УДК 519.6 **DOI: 10.20998/2222-0631.2024.01(6).05**

С. Є. ГАРДЕР, Т. Л. КОРНІЛЬ, С. М. РЕШЕТНІКОВА, І. В. СЕРДЮК

СИНГУЛЯРНИЙ СПЕКТРАЛЬНИЙ АНАЛІЗ ТЕМПЕРАТУРНОГО БАГАТОВИМІРНОГО ЧАСОВОГО РЯДУ

В роботі застосовано алгоритм сингулярно-структурного аналізу і прогнозу багатовимірного ряду методом MSSA. Розроблена програма, в якій реалізовані кроки методу для виділення компонент сингулярного розкладання, проведено аналіз і прогноз реальних часових рядів. В дослідженні часових рядів все частіше використовують сингулярний спектральний аналіз SSA (Singular Spectrum Analysis). На відміну від інших методів статистичного дослідження часових рядів, цей метод використовується для дослідження структури, виділення окремих складових і прогнозу як стаціонарних, так і нестаціонарних часових рядів. Він не вимагає аналітичної моделі ряду. Фактично, даний підхід заснований на методі головних компонент. В його основі лежить трансформація ряду в матрицю і її сингулярне розкладання. Після ідентифікації компонент сингулярного розкладання відбувається їх угруповання, що призводить до розкладання вихідного ряду на адитивні компоненти, такі як тренд, коливання (періодики) і шум. Метод SSA дозволяє продовжувати структуру часового ряду, будуючи тим самим прогноз (продовження). Важливим напрямком розвитку методу SSA як методу аналізу часових рядів є його узагальнення для аналізу багатовимірних часових рядів. Метод відомий під назвами MSSA (Multi-Channel SSA) або E-EOFs (Extended Empirical Orthogonal Functions). В даному випадку очікуваним результатом є одночасний розклад декількох рядів на інтерпретовані складові. Однак достатньо повної теорії для MSSA не існує.

Ключові слова: сингулярний спектральний аналіз SSA, метод гусениці, траєкторна матриця, розкладання на адитивні компоненти, власні трійки, діагональне усереднення, багатовимірний часовий ряд, MSSA, прогноз.

S. Ye. HARDER, T. L. KORNIL, S. M. RESHETNIKOVA, I. V. SERDIUK

SINGULAR SPECTRAL ANALYSIS OF TEMPERATURE MULTIDIMENSIONAL TIME SERIES

In the paper the algorithm of singular structural analysis and forecasting of a multidimensional series by the MSSA method is used. The program was developed, in which the steps of the method for the selection of singular decomposition components were implemented, the analysis and forecast of real time series was carried out. Singular spectrum analysis (SSA) is increasingly used in the study of time series. Unlike other methods of statistical research of time series, this method is used to study the structure, selection of individual components and forecast of both stationary and non-stationary time series. It does not require an analytical model of the series. In fact, this approach is based on the method of principal components. It is based on the transformation of a series into a matrix and its singular decomposition. After identifying the components of the singular decomposition, their grouping takes place, which leads to the decomposition of the original series into additive components, such as trend, oscillations (periodics), and noise. The SSA method allows you to continue the structure of the time series, thus building a forecast (continuation). An important direction of the development of the SSA method as a method of time series analysis is its generalization for the analysis of multidimensional time series. The method is known as MSSA (Multi-Channel SSA) or E-EOFs (Extended Empirical Orthogonal Functions). In this case, the expected result is the simultaneous decomposition of several series into interpreted components. However, a sufficiently complete theory for MSSA does not exist.

Key words: SSA singular spectral analysis, caterpillar method, trajectory matrix, decomposition into additive components, eigentriples, Diagonal averaging, multidimensional time series, MSSA, forecast.

Вступ. В останні роки у дослідженні *часових рядів* все частіше використовують *сингулярний спектральний аналіз SSA (Singular Spectrum Analysis)* або *«Гусеницю»* [1, 2, 3]. Він виник з *теорії динамічних систем*. На відміну від інших *методів статистичного дослідження* часових рядів [4, 5] (*метод виділення тренда*, *часового згладжування*, *регресійного*, *автокореляційного*, *методу гармонійного аналізу*, *методу Бокса – Дженкінса ARIMA*, *чисельного розмноження вибірок* і *нейромережевого*), цей метод використовується для дослідження структури, виділення окремих складових і прогнозу як стаціонарних, так і нестаціонарних часових рядів. Він не вимагає *аналітичної моделі ряду*. Фактично даний підхід заснований на *методі головних компонент*.

Метод «Гусениця» зародився у 70 – 80 роках минулого століття. В його основі лежить трансформація ряду в матрицю і її сингулярне розкладання. Після ідентифікації компонент сингулярного розкладання відбувається їх угруповання, що призводить до розкладання вихідного ряду на *адитивні компоненти*, такі як тренд, коливання (періодики) і шум.

Метод гусениці застосовується для вирішення досить широкого кола завдань [6], таких як: розбиття ряду на інтерпретовані складові, придушення шумів і згладжування, заповнення пропущених значень в даних [7, 8] і багатьох інших завдань. Діапазон областей знань, де метод може бути застосований, дуже широкий: техніка, економіка, фінанси, природничі науки, кліматологія, геофізика, обробка зображень, медицина тощо. У практичних додатках використовуються різні модифікації методу.

Метод SSA дозволяє продовжувати структуру часового ряду, будуючи тим самим прогноз (продовження). В одновимірному методі SSA таку структуру задає *лінійна рекурентна формула (ЛРФ)*, що керує рядом. У випадку прогнозу, побудованого на основі багатовимірного SSA, використовуються аналогічні ідеї [6, 9].

Важливим напрямком розвитку методу SSA, як методу аналізу часових рядів, є його узагальнення для аналізу багатовимірних часових рядів. За кордоном метод відомий під назвами *MSSA (Multi-Channel SSA)* або *E-EOFs (Extended Empirical Orthogonal Functions)*. В статті [6] ідеї методу одновимірного SSA розповсюджуються на випадок декількох часових рядів. В даному випадку очікуваним результатом є одночасний розклад декількох рядів на інтерпретовані складові. Однак, достатньо повної теорії для багатовимірного SSA (MSSA – Multi-Channel SSA) не існує.

