}{\partial t^2}, \quad (1)$$

граничним умовам:

$$\sigma_{yy}(\pm 1, z) = 0, \quad \tau_{zy}(\pm 1, z) = 0, \quad z \geq 0 \quad (2)$$

і збуджується навантаженням на торці, яке розкладається у *ряд Фур'є*:

$$\sigma_{zz}(y, 0) = 2\mu f(y) = 2\mu \sum_{k=1}^{\infty} (-1)^k f_k \sin \beta_k y, \quad \tau_{zy}(y, 0) = 2\mu \phi(y) = 2\mu \sum_{k=1}^{\infty} (-1)^k \cos \beta_k y. \quad (3)$$

Розглядається антисиметричне хвильове поле відносно площини $y = 0$.

Метод розв'язання. В даній роботі для розв'язання поставленої граничної задачі використовувався *метод однорідних розв'язків*, у відповідності до якого хвильове поле представляється рядом по системі нормальних хвиль (з дійсними, чисто уявними і комплексними хвильовими числами), кожна з яких задовольняє граничним умовам на бічних поверхнях. Таке представлення містить нескінченне число комплексних коефіцієнтів, значення яких знаходяться при виконанні граничних умов на торці напівшару.

Вектор переміщення, який відповідає нормальній хвилі з хвильовим числом ξ , має вигляд:

$$u_z = i\xi \left[p_2 \frac{shp_2 y}{chp_2} - \frac{\xi^2 + p_2^2}{2p_1} \frac{shp_1 y}{chp_1} \right] \ell^{i\xi z}, \quad u_y = \left[\xi^2 \frac{chp_2 y}{chp_2} - \frac{\xi^2 + p_2^2}{2} \frac{chp_1 y}{chp_1} \right] \ell^{i\xi z}. \quad (4)$$

Напруження, що відповідають цим переміщенням, знаходяться із закону Гука. Загальний розв'язок граничної задачі (2) – (3) запишемо у вигляді:

$$2\mu f(x) = \sum_{j=1}^{\infty} C_j \sigma_{zz}(\xi_j, y) \cdot \ell^{i\xi_j z}, \quad 2\mu \varphi(x) = \sum_{j=1}^{\infty} C_j \tau_{zy}(\xi_j, y) \cdot \ell^{i\xi_j z}, \quad (5)$$

де C_j – комплексні амплітуди нормальних хвиль, а ξ_j – корені дисперсійного рівняння:

$$\Delta(\xi) = \xi^2 p_2 \text{th} p_2 - (2\xi^2 - \Omega_2^2) \frac{\text{th} p_1}{4p_1} = 0, \\ p_j(\xi) = \begin{cases} \sqrt{\xi^2 - \Omega_j^2}, & |\xi| \geq \Omega_j, \\ -i\sqrt{\Omega_j^2 - \xi^2}, & |\xi| \leq \Omega_j, \end{cases} \quad j = 1, 2. \quad (6)$$

Розв'язок системи функціональних рівнянь (5) побудований методом колокацій, у відповідності до якого граничні умови (3) виконувались в N точках. Загальна кількість точок визначалась точністю виконання граничних умов (3) і дорівнювала загальній кількості нормальних хвиль, які враховували для опису поля. При цьому враховувались всі дійсні і чисто уявні корені дисперсійного рівняння (6), а також обмежена кількість пар комплексних коренів. Точки колокацій розташовувались по поверхні $z = 0$ рівномірно, водночас точки колокацій для нормальних і дотичних напружень не співпадали. При врахуванні 20 пар комплексних коренів для виконання граничних умов (3) похибка на перевищувала 0.5% заданого напруження. В роботі розглядаються два види навантаження.

