

Я. П. ТРОЦЕНКО

ЧИСЕЛЬНЕ МОДЕЛЮВАННЯ ТЕЧІЇ РІДИНИ У ЦИЛІНДРИЧНОМУ КАНАЛІ, ЩО МІСТИТЬ ДВІ ДІАФРАГМИ ЗІ ЗМІННИМ ДІАМЕТРОМ ОТВОРІВ

Досліджено течію в'язкої нестисливої рідини у циліндричному каналі з двома послідовними діафрагмами зі змінним діаметром отворів на основі чисельного розв'язання нестационарних рівнянь Нав'є – Стокса. Алгоритм розв'язання базувався на методі скінченних об'ємів з використанням різницевої схеми другого порядку точності за простором та часом. Для інтерполяції конвективних членів використовувалася TVD (Total-Variation Diminishing) форма центрально-різницевої схеми з обмежувачем потоку. Зв'язаний розрахунок полів швидкості та тиску проводився за допомогою процедури PISO (Pressure Implicit Split Operator). Показано, що при відносно низьких числах Рейнольдса течія в області між діафрагмами є стаціонарною незалежно від діаметра отворів діафрагм. З передньої кромки першої діафрагми зривається поверхневий шар та утворює кільцевий зсувний шар. Всередині порожнини, утвореної діафрагмами, встановлюється циркуляційний рух. За більш високих числах Рейнольдса течія стає нестационарною. При наближенні до другої діафрагми у зсувному шарі утворюється послідовність кільцевих вихорів, що взаємодіють із поверхнею діафрагми та можуть призводити до виникнення тонального звуку. Зі збільшенням діаметра отворів діафрагм збільшується кут відриву примежового шару від передньої кромки першої діафрагми, внаслідок чого зменшується частка кінетичної енергії струменя, що бере участь у циркуляційному русі всередині порожнини між діафрагмами. При цьому значення критичного числа Рейнольдса, при якому починає збуджуватися тональний звук, а також число Струхалія збільшуються, тоді як частота генерованого звуку зменшується. При досягненні критичного значення діаметра отворів діафрагм циркуляційний рух дестабілізується, через що процес утворення кільцевих вихорів у зсувному шарі втрачає періодичність, і генерований звук набуває характеру шуму.

Ключові слова: пряме чисельне моделювання, метод скінченних об'ємів, нестационарна течія, канал з перешкодами, циліндрична порожнина, зсувний шар, вихрові структури, циркуляційний рух, автоколивання, число Струхалія.

YA. P. TROTSENKO

NUMERICAL SIMULATION OF FLUID FLOW IN A CYLINDRICAL DUCT WITH TWO DIAPHRAGMS OF VARIABLE ORIFICE DIAMETERS

The flow of a viscous incompressible fluid in a cylindrical duct containing two serial diaphragms with variable orifice diameters was studied based on the numerical solution of the unsteady Navier-Stokes equations. The solution algorithm was based on the finite volume method using second-order accurate difference schemes in both space and time. The TVD (Total-Variation Diminishing) form of a central-difference scheme with a flux limiter was used to interpolate the convective terms. The combined evaluation of the velocity and pressure fields was performed using the PISO (Pressure Implicit Split Operator) procedure. It was shown that at relatively low Reynolds numbers, the flow in the region between the diaphragms remains stationary regardless of the diameter of the diaphragm orifice. The surface layer separates from the leading edge of the first diaphragm, forming an annular shear layer. A circulation motion is established inside the cavity formed by the diaphragms. At higher Reynolds numbers, the flow becomes unsteady. As the flow approaches the second diaphragm, a sequence of ring vortices forms in the shear layer, interacting with the diaphragm surface and potentially leading to the emergence of tonal sound. When the diameter of the diaphragm orifice increases, the separation angle of the boundary layer at the leading edge of the first diaphragm increases. As a result, the share of the jet's kinetic energy participating in the circulation motion inside the cavity between the diaphragms decreases. Simultaneously, the critical Reynolds number at which the tonal sound begins to excite increases, as does the Strouhal number, while the frequency of the generated sound decreases. When the diameter of the diaphragm orifice reaches a critical value, the circulation motion becomes destabilized, causing the formation of ring vortices in the shear layer to lose periodicity, and the generated sound acquires a noisy character.

Key words: direct numerical simulation, finite volume method, unsteady flow, duct with baffles, cylindrical cavity, shear layer, eddy structures, circulation motion, self-sustained oscillations, Strouhal number.

Вступ. Необхідність дослідження течій у нерегулярних каналах зумовлена як теоретичними, так і прикладними проблемами в різних галузях науки і техніки. За певних умов наявність перешкод або порожнин у каналі призводить до виникнення автоколивань середовища і, як наслідок, до появи тонального звуку. Спричинений коливаннями потоку акустичний резонанс у трубопровідних системах часто виникає на електростанціях, хімічних заводах, компресорних установках, газотранспортних системах тощо [1]. Зокрема, небажані осциляції можуть виникати в регулюючих клапанах [2] або при транспортуванні рідини чи газу по гофрованих трубах, що може бути причиною серйозних структурних несправностей на морських газових платформах, повітропроводах та системах кондиціонування [3]. Утворення звужень у респіраторному тракті людини при його патологіях також може спричинити генерацію шумів, що потребують виявлення та класифікації [4]. Крім цього, визначення особливостей потоку крові у артеріях допомагає оцінити тяжкість коронарних стенозів (звужень поперечного перерізу), що є важливим фактором для призначення лікування кардіологічних хвороб [5].

У попередній роботі [6] було досліджено механізм зародження автоколивань у циліндричному каналі з двома послідовно розташованими діафрагмами за фіксованих значень діаметра отворів діафрагм та швидкості потоку. Метою цієї роботи є дослідження особливостей потоку рідини в даній динамічній системі залежно від діаметра отворів діафрагм та швидкості течії, а саме: моделювання даного процесу та чисельний розрахунок; аналіз структури потоку в області між діафрагмами; визначення характеристик автоколивальних рухів середовища, що можуть призводити до появи акустичних коливань.