У роботі застосовано алгоритм структурного аналізу і прогнозу багатовимірного ряду методом MSSA. Розроблена програма, в якій реалізовані кроки методу для виділення компонент сингулярного розкладання, проведено аналіз і прогноз реальних часових рядів.

Структурний аналіз методом SSA. Розглянемо багатовимірний часовий ряд

$$\left(x_i^{(k)}\right)_{i=1}^{N}, \; k = 1, ..., s \, , \tag{1}$$

де s – кількість часових рядів; k – номер ряду; N – довжина часових рядів; i – номер відліку.

Для розкладу часових рядів обирається параметр L – *«час життя багатовимірної гусениці»* такий, що $0 < L \le N - 1$.

Нехай $K = N - L + 1$ – довжина гусениці. Для кожного s будується $L \times K$ траєкторна матриця ряду $X^{(s)}$, яка переводить початковий часовий ряд у послідовність векторів за формулою (2):

$$X_i^{(s)} = \left(x_i^{(s)}, ..., x_{i+L-1}^{(s)}\right)^T . \tag{2}$$

Тоді траєкторна матриця багатовимірного ряду буде мати вигляд:

$$X = \left[X_1^{(1)} :...: X_k^{(1)} :...: X_1^{(s)} :...: X_k^{(s)} \right]. \tag{3}$$

На наступному етапі проводиться *сингулярне розкладання (SVD)* траєкторної матриці X.

$$S = XX^T . \tag{4}$$

Для матриці S знаходять власні числа $\lambda_1, ..., \lambda_L$, $(\lambda_1 \ge ... \ge \lambda_L \ge 0)$. Обчислюються відповідні власні вектори $U_1, ..., U_L$, що складають *ортонормовану систему власних векторів матриці* S.

Нехай:

$$d = rank(X) = \max\{i : \lambda_i > 0\} \text{ і } V_i = X^T U_i / \sqrt{\lambda_i} \quad (i = 1, ..., d).$$

Сингулярне розкладання траєкторної матриці X може бути записано як $X = X_1 + ... + X_d$, де матриці $X_i = \sqrt{\lambda_i} U_i V_i^T$ мають ранг 1 і називаються елементарними матрицями. Матриця $X_i^{(s)}$ також може бути записана у вигляді:

$$X_i^{(s)} = \sum_{k=1}^{d} U_k \cdot U_k^T \cdot X^{(s)} .$$

Набір $\left(\sqrt{\lambda_i}, U_i, V_i\right)$ називається $i-$тою власною трійкою сингулярного розкладання. Вектори U_i і V_i називаються відповідно лівими і правими сингулярними векторами матриці X, числа $\sqrt{\lambda_i}$ – сингулярні числа, вони складають сингулярний спектр X. Вектори $\sqrt{\lambda_i} V_i = X^T U_i$, за аналогією з аналізом головних векторів, називаються *векторами головних компонент*.

Далі проводиться угруповання власних трійок. Множина всіх індексів $\{1, ..., d\}$ розбивається на m неперетинних підмножин $I_1, ..., I_m$.

Нехай $I = \{i_1, ..., i_p\}$. Тоді результуюча матриця $X_i^{(s)}$, що відповідає групі I, визначається як $X_I^{(s)} = X_{i_1}^{(s)} + ... + X_{i_p}^{(s)}$. Результуючі матриці обчислюються за групами $I = I_1, ..., I_m$ і згруповане SVD розкладання матриці $X^{(s)}$ може бути записано як:

$$X^{(s)} = X_{I_1}^{(s)} + ... + X_{I_m}^{(s)} . \tag{5}$$

На останньому етапі проводиться діагональне усереднення кожної матриці $X_{I_j}^{(s)}$ по антидіагоналям. Нехай $X^{(s)}$ – деяка $L \times K$ матриця з елементами $x_{ij}^{(s)}$, де $1 \le i \le L, 1 \le j \le K$. Припустимо $L^* = \min(L, K)$, $K^* = \max(L, K)$ і $N = L + K - 1$. Нехай $\left(x^{(s)}\right)_{ij}^* = x_{ij}^{(s)}$, якщо $L < K$, та $\left(x^{(s)}\right)_{ij}^* = x_{ji}^{(s)}$ інакше. Отримана *ганкелева матриця* трансформується в новий часовий ряд довжини N на підставі взаємно-однозначної відповідності між ганкелевими матрицями і часовими рядами. Діагональне усереднення, застосоване до кожної результуючої матриці $X_{II_5}^{(s)}$, створює відновлені ряди $\tilde{X}^{(k)} = \left(\tilde{x}_1^{(k)}, ..., \tilde{x}_N^{(k)}\right)$:

$$\tilde{X}^{(k)} = \begin{cases} \dfrac{1}{k+1}\displaystyle\sum_{m=1}^{k+1} x^*_{m,k-m+2} & 0 \le k < L^* - 1; \\ \dfrac{1}{L^*}\displaystyle\sum_{m=1}^{L^*} x^*_{m,k-m+2} & L^* - 1 \le k < K^*; \\ \dfrac{1}{N-k}\displaystyle\sum_{m=k-K^*+2}^{N-K^*+1} x^*_{m,k-m+2} & K^* \le k < N. \end{cases} \tag{6}$$

Таким чином, початковий ряд $x_1^{(s)}, ..., x_N^{(s)}$ розкладається у суму m відновлених рядів

$$x_n = \sum_{k=1}^{m} \tilde{x}_n^{(k)} \quad \left(n = 1, 2, ..., N\right). \tag{7}$$

Дане розкладання є головним результатом алгоритму SSA для аналізу часового ряду. Це розкладання має сенс, якщо кожна з його компонент може бути інтерпретована або як тренд, або коливання (періодики), або шум.

Цей метод дослідження дозволяє розглянути прогноз. На жаль, дати статистичну оцінку точності неможливо у силу непараметричності методу SSA [9, 10]. Нехай X – траєкторна матриця ряду, відновленого за K^* компонентами. Вибірка, представлена матрицею X, належить до деякої поверхні S. Як базис цієї поверхні можна взяти відібрані власні вектори $U_1, ..., U_{K^*}$, що входять у сингулярні трійки, для матриці X.