Нормальне напруження (згинальний момент)

$$\sigma_{zz}(y, 0) = 2\mu \sin\left(\frac{\pi y}{2}\right), \quad \tau_{zy}(y, 0) = 0 \quad (7)$$

і навантаження за рахунок дотичних напруг (перерізальна сила)

$$\sigma_{zz} = 0, \quad \tau_{zy} = 2\mu \cos\frac{\pi y}{2}. \quad (8)$$

Середній за період потік потужності, який «закачується» в напівшар

$$W = \frac{i\omega}{2} \mu \int_{-1}^1 (\sigma_{zz} \text{Im}(u_z) + \tau_{zy} \text{Im}(u_y)) dy. \quad (9)$$

Середній за період потік потужності, який переноситься біжучими хвилями, визначається виразом:

$$W_z = \sum_{k=1}^K E_z^{(k)}; \quad E_z^{(k)} = \frac{i\omega}{2} |C_k|^2 \cdot \int_{-h}^h [\sigma_{zz}(\xi_k, y) u_z(\xi_k, y) - \tau_{zy}(\xi_k, y) u_y(\xi_k, y)] dy, \\ E_z^{(k)} = \mu\omega |C_k|^2 \Omega_2^2 (\xi_k^2 - \Omega_1^2) \frac{\Delta'(\xi_k)}{2}. \quad (10)$$

Порівняння енергії, яка «закачується» у напівшар, і енергії, яка поширюється від торця (закон збереження енергії), є додатковим критерієм достовірності отриманих результатів. Для даної граничної задачі закон збереження енергії виконувався з точністю 99.91% відносно енергії, що надходить у напівшар.

Аналіз результатів. Насамперед розглянемо нормальне навантаження (7).

Рис. 1 відображає частотну залежність нормованої величини енергії, яка «закачується» в напівшар $E = W / (2\omega\mu)$. На рис. 1 видно значну залежність споживаної напівшаром енергії від частоти. При фіксованій амплітуді навантаження частотна залежність енергії обумовлена зміною швидкостей точок по торцю напівшару. На рис. 1 виділимо два інтервали. Перший – до критичної частоти для другої хвилі ($\Omega_2 = \pi/2$), коли в напівшарі може поширюватись тільки одна біжуча хвиля, що переносить енергію в дальнє поле. В цьому діапазоні залежність споживаної енергії може бути обумовлена зміною ступеня узгодженості навантаження та форми коливань. Така ситуація цілком можлива, оскільки розподіл переміщення (швидкостей) в нормальних хвилях істотно залежить від частоти. Другий частотний діапазон – коли в напівшарі з'являються біжучі хвилі вищих порядків. На цьому інтервалі частот можна виділити два локальні максимуми. Перший – на частоті $\Omega_2 = \pi/2$, яка є критичною частотою для другої хвилі, що поширюється, другий – на частоті $\Omega_2 = 4.3$.

На перший погляд локальні максимуми, які представлені на рис. 1, можуть вказувати на наявність резонансних ситуацій в заданому частотному діапазоні. Проте зростання енергії, яка «закачується» у систему з розподіленими параметрами, може бути обумовлене двома чинниками. Збільшення «закачуваної» енергії може бути пов'язане як із близькістю частоти зовнішнього навантаження до власної частоти системи, так і з підвищенням ступеня узгодженості навантаження та форми коливань, як вже було зазначено. Ілюстрацію впливу біжучих хвиль різних порядків на розподіл споживаної енергії між хвилями дають дані, представлені на рис. 2.

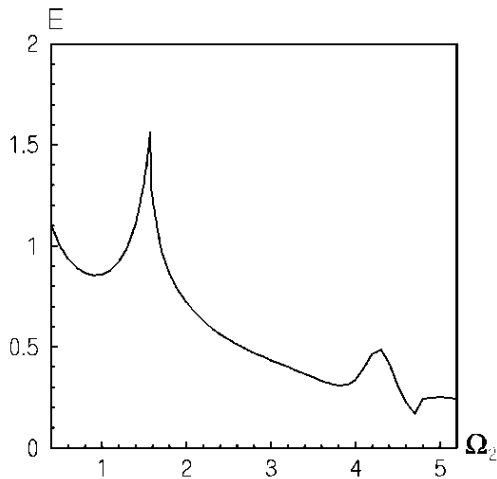


Рис. 1 – Частотна залежність середнього за період потоку потужності, який «закачується» в напівшар при збудженні поля згинальним моментом.