В задачах про генерацію звуку потоками досліджуються величини, які безпосередньо залежать від часу. Тому розв'язання задач гідроаеродинамічної акустики потребує розвитку та застосування більш складних та специфічних методів [7]. Сьогодні для чисельного моделювання потоків в нерегулярних каналах використовуються як двовимірні вихрові методи [8], так і техніки прямого чисельного моделювання (DNS) [9] та моделюван-

ня великих вихорів (LES) [10]. В даній роботі чисельне моделювання проводиться за допомогою підходу DNS, який дозволяє отримати найбільш точні результати. Запропонований алгоритм розв'язання був застосований до подібних задач у роботі [11]. Отримані там результати узгоджуються із експериментальними та чисельними результатами інших авторів.

Постановка задачі. Розглядається течія рідини у напівнескінченному циліндричному каналі, що містить дві однакові осесиметричні діафрагми з отворами змінного діаметра. На рис. 1 зображено поздовжній переріз каналу в області діафрагм. Контури діафрагм у перерізі мають прямокутну форму. Вважається, що поверхні каналу та діафрагм нерухомі та абсолютно жорсткі. Потік рідини з густиною ρ потрапляє в розрахункову область з рівномірною швидкістю V_1 через ліву межу ($x = 0$) та покидає її через праву ($x = L$). Течія розглядається при швидкостях значно менших за швидкість звуку c в середовищі.

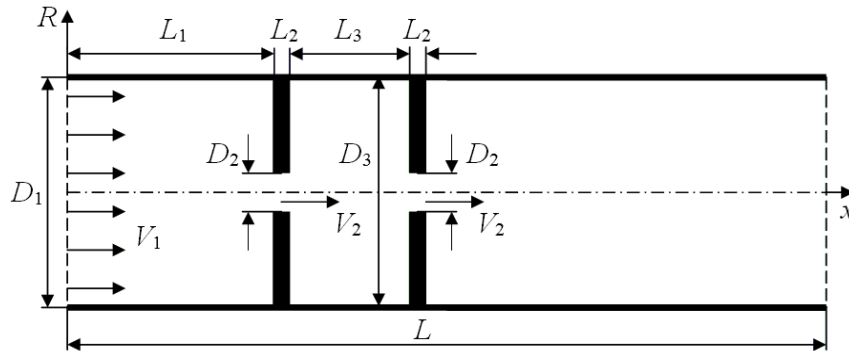


Рис. 1. Поздовжній переріз каналу.

Для проведення обчислень було обрано три варіанти діаметра отворів діафрагм $D_2 = \{2 \cdot 10^{-3}, 3 \cdot 10^{-3}, 4.62 \cdot 10^{-3}\}$ м. Решта геометричних параметрів розрахункової області обиралися такими: $D_1 = D_3 = 1.8 \cdot 10^{-2}$ м, $L_2 = 10^{-3}$ м, $L_3 = 5.8 \cdot 10^{-3}$ м. Розмір області вгору за потоком від першої діафрагми $L_1 = 2 \cdot 10^{-2}$ м, загальна довжина розрахункової області $L = 0.15$ м. Кінематична в'язкість середовища $\nu = 1.5 \cdot 10^{-5}$ м²/с відповідає в'язкості повітря при температурі 20°С.

Згідно з підходом Лайтхілла вважається, що акустичне поле не впливає на гідродинамічне поле течії [12]. У зв'язку з цим задача розв'язується в межах моделі в'язкої нестисливої рідини. Основним параметром задачі є число Рейнольдса, яке можна визначити як $Re = V_2 D_2 / \nu$, де V_2 – швидкість потоку в отворі першої діафрагми, усереднена за поперечним перерізом. В межах прийнятої моделі процес описується системою нестационарних рівнянь Нав'є – Стокса, що в безрозмірних величинах у векторній формі мають вигляд:

$$\frac{\partial U}{\partial t} + (U \cdot \nabla) U = \frac{1}{Re} \Delta U - \nabla p, \quad \nabla \cdot U = 0,$$

де p – скалярне поле тиску; U – векторне поле швидкості. Тут D_2 – масштаб довжини, V_2 – швидкості, D_2 / V_2 – часу, ρV_2^2 – тиску.

Крайові умови для швидкості: рівномірний потік на вході в розрахункову область, умова прилипання на твердих поверхнях Σ та м'яка крайова умова типу лінійної екстраполяції на виході з розрахункової області:

$$U|_{x=0} = (V_1, 0, 0), \quad U|_{\Sigma} = 0, \quad \frac{\partial U}{\partial x}|_{x=L} = 0.$$

Для тиску задавалася рівність нулю нормального градієнту на всій межі області окрім виходу з неї, де обирався постійний тиск рівний нулю:

$$\frac{\partial p}{\partial x}|_{x=0} = 0, \quad \frac{\partial p}{\partial n}|_{\Sigma} = 0, \quad p|_{x=L} = 0.$$

В початковий момент середовище знаходилося у стані спокою:

$$U(t=0) = 0, \quad p(t=0) = 0.$$

Чисельний алгоритм розв'язання. Розв'язання поставленої задачі проводилося чисельно за методом скінченних об'ємів з використанням бібліотек інструментарію з відкритим кодом OpenFOAM. Дискретизація здійснювалася за допомогою скінченно-елементного генератора сіток Gmsh. Припускалося, що рух рідини в області

між діафрагмами є близьким до осесиметричного. У зв'язку з цим за розрахункову область обирався циліндричний сектор (клин) з кутом розкриття 4° та одним елементом в азимутальному напрямку. У роботі [11] з метою верифікації отриманих результатів для подібних задач проводились тестові розрахунки при незмінних крайових умовах з використанням сіток з різною кількістю контрольних об'ємів та різними значеннями коефіцієнтів згущення вузлів.

На рис. 2 схематично зображено дискретизаційну сітку розрахункової області в околі отворів діафрагм в половині поздовжнього перерізу каналу. Використовувалася ортогональна блочно-структурована сітка зі згущенням вузлів в отворах діафрагм та при наближенні до їх поверхонь. Кількість контрольних об'ємів в радіальному напрямку в отворі діафрагм становила 69, 82 та 98 залежно від діаметра отворів діафрагм з найменшим кроком біля кутових точок – 10^5 м. Загальна кількість контрольних об'ємів змінювалась в межах від 203519 до 220094 відповідно.