Запишемо розкладання i – го стовпця матриці X за базисом $U_1, ..., U_{K^*}$:

$$X^{(i)} = \left(U_1, U_2, ..., U_{K^*}\right) \cdot \left(m_1^1, m_2^1, ..., m_{K^*}^i\right)^T, \tag{8}$$

де m_i – невідомі параметри розкладання, що підлягають визначенню.

Кількість рівнянь в формулі (8) більше кількості невідомих $\left(L > r\right)$, тому можна знайти вектор параметрів $\left(p_1^i, p_2^i, ..., p_r^i\right)$ із системи $L-1$ рівнянь.

Додамо до матриці X K^*+1 стовпець і запишемо співвідношення (9) для цього стовпця:

$$\left(U_1, U_2, ..., U_{K^*}\right) \cdot \begin{pmatrix} m_1^{K^*+1} \\ m_2^{K^*+1} \\ \vdots \\ m_{K^*}^{K^*+1} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x_{K^*+1} \\ x_{K^*+2} \\ \vdots \\ x_{K^*+L+1} \end{pmatrix}. \tag{9}$$

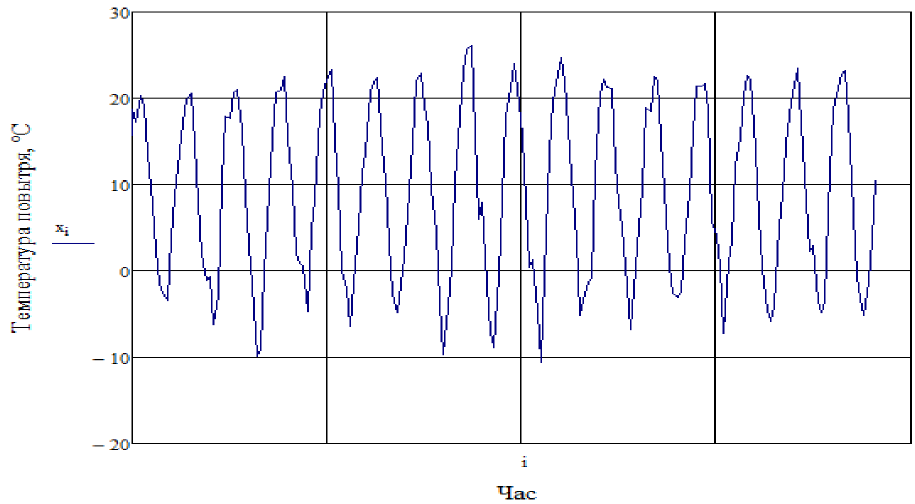


Рис. 1 – Ряд температури повітря.

Останній елемент у стовпці X^{K^*+1} – це ***прогнозне значення***, яке підлягає визначенню. Відкинемо в системі (9) останнє рівняння, що містить невідому x_{K^*+L+1}. Розв’язавши отриману усічену систему рівнянь, знайдемо параметри розкладання $\left(m_1^{K^*+1}, ..., m_{K^*}^{K^*+1}\right)^T$:

$$\vec{m} = \left(U_*^T \cdot U_*\right)^{-1} U_* \cdot X_* ,$$

де U_* – усічена матриця своїх значень. Тепер можна визначити прогнозне значення:

$$x_{K^*+L+1} = \left(u_L^1, u_L^2, ..., u_L^{K^*}\right) \cdot \vec{m} . \tag{10}$$

Для знаходження наступного прогнозного значення алгоритм повторюється з відомим x_{K^*+L+1} .

На жаль, відсутність математичної моделі не дає змоги отримати статистичну оцінку точності прогнозу. Однак доведено [11], що точність забезпечується асимптотично.

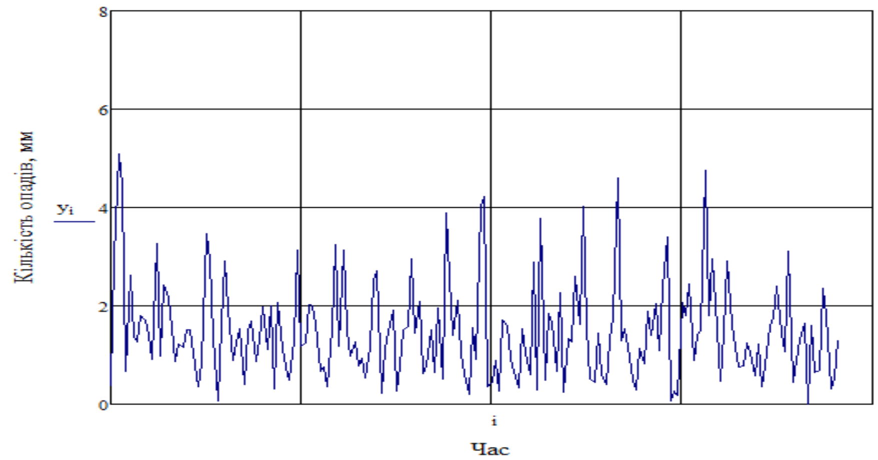


Рис. 2 – Ряд кількості опадів.

Вибір початкових даних для дослідження. В якості вихідних даних було обрано три часових ряди для дослідження кліматичних умов в Харківській області з 1970 по 2018 роки: температура повітря, кількість опадів та атмосферний тиск. Місячні дані температури повітря були взяті з бази даних довідково-інформаційного порталу «Погода та клімат» [12]. Вихідні дані: довжина рядів по 592 значення, на рис. 1 – 3 наведені останні 200 значень.

