

**О. Г. РУДНИЦЬКИЙ, М. О. РУДНИЦЬКА, Л. В. ТКАЧЕНКО**

### **КОРИГУВАННЯ ОПТОАКУСТИЧНИХ ЗОБРАЖЕНЬ ІЗ ЗАСТОСУВАННЯМ ТЕОРЕМИ БАНАХА**

Основною метою роботи була розробка та дослідження числового алгоритму, призначеного для корекції артефактів та спотворень, що виникають внаслідок реконструкції образів в задачах оптоакустичної томографії. Ставилось завдання розробки алгоритму, здатного компенсувати особливості методу реконструкції. Запропонована ітеративна схема коригування оптоакустичних зображень заснована на теоремі Банаха про нерухому точку. Було запропоновано і протестовано чотири ітеративні схеми корекції реконструйованого зображення. Для дослідження ефективності запропонованого алгоритму були побудовані двовимірні та тривимірні числові моделі оптоакустичного експерименту, що імітує біологічне середовище з вбудованим у нього об'єктом, що підлягає відновленню. Розглядалися випадки приймальної лінійної (2D випадок) або плоскої (3D випадок) акустичних антен, розташованих на поверхні зразків, що досліджуються. Якість реконструкції визначалася шляхом як кількісної, так і візуальної оцінки отриманих результатів. Для кількісної оцінки ефективності ітеративного алгоритму поліпшення якості реконструкції використовувалися індекс структурної подібності *SSIM* та відносна помилка реконструкції *E*. Показано, що вже при незначній кількості ітерацій, алгоритм демонструє суттєве поліпшення якості зображення порівняно з традиційними методами оптоакустичної томографії. У якості останніх використовувалися алгоритми програмного пакету *k – Wave Matlab toolbox*. Отримані у роботі результати можуть бути важливими з точки зору перспектив їх подальшого практичного застосування у завданнях біомедичної візуалізації.

**Ключові слова:** оптоакустика, теорема Банаха, томографія, обробка зображень, біомедична візуалізація, *k – Wave Matlab toolbox*.

**А. Г. РУДНИЦЬКИЙ, М. А. РУДНИЦЬКА, Л. В. ТКАЧЕНКО**

### **КОРРЕКТИРОВКА ОПТОАКУСТИЧЕСКИХ ИЗОБРАЖЕНИЙ С ПРИМЕНЕНИЕМ ТЕОРЕМЫ БАНАХА**

Основной целью работы была разработка и исследование числового алгоритма, предназначенного для коррекции артефактов и искажений, возникающих в результате реконструкции образов в задачах оптоакустической томографии. Ставилась задача разработки метода, способного компенсировать особенности способа реконструкции. Предложенная итеративная схема корректировки оптоакустических изображений основана на теореме Банаха о неподвижной точке. Были предложены и протестированы четыре итеративные схемы коррекции реконструированного изображения. Для исследования эффективности предложенного алгоритма были построены двухмерные и трехмерные числовые модели оптоакустического эксперимента, имитирующего биологическую среду со встроенным в нее объектом, подлежащим восстановлению. Рассматривались случаи приемной линейной (2D случай) или плоской (3D случай) акустических антенн, расположенных на поверхности исследуемых образцов. Качество реконструкции определялось путём как количественной, так и визуальной оценки полученных результатов. Для количественной оценки эффективности итеративного алгоритма улучшения качества реконструкции использовался индекс структурного подобия *SSIM* и относительная ошибка реконструкции *E*. Показано, что уже при незначительном количестве итераций алгоритм демонстрирует существенное улучшение качества изображения по сравнению с традиционными методами оптоакустической томографии. В качестве последних использовались методы программного пакета *k – Wave Matlab toolbox*. Полученные в работе результаты могут быть важны с точки зрения перспектив их дальнейшего практического применения в задачах биомедицинской визуализации.

**Ключевые слова:** оптоакустика, теорема Банаха, томография, обработка изображений, биомедицинская визуализация, *k – Wave Matlab toolbox*.