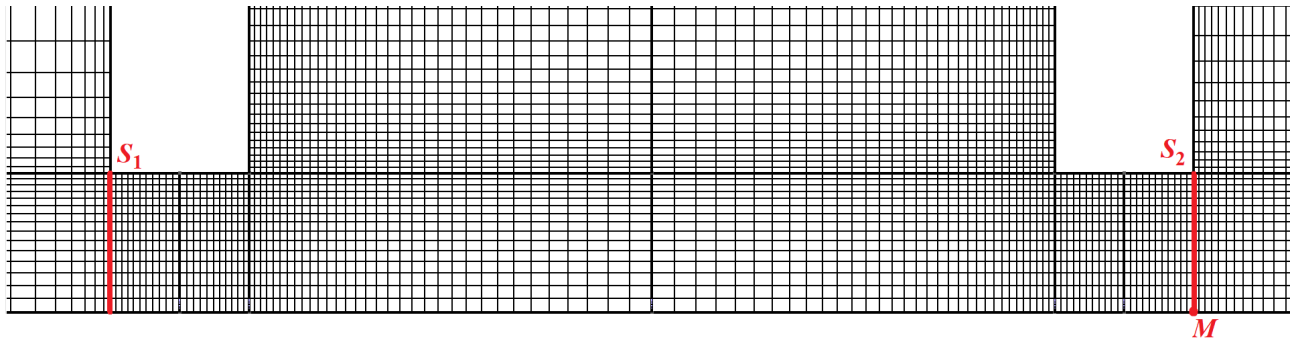


Рис. 2 – Схематичне зображення дискретизаційної сітки в околі отворів діафрагм.

Для обчислення об'ємних інтегралів за контрольним об'ємом застосовувалася *узгаальнена процедура Гауса*. Для інтерполяції конвективних членів застосовувалася імплементована у OpenFOAM TVD форма *центрально-різницевої схеми* для векторного поля з обмежувачем потоку $\Psi(q)$, що відповідає *узгаальненій кусково-лінійній схемі Chakravarthy – Osher*:

$$U_F = (U_F)_{UD} + \Psi \left[(U_F)_{CD} - (U_F)_{UD} \right].$$

Тут $(U_F)_{UD}$ – значення швидкості на грані контрольного об'єму, розраховане за *протипоточною схемою першого порядку*, $(U_F)_{CD}$ – значення швидкості на грані контрольного об'єму, розраховане за *центрально-різницевою схемою другого порядку*, $\Psi(q)$ – нелінійний обмежувач потоку, який є функцією відношення градієнтів швидкості на межах між даною коміркою та її сусідами вгору і вниз за потоком:

$$\Psi(q) = \max \left(\min \left(\frac{2}{k} q, 1 \right), 0 \right), \quad q = 2 \frac{(U_M - U_K)(U_N - U_M)}{(U_N - U_M)^2} - 1,$$

де K, M, N – три *центроїди*, послідовно розташовані в напрямку потоку [13]. В даній роботі обирався коефіцієнт $k = 1$, що відповідає більш високій стійкості розрахунку.

За схему дискретизації похідної за часом обиралася *неявна триточкова несиметрична схема другого порядку з різницями назад*. Зв'язаний розрахунок поля швидкості і тиску проводився за допомогою *процедури PISO* [14]. Щоб покращити якість матриці отриманої *системи лінеаризованих алгебраїчних рівнянь* використовувався *метод відкладеної корекції для конвективного члена DCM (Deferred Correction Method)* [15]. Для розв'язання систем із симетричними матрицями застосовувався *метод спряжених градієнтів PCG (Preconditioned Conjugate Gradient)* з передобумовленням типу *неповної факторизації Холецького DIC (Diagonal-based Incomplete Cholesky preconditioner)* [16], з асиметричними матрицями – *стабілізований метод біспряжених градієнтів PBICGStab (Preconditioned Biconjugate Gradient Stabilized)* з передобумовленням типу *неповної LU-факторизації DILU (Diagonal-based Incomplete Lower-Upper preconditioner)* [17]. Задача розв'язувалася з використанням *обчислювальних потужностей комплексу СКІТ Інституту кібернетики ім. В. М. Глушкова Національної академії наук України* [18]. Більш детально алгоритм розв'язання та обґрунтування вибору відповідних методів розглянуто у роботі [11].

З метою контролю точності обчислень поле швидкості чисельно інтегрувалося за *поперечними перерізами отворів діафрагм S_1 ($x = L_1$) та S_2 ($x = L_1 + 2L_2 + L_3$)* (рис. 2). Це дозволяло контролювати точність виконання *умови нестисливості середовища*, яку можна подати у вигляді:

$$\left| \frac{4 \int_{S_i} U_x ds - \pi D_1^2 V_1}{\pi D_1^2 V_1} \right| < \delta, \quad i = 1, 2.$$

Для результатів, представлених у даній роботі, відносна похибка δ не перевищувала $7.2 \cdot 10^{-3}$.

Аналіз результатів. Розглянемо спочатку випадок найменшого діаметра отворів діафрагм $D_2 = 2 \cdot 10^{-3}$ м. Відношення діаметра та довжини порожнини між діафрагмами до діаметра отворів становлять відповідно $D_3 / D_2 = 9$ та $L_3 / D_2 = 2.9$. При відносно низькому значенні числа Рейнольдса $Re = 1296$, що відповідає швидкості течії $V_1 = 0.12$ м/с ($V_2 = 9.72$ м/с), течія в області між діафрагмами є стаціонарною. На рис. 3, а зображено поле завихреності в половині поздовжнього перерізу хвилевода після закінчення перехідних процесів. З передньої кромки першої діафрагми зривається ламінарний примежовий шар та утворює на межі струменя та порожнини між діафрагмами кільцевий зсувний шар. Цей шар розрізається передньою кромкою другої діафрагми на дві частини, одна з яких проходить далі у отвір другої діафрагми, а друга втягується у циркуляційний рух всередині області між діафрагмами. У такий спосіб в глибині порожнини між діафрагмами утворюється великий кільцевий вихор, який добре видно на рис. 3, б, де зображено лінії течії. Отже, в даному випадку коливання в системі не виникають.