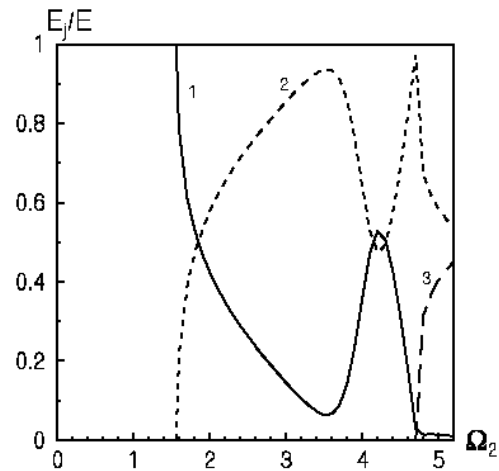


Рис. 2 – Процентний розподіл середнього за період потоку потужності між біжучими хвилями різних порядків в залежності від частоти. Номер кривої відповідає номеру біжучої хвилі.

Номер кривої відповідає номеру хвилі, що поширюється. Починаючи зі своєї критичної частоти, друга нормальна хвиля збільшує свою енергоємність і на рис. 2 чітко виділяються частотні діапазони, де ця хвиля переносить максимум енергії. Явище домінуючого характеру однієї біжучої хвилі в певних частотних діапазонах добре відоме і відмічалось в багатьох роботах для різних типів навантажень [4], [5], [6], проте на сьогодні загального пояснення такого розподілу енергії між різними біжучими хвилями немає. Енергія, яку переносить кожна біжуча хвиля, є добутком двох множників (10). Перший – квадрат амплітуди хвилі. Амплітуда залежить від граничних умов на торці і знаходиться з розв'язку граничної задачі. Другий визначається дисперсійними властивостями для кожної біжучої моди і не залежить від виду навантаження. При цьому залежність потоку потужності від частоти досить складна і визначається як повздовжніми і поперечними складовими нормальної хвилі, так і взаємодією цих складових (відповідно до $\Delta'(\xi)$)

Повертаючись до розподілу енергії між біжучими модами, відзначимо, що друга мода найбільш енергетично виражена в діапазоні $1.8 \leq \Omega_2 \leq 5.2$. Лише в околі частоти $\Omega_2 = 4.2$ енергія другої моди зменшується і досягає свого мінімуму на цій частоті (рис. 2). Хоча друга мода залишається енергетично домінуючою в зазначеному частотному діапазоні, але її інтенсивність змінюється, що обумовлено як залежністю її амплітуди від частоти, так і зміною ступеню узгодженості навантаження та форми коливань.

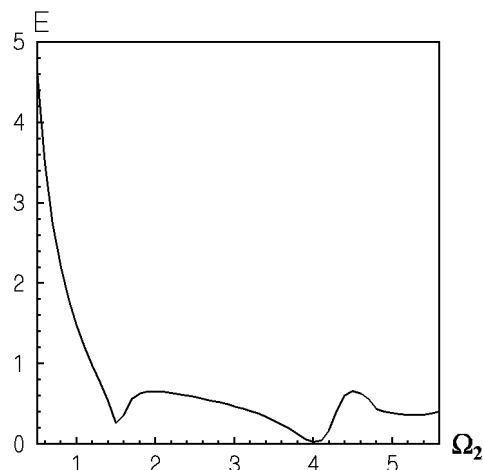


Рис. 3 – Частотна залежність середнього за період потоку потужності, який «закачується» в напівшар при збудженні поля перерізальною силою.