**A. G. RUDNITSKII, M. A. RUDNYTSKA, L. V. TKACHENKO**

### **CORRECTION OF OPTOACOUSTIC IMAGES USING BANACH'S THEOREM**

The main aim of the work was the development and research of a numerical algorithm designed to correct artifacts and distortions that occur during image reconstruction in optical-acoustic tomography tasks. The task was to develop an algorithm capable of compensating for the peculiarities of the reconstruction method. The proposed iterative scheme for enhancing optoacoustic images is based on Banach's fixed point theorem. The problem of eliminating distortions and artifacts in optoacoustic images has been modeled and tested for four iterative schemes. Two-dimensional and three-dimensional numerical models were used to investigate the efficiency of the proposed algorithm. The optical-acoustic experiment simulated a biological environment with an object to be reconstructed built into it. The linear (2D case) or planar (3D case) detecting acoustic arrays located on the surface of the studied samples were considered. The reconstruction quality was determined using both the quantitative and visual estimates of the obtained results. The efficiency of the iterative algorithm of enhancing the reconstruction quality was quantitatively estimated using the structure similarity index *SSIM* and relative reconstruction error *E*. It was shown that the developed algorithm makes it possible to considerably improve the image quality as compared with the traditional optical-acoustic tomography methods even with a small number of iterations. Algorithms of the *k – Wave Matlab toolbox* software package were used for comparing. The results obtained in the work can be important from the standpoint of the prospects of their further practical application in the tasks of biomedical visualization.

**Key words:** optoacoustics, Banach's theorem, tomography, image processing, biomedical visualization, *k – Wave Matlab toolbox*.

**Вступ.** В даний час одним з найперспективніших напрямів медичної діагностики вважається підхід, заснований на *оптоакустичному (ОА) ефекті*. Крім *біомедичної безпеки* важливою перевагою *ОА-візуалізації* є те, що цей метод поєднує можливості глибокого ультразвукового проникнення та висококонтрастного оптичного поглинання.

Оптоакустична візуалізація заснована на явищі, при якому поглинання оптичного випромінювання неоднорідностями біотканини викликає їх нагрівання з подальшим тепловим розширенням. Теплове розширення оптичних поглиначів генерує ультразвукові коливання, які реєструються антеною, розташованою на поверхні досліджуваного об'єкта. Оскільки поширення і формування *ОА-сигналів* залежить від теплофізичних, акустичних та оптичних властивостей середовища, то взаємозв'язок між цими факторами дозволяє використовувати зареєстровані ультразвукові сигнали для кількісної оцінки властивостей середовища шляхом розв'язку зворотної зада-

чі оптоакустики. Неминучим явищем у реальних дослідженнях є наявність у реконструйованому зображенні спотворень та артефактів, які є наслідком шумів та перешкод різної природи, а також зумовлених специфікою методу реконструкції. Тому проблема усунення *спотворень* та артефактів при відновленні *ОА-зображень* є дуже актуальною для ефективного використання методу в клінічній практиці та наукових дослідженнях [1].

Мета роботи полягає у розробці та тестуванні *in silico* алгоритмів видалення спотворень з реконструйованих двовимірних та тривимірних оптоакустичних зображень. Спочатку дається опис прямої та зворотної задачі оптоакустики і коротко описується *ітеративний алгоритм* корекції відновлених *ОА-зображень*. Далі описується числовий експеримент та результати числового моделювання реконструкції *ОА-зображень* для двовимірного та тривимірного випадків. У Висновках викладаються висновки та перспективи розробленого алгоритму.

**Алгоритм коригування відновленого оптоакустичного образу.** У прямій задачі *ОА* томографії визначається поле акустичного тиску  $p(\vec{r}, t)$  за відомим розподілом теплових джерел  $H(\vec{r}, t)$ , які збуджуються світловим імпульсом, наприклад, короткочасним лазерним засвічуванням досліджуваного середовища. У акустично однорідному нескінченному середовищі при нехтуванні тепловою дифузією та кінематичною в'язкістю просторово-часова залежність поля тиску  $p(\vec{r}, t)$ , визначається рівнянням [2]:

$$\left[ \bar{\nabla}^2 - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} \right] p(\vec{r}, t) = -\frac{\beta}{c_p} \frac{\partial}{\partial t} H(\vec{r}, t), \quad (1)$$

де  $c$  – швидкість звуку;  $\beta$  – коефіцієнт ізобаричного розширення;  $c_p$  – теплоємність при постійному тиску, яка припадає на одиницю маси. Теплове джерело  $H(\vec{r}, t)$  може бути представлене як добуток поглинутої енергії і часової функції підсвічування:  $H(\vec{r}, t) = Q(\vec{r}, t)I(t)$ . У випадку короткого імпульсу  $I(t) = \delta(t)$ , де  $\delta(t)$  – *дельта-функція Дірака*.