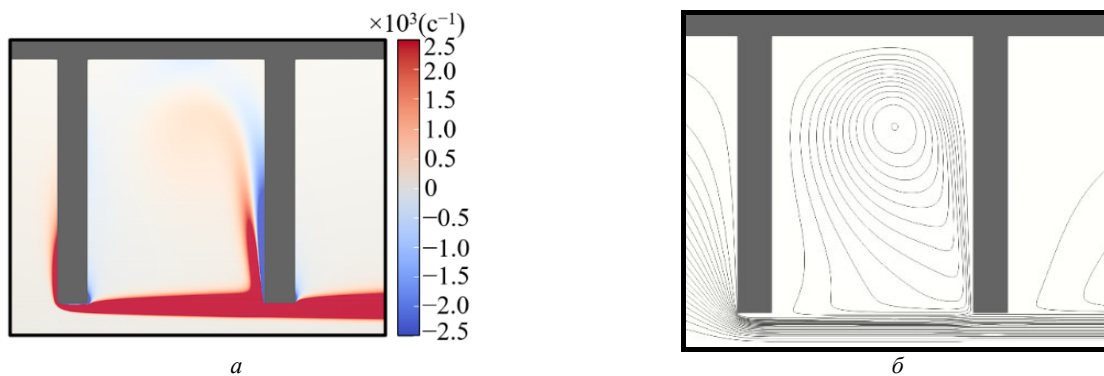


Рис. 3 – В області між діафрагмами при $D_2 = 2 \cdot 10^{-3}$ м та $Re = 1296$: а – поле завихреності; б – лінії течії.

При збільшенні числа Рейнольдса до $Re = 2700$ ($V_1 = 0.25$ м/с, $V_2 = 20.25$ м/с) течія в області між діафрагмами стає нестационарною (рис. 4, а). При наближенні до другої діафрагми у зсувному шарі послідовно утворюються кільцеві вихори, які набігають на поверхню діафрагми та розрізаються нею на дві частини. Як і в попередньому випадку, одна частина проходить далі за течією, а друга втягується у циркуляційний рух. Внаслідок взаємодії вихорів з діафрагмою виникають коливання полів швидкості та тиску в околі її отвору. Ці коливання мають періодичний характер та дають змогу оцінити частоту збуджених потоком акустичних коливань. Отже, в даному випадку, на відміну від попереднього, кількість енергії у зворотному зв'язку є достатньою для збудження автоколивань.

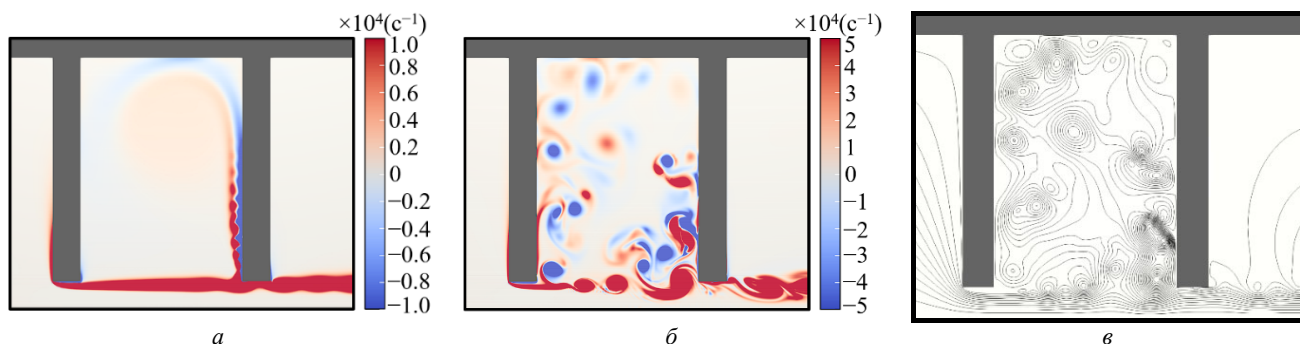


Рис. 4 – В області між діафрагмами при $D_2 = 2 \cdot 10^{-3}$ м: а – б – поле завихреності, а – $Re = 2700$; в – лінії течії, б, в – $Re = 6480$.

При збільшенні числа Рейнольдса до $Re = 6480$ ($V_1 = 0.6$ м/с, $V_2 = 48.6$ м/с) течія в області між діафрагмами значно ускладнюється. Великий вихор біля другої діафрагми вже не утворюється, через що зворотний

зв'язок стає нерегулярним (рис. 4, б). У зсувному шарі також утворюються кільцеві вихори і набігають на поверхню другої діафрагми, проте цей процес вже не є періодичним. При цьому місце формування цих вихорів зсувається ближче до першої діафрагми. При взаємодії вихорів у зсувному шарі з діафрагмою та її примезовим шаром утворюються вихори *додатної та від'ємної завихреності*, які рухаються проти течії та вглибину порожнини (рис. 4, в).

На рис. 5, а зображено амплітудно-частотний спектр коливань поздовжньої швидкості потоку в точці M на осі каналу в перетині отвору другої діафрагми S_2 ($x = L_1 + 2L_2 + L_3$, $R = 0$) при $D_2 = 2 \cdot 10^{-3}$ м, $Re = 2700$. В даному випадку чітко виділяється основна частота коливань $f = 1.14 \cdot 10^4$ Гц, що відповідає числу *Струхаля*, яке можна визначити як $St = fD_2/V_2$, рівному $St \approx 1.13$. Проте при $Re = 6480$ амплітудно-частотний спектр коливань поздовжньої швидкості у отворі другої діафрагми має характер, властивий шуму (рис. 5, б). Варто зазначити, що властивості спектру не залежать від вибору точки в отворі діафрагми як в першому, так і в другому випадку. Отже, при обраних параметрах тональний звук збуджується лише в обмеженому діапазоні чисел Рейнольдса $1296 < Re < 6480$.