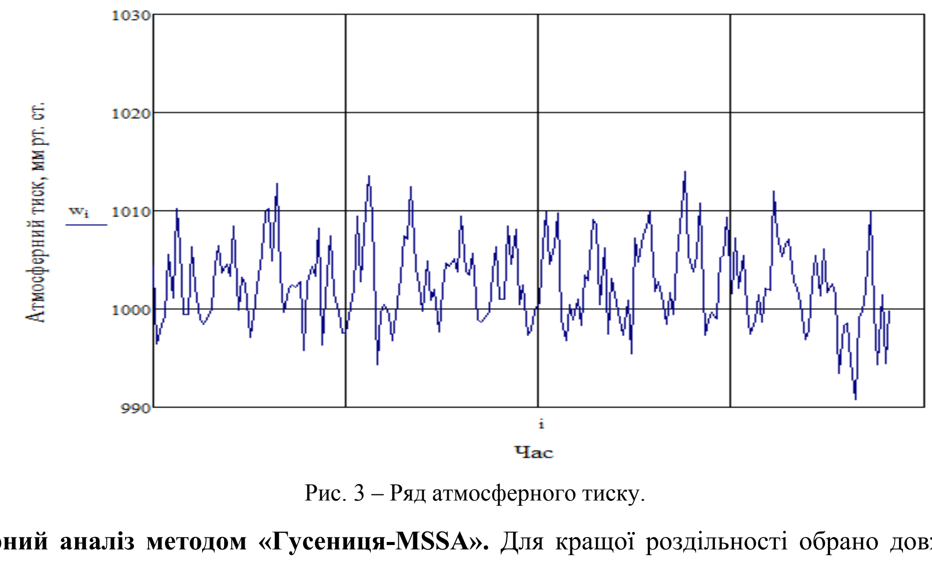


Рис. 3 – Ряд атмосферного тиску.

Структурний аналіз методом «Гусениця-MSSA». Для кращої роздільності обрано довжину вікна L – кратну періоду сезонної компоненти (тобто 12) і таку, що приблизно дорівнює половині довжини ряду: $L = 288$, тоді $K = 305$. Таким чином, при довжині ряду $N = 592$ сформовано траєкторну матрицю 288×305 за формулою (2).

За формулою (4) розраховано матрицю S та для неї знайдено власні числа, відповідні власні і факторні вектори. На рис. 4 зображені логарифми власних чисел сингулярного розкладання траєкторної матриці рядів для багатовимірного MSSA.

З форми графіку власних чисел можна зробити висновок, що перші п’ять власних трійок відповідають корисному сигналу, а останні – шуму.

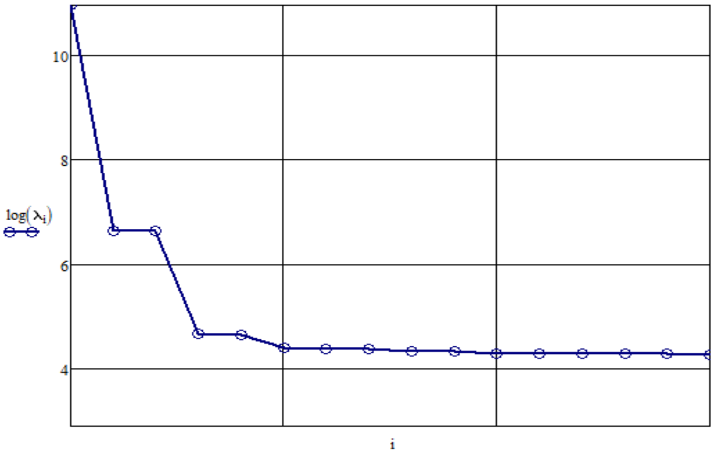


Рис. 4 – Логарифми власних чисел траєкторної матриці.