Якщо початковий акустичний тиск, який виник за рахунок зовнішніх джерел у момент часу  $t = 0$ , створюється за рахунок поглинання імпульсного лазерного випромінювання оптичними неоднорідностями, то його можна представити у вигляді  $p_0(\vec{r}) = \Gamma \cdot Q(\vec{r})$ , де  $\Gamma$  – безрозмірний *коефіцієнт Грюнгейзена*, що характеризує ефективність *ОА-перетворення* світла, що поглинається, в звук.

Розв'язок прямої задачі визначається виразом [2]:

$$p(\vec{r}, t) = \frac{1}{2\pi c^2} \int_V \frac{\partial}{\partial t} (p_0(\vec{r}') \delta(t - |\vec{r} - \vec{r}'| / c)) \frac{dV}{|\vec{r} - \vec{r}'|}, \quad (2)$$

де  $V$  – об'єм, в якому розподілені *ОА* джерела.

Визначення розподілу  $p_0(\vec{r}) = \Gamma \cdot Q(\vec{r})$  за сигналами тиску  $p_s(\vec{r}, t)$ , зареєстрованими на поверхні  $S$  об'єму  $V$ , становить суть оберненої задачі оптоакустики [3].

Серед методів реконструкції розподілу джерел у середовищі можна виділити такі, як *алгоритм обернення в часі*, *алгоритм Фур'є-реконструкції*, *метод зворотних проєкцій* [3, 4]. Ми у своєму дослідженні використовували метод зворотних проєкцій [5]. Він може реалізовуватися або у просторово-часовій, або у Фур'є-області для декількох конфігурацій детектування в плоскій [6], циліндричній [7] або у сферичній геометрії [8]. При цьому, зазвичай вважається, що цільовий об'єкт розташований у нескінченно-однорідному середовищі без дисперсії з постійними швидкістю звуку, коефіцієнтами поглинання та густиною. Тоді розв'язки будуть справедливими для ідеальної замкнутої поверхні, а приймачем є кожна точка поверхні. У реальних ситуаціях ці умови не виконуються, що призводить до спотворень відновлених зображень. Специфіка цих спотворень різна при використанні різних методів реконструкції, різному розташуванні приймачів та різній геометрії цільового об'єкта.

Для компенсації спотворень та подолання сильної залежності якості зображення від зазначених факторів нами був розроблений метод корекції спотворень *ОА-зображень*, що базується на *теоремі Банаха про нерухому точку*.

Нехай

$$y = f(x), \quad x, y \in R^d, \quad (3)$$

де  $x$  – невідомий вхідний образ, а  $f(\cdot)$  – відображення (оператор), що переводить вхідне зображення  $x$  в результат розв'язку оберненої задачі оптоакустики. У нашому випадку оператор  $f(\cdot)$  є результатом послідовного застосування операторів  $f_1(\cdot)$  і  $f_2(\cdot)$ :  $f(\cdot) = f_2(f_1(\cdot))$ , де  $f_1(\cdot)$  – оператор, що визначає розв'язок прямої задачі оптоакустики (рівняння (2)), а  $f_2(\cdot)$  – оператор, що задає розв'язок оберненої задачі.

За теоремою Банаха про нерухому точку відомо, що якщо  $f$  – стискаюче відображення множини  $F \subset (M, \rho)$  саму в себе,  $(M, \rho)$  – повний метричний простір, а  $F$  – замкнута множина, то тоді існує, і до того ж рівно одна, нерухома точка  $x^* \in F$  відображення  $f$  (нагадаємо, що точка називається нерухомою, якщо  $f(x^*) = x^*$ ). При цьому під стискаючим відображенням розуміють таке відображення  $f$ :

$$F \rightarrow F \subset (M, \rho), \text{ що } \exists \alpha \in [0, 1): \rho(f(x), f(y)) \leq \alpha \rho(x, y), \forall x, y \in F.$$

Відповідно до цього означення для поставленої задачі реконструкції  $F = R^{m \times n}$  – це *цифрове зображення*, що складається з  $m \times n$  пікселів (для двовимірного випадку), а  $\rho(x, y) = \|x - y\|$  – *Евклідова відстань*. При виконанні цих умов, можна показати, що  $F \subset (M, \rho)$  є повним метричним простором, для якого справедлива теорема Банаха про нерухому точку [9]. У цьому випадку нерухома точка  $x^* \in F$  може бути знайдена методом послідовних наближень  $x_n = f(x_{n-1})$ , де нульове наближення  $x_0 \in F$  – довільна точка з метричного простору.