Розглянемо тепер випадок більшого діаметра отворів діафрагм $D_2 = 3 \cdot 10^{-3}$ м ($D_3/D_2 = 6$, $L_3/D_2 \approx 1.93$). При значенні числа Рейнольдса $Re = 2880$ ($V_1 = 0.4$ м/с, $V_2 = 14.4$ м/с) течія в області між діафрагмами є стаціонарною, і вихори у зсувному шарі не утворюються (рис. 6, а). Отже, критичне значення числа Рейнольдса, при якому починають збуджуватись автоколивання, збільшилось у порівнянні з попереднім випадком ($Re_{кр} > 2880$).

При більшому значенні числа Рейнольдса $Re = 3240$ ($V_1 = 0.45$ м/с, $V_2 = 16.2$ м/с) вже відбувається періодичне утворення вихорів (рис. 6, б). Значних змін у структурі поля завихреності не спостерігається: товщина зсувного шару залишається незмінною; кільцеві вихори, що утворюються при наближенні до другої діафрагми, зберігають свій розмір. Проте збільшується кут відриву примезового шару від передньої кромки першої діафрагми, через що кільцеві вихори у зсувному шарі дещо віддаляються від поверхні другої діафрагми, що призводить до зменшення поверхні контакту. Внаслідок цього зменшується частка кінетичної енергії струменя, яка втягується у циркуляційний рух.

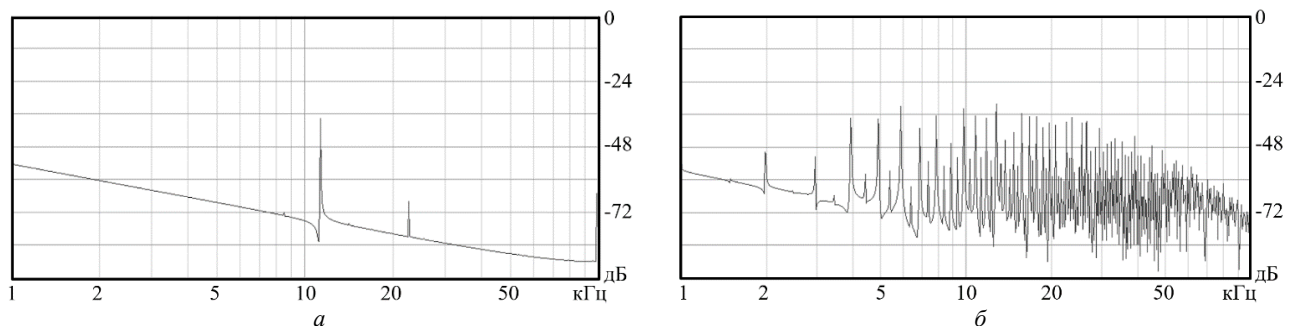


Рис. 5 – Амплітудно-частотні спектри коливань поздовжньої швидкості потоку в перерізі S_2 отвору другої діафрагми в точці M на осі каналу при $D_2 = 2 \cdot 10^{-3}$ м : а – $Re = 2700$; б – $Re = 6480$.

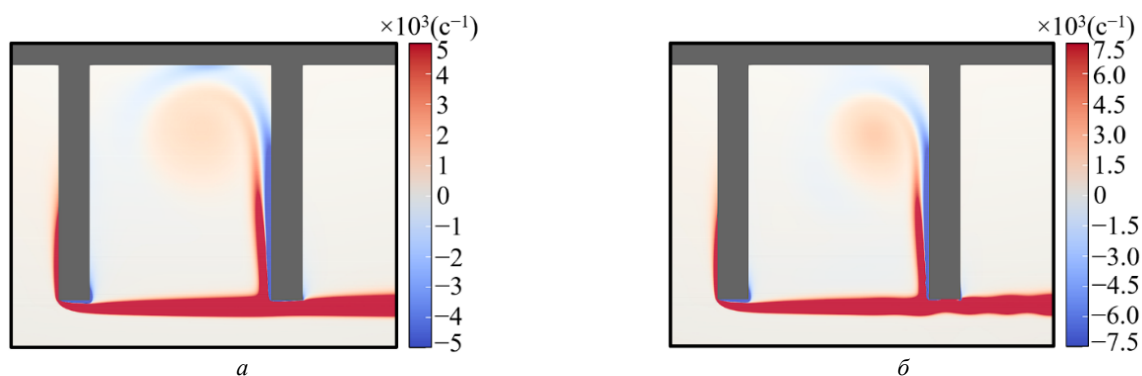


Рис. 6 – Поле завихреності в області між діафрагмами при $D_2 = 3 \cdot 10^{-3}$ м : а – $Re = 2880$; б – $Re = 3240$.

При подальшому збільшенні розмірів отворів діафрагм до $D_2 \approx 4.62 \cdot 10^{-3}$ м ($D_3 / D_2 = 3.9$, $L_3 / D_2 \approx 1.26$) вже спостерігається зміна у поведінці даної динамічної системи. При $Re \approx 3748$ ($V_1 = 0.8$ м/с, $V_2 = 12.17$ м/с) течія в області між діафрагмами є стаціонарною (рис. 7, а). Критичне значення числа Рейнольдса, при якому починають збуджуватись автоколивання, знову збільшилось ($Re_{кр} > 3748$). Кут відриву примежового шару також зростає у порівнянні з попереднім випадком, завдяки чому зсувний шар повністю проходить крізь отвір другої діафрагми. В даному випадку частина енергії струменя втягується у циркуляційний рух всередині порожнини між діафрагмами завдяки взаємодії зсувного шару з примежовим шаром другої діафрагми.

При збільшенні числа Рейнольдса до $Re \approx 4685$ ($V_1 = 1$ м/с, $V_2 = 15.21$ м/с) відбувається утворення вихорів у зсувному шарі, але через подальше збільшення кута відриву примежового шару від першої діафрагми кільцеві вихори у зсувному шарі ще більше віддаляються від поверхні діафрагми. У даному випадку великий кільцевий вихор біля другої діафрагми стає нестійким. На рис. 7 зображено відповідне поле завихреності в два моменти часу $t \approx 0.2872$ с (б) та $t \approx 0.3019$ с (в). Не досягаючи глибини порожнини між діафрагмами, вихор руйнується, і процес його формування починається заново. Через це утворення вихорів у зсувному шарі не є регулярним.