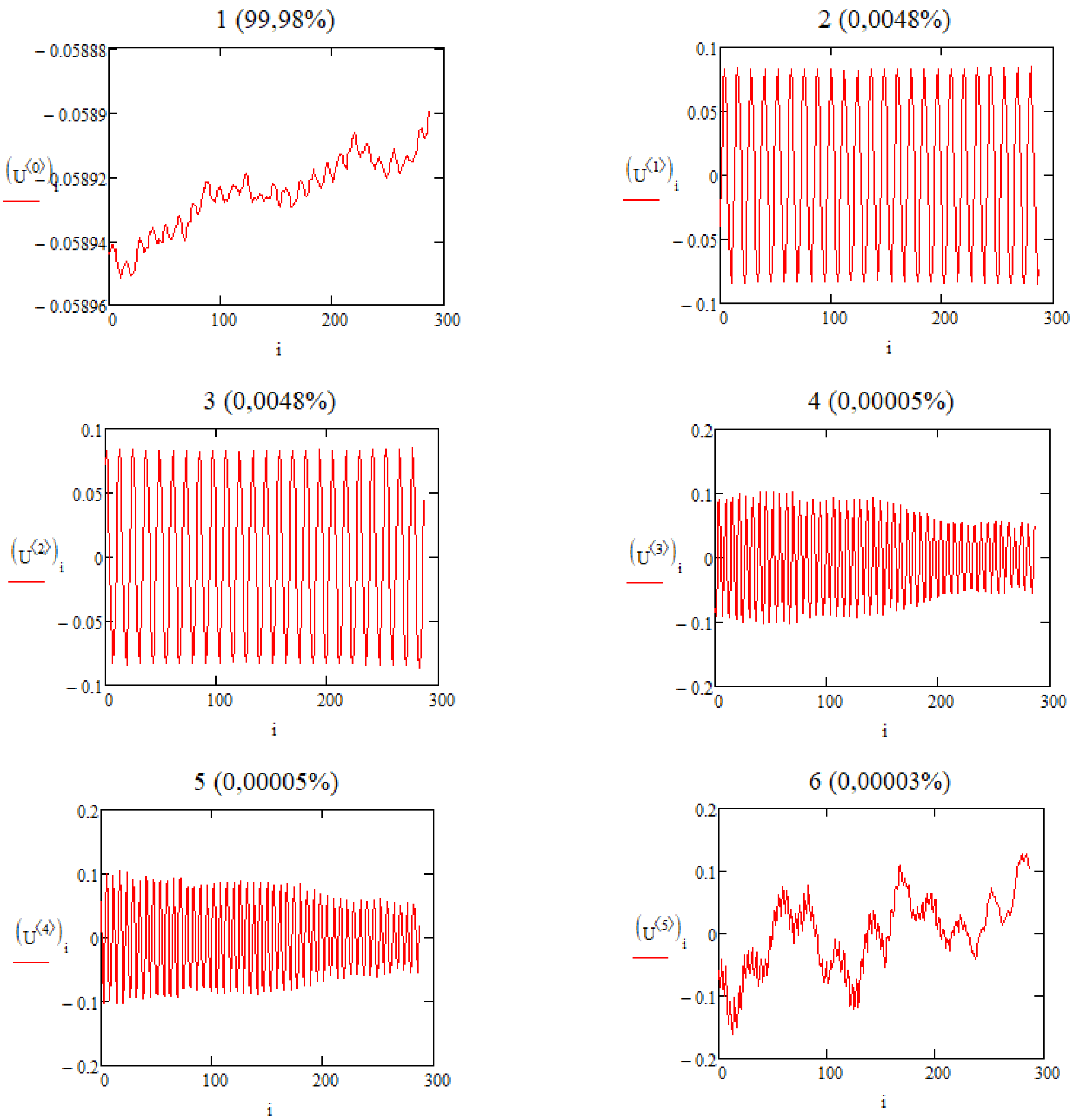


Рис. 5 – Власні вектори сингулярного розкладання (одномірні діаграми).

На рис. 5 наведені перші шість власних векторів сингулярного розкладання траєкторної матриці.

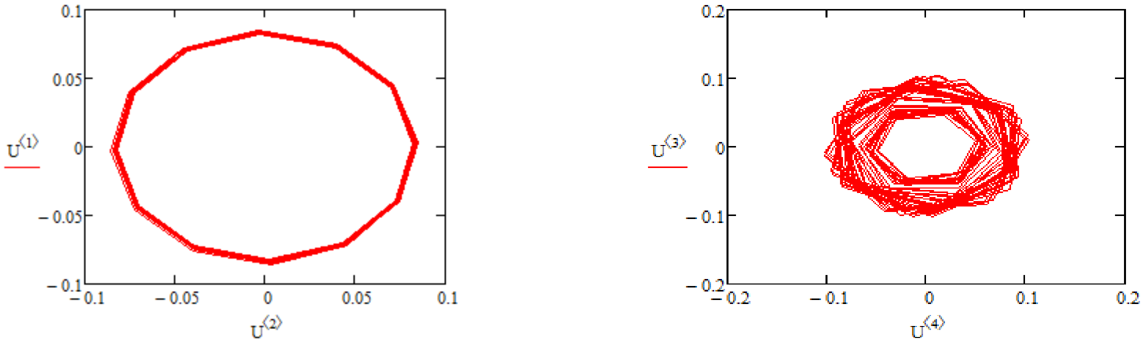


Рис. 6 – Власні вектори сингулярного розкладання (двовимірні діаграми).

Для ідентифікації тренда потрібно на одновимірних діаграмах знайти повільно мінливі власні вектори. В даному випадку саме перший власний вектор має необхідний вид. На рис. 5 видно, що власні трійки з номерами 2 – 5, можливо, відповідають будь-яким гармонікам, тому що мають регулярну періодичну поведінку.

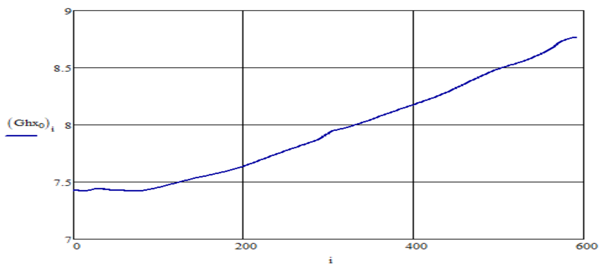


Рис. 7 – Тренд ряду температури повітря, відновлений по першій компоненті.

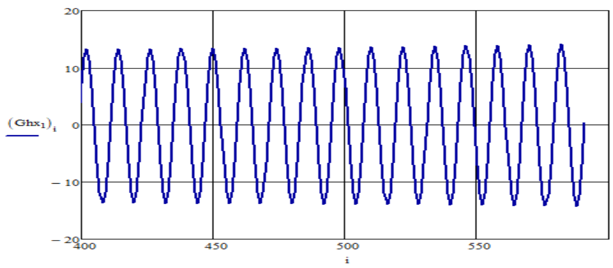


Рис. 8 – Сезонна компонента температури повітря, відновлена по 2 – 5 компонентам.

Для пошуку пар власних трійок, що відносяться до гармонік, були використані двовимірні діаграми. Оскільки при досить великій довжині ряду відповідна пара власних чисел має близькі значення, то достатньо розглядати двовимірні діаграми власних векторів з сусідніх, упорядкованих за власними значеннями, власних трійок.

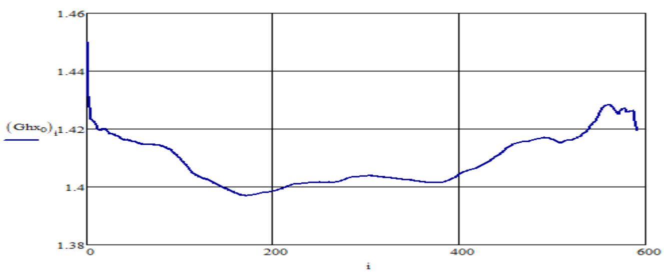


Рис. 9 – Тренд ряду кількості опадів відновлений, по першій компоненті.

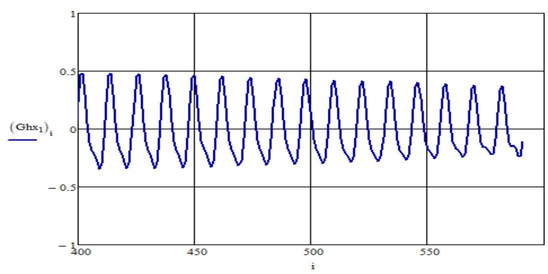


Рис. 10 – Сезонна компонента ряду кількості опадів, відновлена по 2 – 5 компонентам.