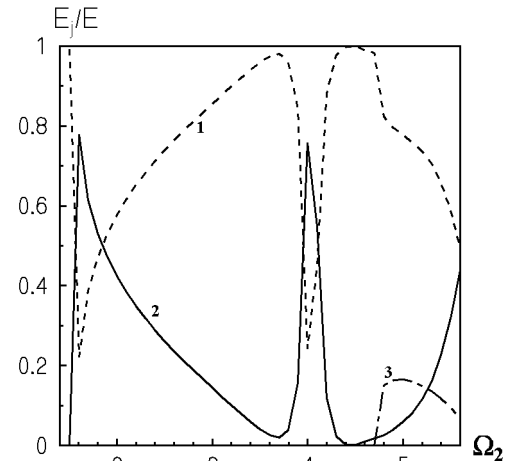


Рис. 4 – Процентний розподіл середнього за період потоку потужності між біжучими хвилями різних порядків в залежності від частоти. Номер кривої відповідає номеру біжучої хвилі.

Подальше поглиблення уявлень про особливості згинального деформування напівшару можна отримати при розгляді навантаження типу сили, що перерізує. В даному випадку це реалізується заданням розподілу дотичних напружень на торці (8).

На рис. 3 відображена залежність середнього за період потоку потужності від частоти $E = W / (2\mu\omega)$.

При порівнянні даних на рис. 1 і рис. 3 перш за все слід звернути увагу на те, що енергетична сприйнятливість напівшару в області низьких частот при навантаженні перерізальною силою значно вище, ніж при навантаженні згинальним моментом. Наступним принципово важливим моментом є те, що при зміні типу навантаження локальний максимум енергоспоживання, який спостерігається на рис. 1 на критичній частоті другої моди ($\Omega_2 = \pi/2$), зник. Це підтверджує припущення, що цей максимум був обумовлений високим ступенем узгодженості характеру нормального навантаження та розподілу напруження у другій хвилі. У той же час другий локальний максимум на частоті $\Omega_2 = 4.5$ зберігся, хоча частота цього максимуму підвищилась. Оскільки другий максимум зростання енергоспоживання коливальної системи близький для різних видів навантажень при незначній зміні інтенсивності, то, очевидно, він обумовлений близькістю частоти зовнішнього навантаження до певної характерної (власної) частоти напівшару. Відмінність в характері навантаження проявляється і при розгляді енергетичної ефективності різних біжучих хвиль. На рис. 4 наведено частотну залежність енергетичної ефективності біжучих хвиль різних порядків. Номер кривої відповідає номеру біжучої хвилі. Особливістю даного графіка є дуже різке збільшення енергії, яка переноситься другою біжучою хвилею, в околі критичної частоти для цієї моди. При подальшому зростанні частоти енергоємність другої моди падає, і домінуючою виявляється перша мода. Для другого випадку прикладене навантаження є дотичним, а, відповідно до рис. 3, енергія першої нормальної хвилі визначається дотичними напруженнями, тому, ймовірно, саме перша біжуча хвиля в діапазоні частот $1.8 \leq \Omega_2 \leq 5.2$ буде енергетично домінуючою. Проте в околі частоти $\Omega_2 = 4.2$ перша біжуча хвиля стрімко втрачає свою енергію, і друга біжуча хвиля стає домінуючою. Як вже зазначалось, такий характер зміни порядку енергетично домінуючої хвилі, найімовірніше, обумовлений близькістю частоти зовнішнього навантаження до власної частоти напівшару. Зауважимо, що частота $\Omega_2 = 4.2$ не є критичною частотою для хвиль, що поширюються, тому в околі цієї частоти, імовірно, відбувається значне збудження хвиль з комплексним хвильовим числом. Хоча ці моди енергію не переносять, проте їх збудження значно перебудовує хвильове поле в околі торця, що призводить до змін в розподілі енергії, яка закачується в напівшар, між біжучими хвилями.