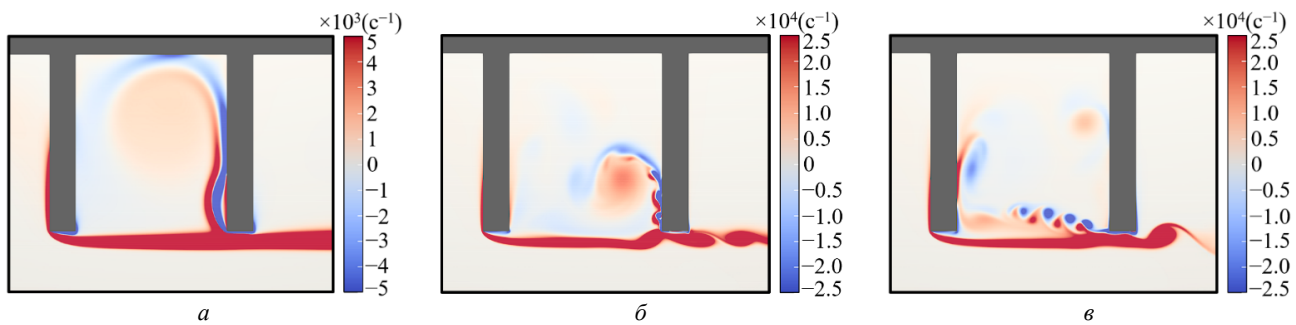


Рис. 7 – Поле завихреності в області між діафрагмами при $D_2 = 4.62 \cdot 10^{-3}$ м:

а – $Re \approx 3748$; б – $Re \approx 4685$, $t \approx 0.2872$ с; в – $Re \approx 4685$, $t = 0.3019$ с.

Основна частота коливань поздовжньої швидкості в отворі другої діафрагми при $D_2 = 3 \cdot 10^{-3}$ м, $Re = 3240$ становить $f \approx 8.93 \cdot 10^3$ Гц, що відповідає числу Струхаля $St \approx 1.65$ (рис. 8, а). Тобто частота коливань знизилась у порівнянні з попереднім випадком меншого діаметра отвору діафрагми, а число Струхаля збільшилось. На рис. 8, б зображено амплітудно-частотний спектр коливань поздовжньої швидкості у отворі другої діафрагми при $D_2 = 4.62 \cdot 10^{-3}$ м, $Re \approx 4685$ до моменту руйнування великого вихору. Спектр є багаточастотним, що також характерно для шуму. Отже, для утворення стійких автоколивань значення діаметра отворів діафрагм має бути меншим за критичне $D_3 / D_2 \approx 3.9$, при якому дестабілізується циркуляційний рух в області між діафрагмами.

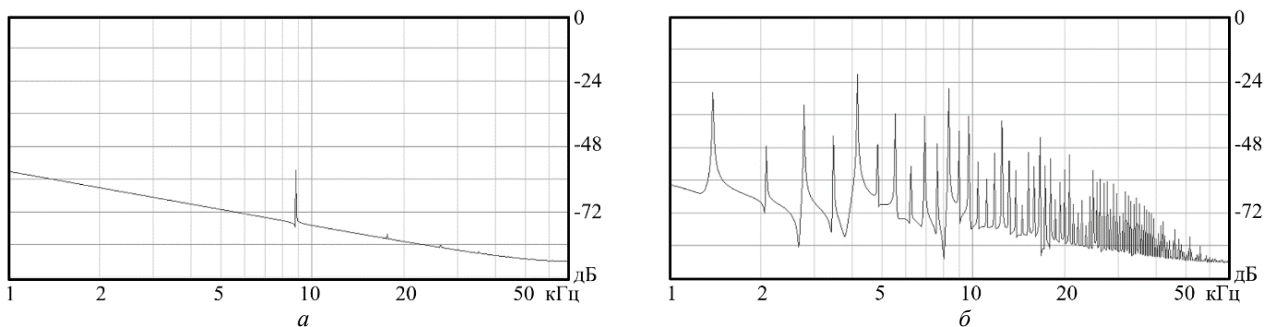


Рис. 8 – Амплітудно-частотні спектри коливань поздовжньої швидкості потоку в перерізі S_2 отвору другої діафрагми в точці M на осі каналу при: а – $D_2 = 3 \cdot 10^{-3}$ м, $Re = 3240$; б – $D_2 = 4.62 \cdot 10^{-3}$ м, $Re = 4685$.

Отримані результати узгоджуються з результатами інших авторів. Наприклад, у роботі [19] досліджувалась течія крові у артерії з одним та двома стенозами за допомогою методу скінченних елементів та $k-\varepsilon$ моделі турбулентності. Потік крові вважався ньютонівським та нестисливим. Результати дослідження показали, що при стенозах до 70 % площі поперечного перерізу артерії потік залишався ламінарним, а при 80 % – ставав турбуле-

нтним. Також автори роботи [4] показали, що підгортанний стеноз (SGS) практично не викликав генерацію тональних звуків, доки його ступінь тяжкості не досягнув 75 %. Спостерігалися слабкі низькочастотні шуми, починаючи з середнього ступеня тяжкості (> 50 %), за низьких швидкостей потоку. Проте рівень генерації тонального звуку швидко зростає, коли ступінь тяжкості стенозу наближався до 100 %. Це також супроводжувалося підвищенням частоти звуку.

Висновки. Отже, проведено чисельне моделювання течії рідини у циліндричному каналі з двома послідовними діафрагмами для трьох значень діаметра отворів діафрагм. У зв'язку з прийнятими припущеннями поставлена гідродинамічна задача розв'язувалася в межах моделі в'язкої нестисливої рідини. Розв'язання здійснювалося за методом скінченних об'ємів з використанням схем дискретизації другого порядку точності за простором та часом.