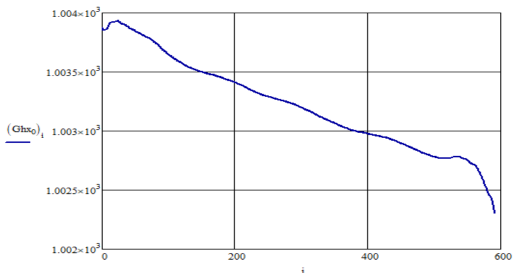


Рис. 11 – Тренд ряду атмосферного тиску, відновлений по першій компоненті.

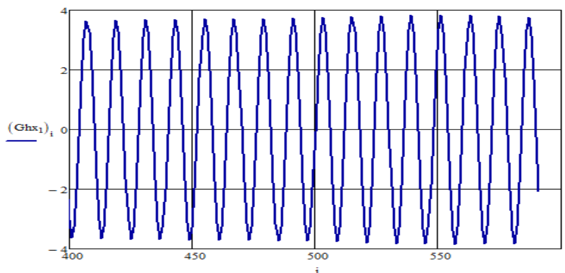


Рис. 12 – Сезонна компонента ряду атмосферного тиску, відновлена по 2 – 5 компонентам.

На рис. 6 наведено регулярні двовимірні зображення, що утворюють двовимірні траєкторії з вершинами, що лежать на кривій, яка має спіралеподібну форму. Це означає, що відповідна пара власних векторів породжена модульованою гармонійною компонентою вихідного ряду. Двомірні зображення векторів U_1 та U_2 мають вигляд правильного 12-кутника, а векторів U_3 та U_4 – правильного 6-кутника. Це означає, що вони відповідають компоненті з періодом 12 та 6 відповідно. Після угруповання і діагонального усереднення за формулою (4) отримано по три ряди для кожного з трьох початкових рядів, сума яких відповідає вихідному ряду (рис. 7 – 12).

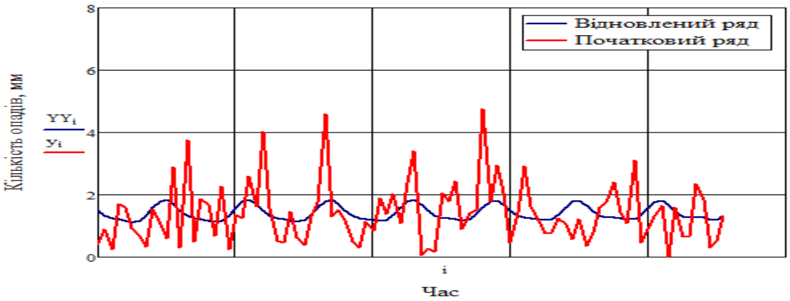
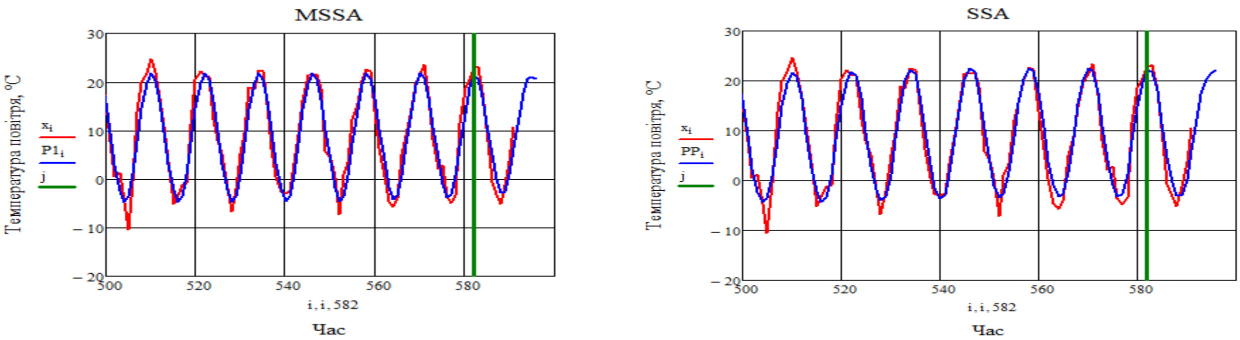


Рис. 13 – Початковий (червоний) та відновлений (синій) ряд кількості опадів (без залишків).

Підсумовування правих трійок, що відповідають тренду та сезонній складовій, дає очищений від шуму ряд. Так на рис. 13 показано в якості прикладу початковий та відновлений (без залишків) ряд кількості опадів.

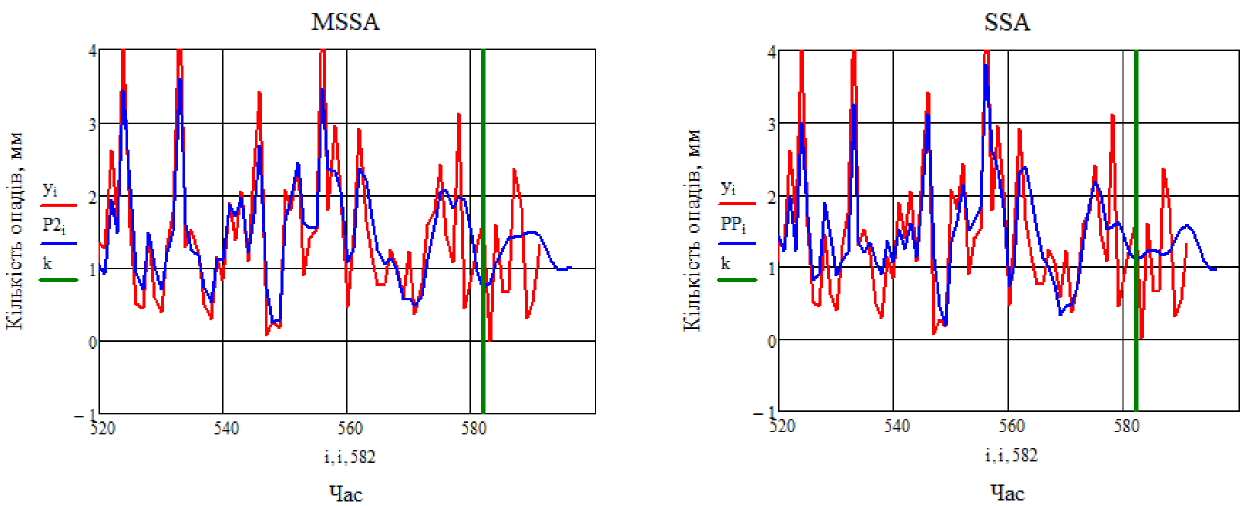
Прогнозування багатовимірного часового ряду методом «Гусениця-MSSA». Прогнозування багатовимірного часового ряду проводилося методом «Гусениця-MSSA», що описаний вище (формули (8) – (10)). Для прогнозування тривимірного часового ряду розглядали ряд із перших $N = 582$ значень. Останні 10 значень використані в якості екзаменаційної вибірки.