Перспективи подальших досліджень. Автори вважають, що подальший напрямок досліджень ефективно-сті збудження пружних хвилеводів пов'язаний із встановленням впливу коефіцієнта Пуассона на енергію, яка «закачується». Відомо, що при антисиметричних коливаннях напівшару в області частот, де поширюються дві нормальні моди, існує крайовий резонанс. Цей резонанс обумовлений значним збудженням неоднорідних хвиль, що призводить до суттєвої перебудови хвильового поля. Частота крайового резонансу і його добротність змінюються з коефіцієнтом Пуассона. При цьому резонанс має місце тільки для $\nu > 0.32$. Частота крайового резонансу є власною частотою системи, тому на цій частоті можливе значне зростання енергії, яка «закачується» в систему.

Висновки. Представлена робота є науковим підґрунтям для створення методик активних методів неруйнівного контролю, які ґрунтуються на випромінюванні та прийманні акустичних сигналів. Генерація зондувального сигналу з заданими характеристиками і розуміння особливостей поширення хвиль в пружних тілах є ключовими моментами при застосування активних методів контролю.

В роботі показана значна частотна залежність енергії, яка «закачується» в пружний напівшар при вимушених антисиметричних коливаннях. Такий ефект, перш за все, обумовлений залежністю форми нормальної моди від частоти. В області високих частот, коли в напівшарі поширюється декілька нормальних хвиль, відбувається обмін енергії між модами різних порядків, що в свою чергу ускладнює частотну залежність. Дані щодо обміну енергією між модами і встановлення енергетично домінуючої моди, необхідно враховувати при реєстрації хвиль при використанні високочастотних збудрень. Показано, що локальні екстремуми, в залежності енергії від частоти, мають місце на високочастотних системах. Крім того, в роботі, на основі порівняння вимушених антисиметричних коливань в пружному напівшарі, встановлено суттєві відмінності ефективності збудження хвильового поля при різних видах зовнішнього навантаження. Зокрема знайдено, що при навантаженні пружного хвилеводу перерізальною силою в області низьких частот, ефективність передачі енергії в дальнє поле значно вище, ніж при навантаженні згинальним моментом. Такий ефект обумовлений ступенем узгодженості навантаження та форми коливань. Але ряд питань, які виникають при розгляді наведених кількісних даних, недостатньо зрозумілі і вимагають подальшого аналізу, особливо в околі частоти $\Omega_2 = 4.2$.

Список літератури

1. Samuel Chukwumeka Olisa, Muhammad A. Khan, Andrew Starr. Review of Current Guided Wave Ultrasonic Testing (GWUT) Limitations and Future Directions // *Sensors*. – 2021. – Vol. 21. – Issue 3. – p. 811. DOI : 10.3390/s21030811.
2. Worlton D. C. Experimental Confirmation of Lamb Waves at Megacycle Frequencies // *Journal of Applied Physics*. – 1961. – Vol. 32. – Issue 6. P. 967 – 971. DOI : 10.1063/1.1736196.
3. S. Naresh Kumar, K. Srikanth, B. Subbaratnam, Shakti P. Jena. Damage Detection in Composite Materials Using Lamb Wavemethod // *IOP Conference Series: Materials Science and Engineering*. 3rd International Congress on Advances in Mechanical Sciences, 27 – 28 August 2020. – Hyderabad, India. – 2020. – Vol. 998 012066. DOI : 10.1088/1757-899X/998/1/012066.

4. Peter J. Torvik, Jay J. McClatchey. Response of an Elastic Plate to a Cyclic Longitudinal Force // The Journal of the Acoustical Society of America. – 1968. – Vol. 44. – Issue 1. – P. 59 – 64. DOI : 10.1121/1.1911086.
5. Gregory R. D., Gladwell I. The Generation of Waves in a Semi-Infinite Plate by a Smooth Oscillating Piston // Journal of Applied Mechanics. – 1984. – Vol. 51. – Issue 4. – P. 787 – 791. DOI : 10.1115/1.3167725.
6. Baruch Karp. Generation of symmetric Lamb waves by non-uniform excitations // Journal of Sound and Vibration. – 2008. – Vol. 312. – Issues 1 – 2. – P. 195 – 209. DOI : 10.1016/j.jsv.2007.10.041.