Проведено аналіз особливостей руху середовища в області між діафрагмами в залежності від діаметра отворів діафрагм. Показано, що при достатньо низьких числах Рейнольдса потік в області між діафрагмами є стаціонарним незалежно від діаметра отворів. У порожнині між діафрагмами встановлюється циркуляційний рух, а з передньої кромки першої діафрагми зривається поверхневий шар та утворює кільцевий зсувний шар в області між діафрагмами. При досягненні критичного значення числа Рейнольдса, яке залежить від діаметра отворів діафрагм, потік стає нестационарним. При наближенні до другої діафрагми у зсувному шарі утворюється послідовність кільцевих вихорів, що взаємодіють із поверхнею діафрагми та призводять до виникнення тонального звуку. При збільшенні діаметра отворів діафрагм відповідне критичне число Рейнольдса збільшується, частота генерованого звуку знижується, а число Струхала зростає. Крім того, збільшується кут відриву примежового шару від передньої кромки першої діафрагми, через що зменшується частка кінетичної енергії струменя, яка бере участь у циркуляційному русі всередині порожнини між діафрагмами. При досягненні критичної величини діаметра отворів діафрагм ($D_3 / D_2 \approx 3.9$ при $D_3 / L_3 \approx 3.1$) циркуляційний рух всередині порожнини дестабілізується, внаслідок чого генерований звук набуває характеру шуму.

Для дослідження у наступних роботах залишається питання визначення залежності інтервалів значень числа Рейнольдса, при яких генерується тональний звук, від діаметра отворів діафрагм, а також питання залежності критичного значення діаметра отворів для збудження стійких автоколивань течії від відстані між діафрагмами.

Список літератури

1. Aly K., Ziada S. Review of flow-excited resonance of acoustic trapped modes in ducted shallow cavities // Journal of Pressure Vessel Technology. – 2016. – Vol. 138. – № 4. – 040803. DOI: 10.1115/1.4032251.
2. Tamura A., Takahashi S., Sato S., Hori S. Numerical analysis of sound in the main steam stop valve, and a sound suppression method // Journal of Fluid Science and Technology. – 2013. – Vol. 8. – № 1. – P. 120 – 135. DOI: 10.1299/jfst.8.120.
3. Rajavel B., Prasad M. G. Acoustics of corrugated pipes: a review // Applied Mechanics Reviews. – 2013. – Vol. 65. – № 5. – 050801. DOI: 10.1115/1.4025302.
4. Geng B., Xue Q., Thomson S., Zheng X. Effect of Subglottic Stenosis on Expiratory Sound Using Direct Noise Calculation // Appl. Sci. – 2023. – Vol. 13. – 13197. DOI: 10.3390/app132413197.
5. Alsemiry R. D., Sarifuddin, Mandal P. K., Sayed H. M., Amin N. Numerical solution of blood flow and mass transport in an elastic tube with multiple stenoses // BioMed Research International. – 2020. – Vol. 2020. – 7609562. DOI: 10.1155/2020/7609562.
6. Вовк І. В., Троценко Я. П. Особливості потоку рідини в циліндричному каналі зі стенозами // Доповіді НАН України. – 2017. – № 9. – С. 33 – 40. DOI: 10.15407/dopovidi2017.09.033.
7. Малуго В. С. Нестационарні задачі обтікання з урахуванням ефектів випромінювання звуку : дис. ... д-ра фіз.-мат. наук : 01.02.05. – Київ. – 2018. – 324 с.
8. Langthjem M. A., Nakano M. Asymptotic and numerical analysis of resonance and lock-in by flow-acoustic interaction in an expansion chamber-pipe system // J. Fluid Sci. Tech. – 2016. – Vol. 11. – № 4. – JFST0030. DOI: 10.1299/jfst.2016jfst0030.
9. Nakiboglu G., Manders H. B. M., Hirschberg A. Aeroacoustic power generated by a compact axisymmetric cavity: prediction of self-sustained oscillation and influence of the depth // J. Fluid Mech. – 2012. – Vol. 703. – P. 163 – 191. DOI: 10.1017/jfm.2012.203.
10. Khaoua N., Khezzer L., Alshehhi M. Flow dynamics of a plane jet impinging on a slotted plate: large eddy simulation // J. Applied Fluid Mech. – 2017. – Vol. 10. – № 4. – P. 1211 – 1222. DOI: 10.18869/acadpub.jafm.73.241.27518.
11. Троценко Я. П. Динамічні характеристики течії рідини в каналах змінного перерізу : дис. ... д-ра філософії : 113 Прикладна математика. – Київ. – 2020. – 183 с.
12. Lighthill M. J. On sound generated aerodynamically. I. General theory // Proc. R. Soc. Lond. A. – 1952. – Vol. 211. – P. 564 – 587. DOI: 10.1098/rspa.1952.0060.
13. Chakravarthy S. R., Osher S. High resolution application of the Osher upwind scheme for the Euler equation // Proc. AIAA Comp. Fluid Dyn. Conf. – Danvers, MA., 1983. – P. 363 – 372.
14. Issa R. I. Solution of the implicitly discretised fluid flow equations by operator-splitting // J. Comput. Phys. – 1986. – Vol. 62. – № 1. – P. 40 – 65. DOI: 10.1016/0021-9991(86)90099-9.
15. Khosla P. K., Rubin S. G. A diagonally dominant second-order accurate implicit scheme // Computers and Fluids. – 1974. – Vol. 2. – № 2. – P. 207 – 209. DOI: 10.1016/0045-7930(74)90014-0.
16. Barrett R., Berry M., Chan T. F., Demmel J., Donato J. M., Dongarra J., Eijkhout V., Pozo R., Romine C., Van der Vorst H. Templates for the solution of linear systems: building blocks for iterative methods, 2nd edition. – Philadelphia: SIAM, 1994. – 107 p.
17. Van der Vorst H. A. Bi-CGSTAB: A fast and smoothly converging variant of Bi-CG for the solution of nonsymmetric linear systems // SIAM Journal on Scientific and Statistical Computing. – 1992. – Vol. 13. – № 2. – P. 631 – 644. DOI: 10.1137/0913035.

18. Головинський А. Л., Маленко А. Л., Сергієнко І. В., Тульчинський В. Г. Енергоефективний суперкомп'ютер СКІТ-4 // Вісник НАН України. – 2013. – № 2. – С. 50 – 59. DOI: 10.15407/vsn2013.02.050.
19. Jahangiri M., Saghafeian M., Sadeghi M. R. Numerical simulation of hemodynamic parameters of turbulent and pulsatile blood flow in flexible artery with single and double stenoses // Journal of Mechanical Science and Technology. – 2015. – Vol. 29. – № 8. – P. 3549 – 3560. DOI: 10.1007/s12206-015-0752-3.