а *б*

Рис. 14 – Прогноз ряду температури повітря методами: *а* – MSSA; *б* – SSA.

На рис. 14 – 15 зображено прогноз рядів на 10 значень з порівнянням методів SSA та MSSA. Зеленою вертикальною лінією позначено момент початку прогнозу. По першим десяти значенням прогнозу можна визначити точність прогнозу.



а *б*

Рис. 15 – Прогноз ряду кількості опадів методами: *а* – MSSA; *б* – SSA.

Оцінка якості прогнозу [13, 14]. Якість побудованого прогнозу розраховувалась за допомогою середньої квадратичної помилки за формулою:

$$\sigma_n = \sqrt{\frac{\sum_{t=1}^{n}\left(y_t - y_t^*\right)^2}{n}},$$

де y_t – вихідний ряд; y_t^* – відновлений ряд.

Результати розрахунків наведені в табл. 1.

Таблиця 1 – Середня квадратична помилка для методів SSA та MSSA

Ряд	SSA	MSSA
Температура повітря	$\sigma_n = 2,81$	$\sigma_n = 2,91$
Кількість опадів	$\sigma_n = 0,79$	$\sigma_n = 0,78$
Атмосферний тиск	$\sigma_n = 7,04$	$\sigma_n = 8,04$

Висновки. Розглянуто алгоритм сингулярно-структурного аналізу і прогнозу багатовимірного ряду кліматичних характеристик методом MSSA. Розроблена програма, у якій реалізовані кроки методу для виділення компонент сингулярного розкладання, проведено аналіз і прогноз реальних взаємопов'язаних кліматичних часових рядів (багатовимірного ряду). Показано, що середня квадратична помилка методів SSA та MSSA не має суттєвої різниці.

Викладена в статті методика може бути використана для декомпозиції часових рядів спільно з класичними методами аналізу, а також у задачах кластеризації, прогнозування та управління енергетичними системами.

Список літератури

1. *Broomhead D. S.*, *King G. P.* Extracting qualitative dynamics from experimental data // Physica D. – 1986. – Vol. 20. – Issues 2 –3. – P. 217 – 236.
2. *Golyadina N.*, *Nekrutkin V.*, *Zhigljavsky A. A.* Analysis of Time Series Structure: SSA and Related Techniques. – Chapman&Hall/CRC, 2001. – 320 c. DOI: 10.1201/9780367801687.
3. *Golyandina Nina*. On the choice of parameters in Singular Spectrum Analysis and related subspacebased methods // Statistics and Its Interface. – 2010. – №3. – P. 259 – 279. DOI: 10.4310/SII.2010.v3.n3.a2.
4. *Бабак З. П.* Статистична обробка даних. – Київ : МІВВЦ, 2001. – 388 с.
5. *Большаков А. А.*, *Карімов Р. М.* Методи обробки багатовимірних даних та тимчасових рядів / Навчальний посібник для вузів. – М. : Гаряча лінія – Телеком, 2007. – 522 с.
6. *James B. Elsner*, *Anastasios A. Tsonis*. Singular Spectrum Analysis. A New Tool in Time Series Analysis. – New-York : Plenum Press, 1996. – 164 p. DOI: 10.1007/978-1-4757-2514-8.
7. *Nason G. P.*, *Silverman B. W.* The stationary wavelet transform and some statistical applications. – N.Y. : Springer, 1995. – 464 p. DOI: 10.1007/978-1-4612-2544-7_17.
8. *Keppenne C.*, *Lall U.* Complex singular spectrum analysis and multivariate adaptive regression splines applied to forecasting the Southern Oscillation // Exp. Long-Lead Forcst. Bull. – Vol. 1, No. 4 (онлайн-врсія). – 1996.
9. Прогнозування часових рядів шляхом SSA. – Режим доступу : http://www.machinelearning.ru/wiki/index.php? title=. – Дата звертання : 18 грудня 2023 р.
10. *Гардер С. Є.*, *Гомозов Є. П.* Аналіз та прогнозування курсової вартості біткойна методом SSA // Вісник НТУ «ХПІ». Серія : Математичне моделювання у техніці та технологіях. – Харків : НТУ «ХПІ», 2018. – №3(1279)'2018. – С. 31 – 36.
11. *Єлісєєва О. К.*, *Твердохліб І. С.* Застосування методу SSA для аналізу і прогнозування розвитку економічних систем //Статистика України. – 2009. – №1. – С. 21 – 25.
12. Метеопост. Архів метеоданих. Перегляд фактичної погоди на певну дату. – Режим доступу : https://meteopost.com/weather/archive/. – Дата звертання : 18 грудня 2023 р.
13. *Gioia F.*, *Lauro C. N.* Principal component analysis on interval data // Comput. Stat. – 2006. – №21(2). – P. 343 – 363. DOI: 10.1007/s00180-006-0267-6.
14. *Golyandina N. E.*, *Nekrutkin V. V.*, *Zhigljavsky A. A.* Analysis of Time Series Structure: SSA and Related Techniques. – Boca Raton : Chapman &Hall/CRC, 2000. – 305 p.

References (transliterated)

1. Broomhead D. S., King G. P. Extracting qualitative dynamics from experimental data. *Physica D*. 1986, vol. 20, issues 2 –3, pp. 217–236.
2. Golyadina N., Nekrutkin V., Zhigljavsky A. A. *Analysis of Time Series Structure: SSA and Related Techniques*. Chapman&Hall/CRC, 2001. 320 p. DOI: 10.1201/9780367801687.
3. Golyandina Nina. On the choice of parameters in Singular Spectrum Analysis and related subspacebased methods. *Statistics and Its Interface*. 2010, no. 3, pp. 259–279. DOI: 10.4310/SII.2010.v3.n3.a2.
4. Babak Z. P. *Statystychna obrobka danykh* [Statistical data processing]. Kyiv, MIVVTS Publ., 2001. 388 p.