References (transliterated)

1. Samuel Chukwuemeka Olisa, Muhammad A. Khan, Andrew Starr. Review of Current Guided Wave Ultrasonic Testing (GWUT) Limitations and Future Directions. *Sensors*. 2021, Vol. 21, Issue 3, p. 811. DOI : 10.3390/s21030811.
2. Worlton D. C. Experimental Confirmation of Lamb Waves at Megacycle Frequencies. *Journal of Applied Physics*. 1961, Vol. 32, Issue 6, pp. 967–971. DOI : 10.1063/1.1736196.
3. S. Naresh Kumar, K. Srikanth, B. Subbaratnam, Shakti P. Jena. Damage Detection in Composite Materials Using Lamb Wave method. *IOP Conference Series : Materials Science and Engineering. 3rd International Congress on Advances in Mechanical Sciences, 27 – 28 August 2020*. Hyderabad, India. 2020, Vol. 998 012066. DOI : 10.1088/1757-899X/998/1/012066998.
4. Peter J. Torvik, Jay J. McClatchey. Response of an Elastic Plate to a Cyclic Longitudinal Force. *The Journal of the Acoustical Society of America*. 1968, Vol. 44, Issue 1, pp. 59–64. DOI : 10.1121/1.1911086.
5. Gregory R. D., Gladwell I. The Generation of Waves in a Semi-Infinite Plate by a Smooth Oscillating Piston. *Journal of Applied Mechanics*. 1984, Vol. 51, Issue 4, pp. 787–791. DOI : 10.1115/1.3167725.
6. Baruch Karp. Generation of symmetric Lamb waves by non-uniform excitations. *Journal of Sound and Vibration*. 2008, Vol. 312, Issues 1 – 2, pp. 195–209. DOI : 10.1016/j.jsv.2007.10.041.

Надійшла (received) 30.03.2025

Відомості про авторів / Information about authors

Городецька Наталія Сергіївна – доктор фізико-математичних наук, професор, заступник директора з наукової роботи Інституту гідромеханіки НАН України, м. Київ; тел.: (093) 504-43-59; ORCID: <https://orcid.org/0000-0003-3305-522X>; e-mail: nsgihm@gmail.com.

Gorodetska Nataliia Serhiivna – Doctor of Physical and Mathematical Sciences, Professor, Deputy director for scientific work of the Institute of Hydromechanics of the NAS of Ukraine, Kyiv; tel.: (093) 504-43-59; ORCID: <https://orcid.org/0000-0003-3305-522X>; e-mail: nsgihm@gmail.com.

Старовойт Інна Валеріївна – кандидат фізико-математичних наук, науковий співробітник відділу Гідродинамічної акустики Інституту гідромеханіки НАН України, м. Київ; тел.: (067) 749-52-66; ORCID: <https://orcid.org/0000-0003-0956-7153>; e-mail: inna-mail@ukr.net.

Starovoit Inna Valeriivna – PhD of Physical and Mathematical sciences, Research Fellow at the Department of Hydrodynamic acoustics of the Institute of Hydromechanics of the NAS of Ukraine, Kyiv; tel.: (067) 749-52-66; ORCID: <https://orcid.org/0000-0003-0956-7153>; e-mail: inna-mail@ukr.net.

Олійник Валерій Никифорович – кандидат фізико-математичних наук, старший науковий співробітник відділу Гідродинамічної акустики Інституту гідромеханіки НАН України, м. Київ; тел.: (098) 225-25-11; ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-6366-650X>; e-mail: v_oliynik@yahoo.com.

Oliynik Valery Nykyforovych – PhD of Physical and Mathematical sciences, Senior Research Fellow at the Department of Hydrodynamic acoustics of the Institute of Hydromechanics of the NAS of Ukraine, Kyiv; tel.: (098) 225-25-11; ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-6366-650X>; e-mail: v_oliynik@yahoo.com.