References (transliterated)

1. Aly K., Ziada S. Review of flow-excited resonance of acoustic trapped modes in ducted shallow cavities. *Journal of Pressure Vessel Technology*. 2016, vol. 138, no. 4, 040803. DOI: 10.1115/1.4032251.
2. Tamura A., Takahashi S., Sato S., Hori S. Numerical analysis of sound in the main steam stop valve, and a sound suppression method. *Journal of Fluid Science and Technology*. 2013, vol. 8, no. 1, pp. 120–135. DOI: 10.1299/jfst.8.120.
3. Rajavel B., Prasad M. G. Acoustics of corrugated pipes: a review. *Applied Mechanics Reviews*. 2013, vol. 65, no. 5, 050801. DOI: 10.1115/1.4025302.
4. Geng B., Xue Q., Thomson S., Zheng X. Effect of Subglottic Stenosis on Expiratory Sound Using Direct Noise Calculation. *Appl. Sci*. 2023, vol. 13, 13197. DOI: 10.3390/app132413197.
5. Alsemiry R. D., Sarifuddin, Mandal P. K., Sayed H. M., Amin N. Numerical solution of blood flow and mass transport in an elastic tube with multiple stenoses. *BioMed Research International*. 2020, vol. 2020, 7609562. DOI: 10.1155/2020/7609562.
6. Vovk I. V., Trotsenko Ya. P. Osoblyvosti potoku ridyny v tsylindrychnomu kanali zi stenozamy [Properties of the fluid flow in a cylindrical duct with stenoses]. *Dopovidi NAN Ukrainy* [Reports of the National Academy of Sciences of Ukraine]. 2017, no. 9, pp. 33–40. DOI: 10.15407/dopovidi2017.09.033.
7. Malyuga V. S. *Nestatsionarni zadachi obtikannia z urakhuvanniam efektyv vyprominiuvannia zvuku* [Unsteady flow problems with allowance for effects of sound radiation]. Thesis for the doctor's degree in physical and mathematical sciences. Kyiv, 2018. 324 p.
8. Langthjem M. A., Nakano M. Asymptotic and numerical analysis of resonance and lock-in by flow-acoustic interaction in an expansion chamber-pipe system. *J. Fluid Sci. Tech.* 2016, vol. 11, no. 4, JFST0030. DOI: 10.1299/jfst.2016jfst0030.
9. Nakiboglu G., Manders H. B. M., Hirschberg A. Aeroacoustic power generated by a compact axisymmetric cavity: prediction of self-sustained oscillation and influence of the depth. *J. Fluid Mech.* 2012, vol. 703, pp. 163–191. DOI: 10.1017/jfm.2012.203.
10. Khaoua N., Khezzer L., Alshehhi M. Flow dynamics of a plane jet impinging on a slotted plate: large eddy simulation. *J. Applied Fluid Mech.* 2017, vol. 10, no. 4, pp. 1211–1222. DOI: 10.18869/acadpub.jafm.73.241.27518.
11. Trotsenko Ya. P. *Dynamichni charakterystyky tekhii ridyny v kanalakh zminnoho pererizu* [Dynamic characteristics of a fluid flow in variable cross-section ducts]. Doctor of Philosophy thesis. Kyiv, 2020. 183 p.
12. Lighthill M. J. On sound generated aerodynamically. I. General theory. *Proc. R. Soc. Lond. A*. 1952, vol. 211, pp. 564–587. DOI: 10.1098/rspa.1952.0060.
13. Chakravarthy S. R., Osher S. High resolution application of the Osher upwind scheme for the Euler equation. *Proc. AIAA Comp. Fluid Dyn. Conf.* 1983, Danvers, MA, pp. 363–372.
14. Issa R. I. Solution of the implicitly discretised fluid flow equations by operator-splitting. *J. Comput. Phys.* 1986, vol. 62, no. 1, pp. 40–65. DOI: 10.1016/0021-9991(86)90099-9.
15. Khosla P. K., Rubin S. G. A diagonally dominant second-order accurate implicit scheme. *Computers and Fluids*. 1974, vol. 2, no. 2, pp. 207–209. DOI: 10.1016/0045-7930(74)90014-0.
16. Barrett R., Berry M., Chan T. F., Demmel J., Donato J. M., Dongarra J., Eijkhout V., Pozo R., Romine C., Van der Vorst H. *Templates for the solution of linear systems: building blocks for iterative methods, 2nd edition*. Philadelphia: SIAM, 1994. 107 p.
17. Van der Vorst H. A. Bi-CGSTAB: A fast and smoothly converging variant of Bi-CG for the solution of nonsymmetric linear systems. *SIAM Journal on Scientific and Statistical Computing*. 1992, vol. 13, no. 2, pp. 631–644. DOI: 10.1137/0913035.
18. Golovynskiy A. L., Malenko A. L., Sergienko I. V., Tulchinsky V. G. Enerhoefektyvnyi superkompiuter SKIT-4. [Power efficient supercomputer SCIT-4]. *Visn Nac. Acad. Nauk Ukr.* 2013, no. 2, pp. 50–59. DOI: 10.15407/vsn2013.02.050.
19. Jahangiri M., Saghafeian M., Sadeghi M. R. Numerical simulation of hemodynamic parameters of turbulent and pulsatile blood flow in flexible artery with single and double stenoses. *Journal of Mechanical Science and Technology*. 2015, vol. 29, no. 8, pp. 3549–3560.

Надійшла (received) 23.10.2024

Відомості про авторів / Information about authors

Троценко Ярослав Павлович – доктор філософії з галузі математики та статистики, асистент кафедри моделювання складних систем, Київський національний університет імені Тараса Шевченка, м. Київ; тел.: (050) 160-18-11; ORCID: <https://orcid.org/0009-0000-8387-9118>; e-mail: yaroslav.trotsenko@knu.ua.

Trotsenko Yaroslav Pavlovych – Philosophy Doctor in Mathematics and Statistics, Assistant Professor at the Department of Complex Systems Modeling, Taras Shevchenko National University of Kyiv, Kyiv; tel.: (050) 160-18-11; ORCID: <https://orcid.org/0009-0000-8387-9118>; e-mail: yaroslav.trotsenko@knu.ua.