5. Bolshakov A. A., Karimov P. M. *Metody obrobky bagatovymirnykh danykh ta tymchasovykh ryadiv* [Methods for processing multidimensional data and time series]. *Navchal'nyy posibnyk dlya vuziv* [Handbook for Universities]. Moscow, Garyacha liniya – Telecom Publ., 2007. 522 p.

6. James B. Elsner, Anastasios A. Tsonis. *Singular Spectrum Analysis. A New Tool in Time Series Analysis*. New-York, Plenum Press, 1996. 164 p. DOI: 10.1007/978-1-4757-2514-8.

7. Nason G. P., Silverman B. W. *The stationary wavelet transform and some statistical applications*. N.Y., Springer, 1995. 464 p. DOI: 10.1007/978-1-4612-2544-7_17.

8. Keppenne C., Lall U. Complex singular spectrum analysis and multivariate adaptive regression splines applied to forecasting the Southern Oscillation. *Exp. Long-Lead Forcst. Bull*. 1996, vol. 1, no. 4 (on-line version).

9. *Prognozuvannya chasovykh ryadiv shlyakhom SSA* [Forecasting time series by SSA]. Available at : http://www.machinelearning.ru/wiki/index.php? title= (accessed 18 Desember 2023).

10. Garder S. YE., Gomozov YE. P. Analiz ta prognozuvannya kursovoyi vartosti [Analysis and prediction of bitcoin rate by SSA method]. Visnyk NTU «KhPI». Seriya : Matematychne modelyuvannya v tekhnitsi ta tekhnologiyakh [Bulletin of the National Technical University "KhPI". Series : Mathematical modeling in engineering and technology]. Kharkiv, NTU «KhPI» Publ., 2018, no. 3(1279)'2018, pp. 31–36.

11. Yeliseeva O. K., Tverdokhlib I. S. Zastosuvannya metodu SSA dlya analizu i prognozuvannya rozvytku ekonomichnykh system [Applying SSA method for analyzing and forecasting the development of economical systems]. *Statystyka Ukrayiny* [Statistics of Ukraine]. 2009, vol. 1, pp. 21–25.

12. *Meteopost. Arkhiv meteodanykh. Pereglyad faktychnoyi pogody na pevnu datu* [Weather station. Archive of weather data. Browsing the actual weather for a specific date]. Available at : https://meteopost.com/weather/archive/ (accessed 18 Desember 2023).

13. Gioia F., Lauro C. N. Principal component analysis on interval data. *Comput. Stat*. 2006, no. 21(2), pp. 343–363. DOI: 10.1007/s00180-006-0267-6.

14. Golyandina N. E., Nekrutkin V. V., Zhigljavsky A. A. *Analysis of Time Series Structure: SSA and Related Techniques*. Boca Raton, Chapman&Hall/CRC, 2000. 305 p.

Надійшла (received) 17.01.2024

Відомості про авторів / Information about authors

Гардер Сергій Євгенійович – кандидат технічних наук, доцент, доцент кафедри комп'ютерної математики і аналізу даних, Національний технічний університет «Харківський політехнічний інститут», м. Харків; тел.: (050) 760-63-96; ORCID: https://orcid.org/0000- 0001-9055-3255; e-mail: sergey.garder@gmail.com.

Harder Serhii Yevheniyovych – Candidate of Technical Sciences, Associate Professor, Associate Professor at the Department of Computer Mathematics and Data Analysis, National Technical University «Kharkiv Polytechnic Institute», Kharkiv; tel.: (050) 760-63-96; ORCID: https://orcid.org/0000- 0001-9055-3255; e-mail: sergey.garder@gmail.com.

Корніль Тетяна Леонівна – кандидатка технічних наук, доцентка, доцентка кафедри комп'ютерної математики та аналізу даних, Національний технічний університет «Харківський політехнічний інститут», м. Харків; тел.: (099) 563-75-50; ORCID: https://orcid.org/0000- 0002-5241-7970; e-mail: tatiana.kornil@khpi.edu.ua.

Kornil Tetiana Leonivna – – Candidate of Technical Sciences, Associate Professor, Associate Professor at the Department of Computer Mathematics and Data Analysis, National Technical University «Kharkiv Polytechnic Institute», Kharkiv; tel.: (099) 563-75-50; ORCID: https://orcid.org/0000- 0002-5241-7970; e-mail: tatiana.kornil@khpi. edu.ua.

Решетнікова Світлана Миколаївна – кандидатка технічних наук, доцентка кафедри комп'ютерної математики і аналізу даних, Національний технічний університет «Харківський політехнічний інститут», м. Харків; тел.: (050) 939-07-00; ORCID: https://orcid.org/0009-0009-1435-8656; e-mail: reshetnikovasn.cmds@gmail.com.

Reshetnikova Svitlana Mykolaivna – Candidate of Technical Sciences, Associate Professor at the Department of Computer Mathematics and Data Analysis, National Technical University «Kharkiv Polytechnic Institute», Kharkiv; tel.: (050) 939-07-00; ORCID: https://orcid.org/0009-0009-1435-8656; e-mail: reshetnikovasn.cmds@gmail.com.

Сердюк Ірина Василівна – доцентка кафедри комп'ютерної математики і аналізу даних, Національний технічний університет «Харківський політехнічний інститут», м. Харків; тел.: (096) 211-46-10; ORCID: https://orcid.org/0009-0001-1143-9145; e-mail: irinaserdiuk135@gmail.com.

Serdiuk Iryna Vasylivna – Associate Professor at the Department of Computer Mathematics and Data Analysis, National Technical University «Kharkiv Polytechnic Institute», Kharkiv; tel.: (096) 211-46-10; ORCID: https://orcid.org/0009-0001-1143-9145; e-mail: irinaserdiuk135@gmail.com.