Отже, відкоректований розв'язок оберненої задачі оптоакустики можна отримати, сформувавши послідовність зображень  $\{I_q\}$  таку, що  $I_q = \mathfrak{R}(I_{q-1})$ , де  $\mathfrak{R}(\cdot)$  – оператор, який задається відображеннями  $f_1(\cdot)$  та  $f_2(\cdot)$  і переводить початковий розподіл тиску  $p_0(\vec{r})$  у його нульове наближення  $p_0^{(0)}(\vec{r}) = I_0$ . Тобто, за нульове наближення приймається розв'язок оберненої задачі оптоакустики  $I_0$ , а спотворення, що виникли в процесі реконструкції, коректуються в ході ітеративного процесу.

Для тестування запропонованого підходу перевірялися два алгоритми послідовних наближень: алгоритм, що ґрунтується на *теоремі Пікара* [10], та метод, запропонований у роботі [11] (відповідно формули (4) та (5)):

$$I_q = \mathfrak{R}_1(I_{q-1}) \equiv I_{q-1} + H_{q-1}, \quad H_{q-1} = y - f(I_{q-1}), \quad I_0 = y; \quad (4)$$

$$I_q = \mathfrak{R}_2(I_{q-1}) \equiv I_{q-1} + \frac{\|H_{q-1}\|}{\|f(I_{q-1} + H_{q-1}) - f(I_{q-1})\|} H_{q-1}, \quad H_{q-1} = y - f(I_{q-1}), \quad I_0 = y. \quad (5)$$

Зауважимо, що реалізація запропонованої ітеративної схеми можлива у двох варіантах. Перший варіант реалізується за формулами (4) та (5). У другому варіанті послідовність зображень  $\{I_q\}$  формується ітеративним процесом  $I_q = \mathfrak{Z}(I_{q-1})$ , де  $\mathfrak{Z}(\cdot)$  – оператор, який задається тими ж відображеннями  $f_1(\cdot)$  та  $f_2(\cdot)$ , але діючими в іншому порядку, тобто  $f(\cdot) = f_1(f_2(\cdot))$ . У цьому випадку, у якості вхідного зображення виступає не відновлений в ході розв'язку оберненої задачі розподіл тиску  $p_0^{(0)}(\vec{r})$ , а сигнали  $p_s(\vec{r})$ , зареєстровані на поверхні  $S$  зондованого об'єкту, тобто нульове наближення  $I_0 = p_s(\vec{r}, t)$ . При цьому використовуються формули аналогічних формулам (4) і (5), але для операторів –  $\mathfrak{Z}_1(\cdot)$  та  $\mathfrak{Z}_2(\cdot)$  відповідно.

Для кількісної оцінки якості відновлення образу використовувалися два критерії – відносна помилка  $E = \|p_0 - p_0^{(q)}\| / \|p_0\|$  (тут  $p_0^{(q)}$  –  $q$ -а ітерація алгоритму) та індекс структурної подібності *SSIM* (від англ. *structure similarity*) [12]. Цей індекс вважається неофіційним стандартом оцінки якості зображень при наявності еталону. *SSIM* оцінює близькість зображень на основі комбінації трьох їхніх характеристик: яскравості, контрасту та структури. Отриманий індекс *SSIM* приймає значення від  $-1$  до  $1$ . Значення  $1$  досягається лише у випадку двох однакових наборів даних.

У наступному розділі будуть представлені результати тестування обох ітераційних схем.

**Тестування алгоритму.** Для числового моделювання поширення акустичних хвиль використовувався *програмний пакет k-Wave* – набір інструментів для середовища МАТЛАБ. Цей пакет дозволяє моделювати системи з акустичними джерелами та приймачами довільних форм та розмірів. При моделюванні числова модель ґрунтується на переході в  $k$  – простір. Просторові градієнти в цьому просторі обчислюються за допомогою *схеми швидкого перетворення Фур'є*. При обчисленні часових градієнтів використовується скоригована  $k$  – просторова різницева схема [13].

При тестуванні задавалася числова модель, близька за своїми характеристиками до м'яких біологічних тканин: середовище однорідне з густиною  $\rho_0 = 1020 \text{ кг/м}^3$  і швидкістю звуку  $c_0 = 1510 \text{ м/с}$ . Задача розв'язувалася для двовимірного та тривимірного випадків.

*Числовими фантомами* (об'єктами для оптоакустичної реконструкції) були обрані круговий диск і двовимірна модель судинного дерева для  $2D$  випадку і тривимірна числова модель аорти з аневризмою для  $3D$  – простору. Фізичний розмір зразка для двовимірного випадку становив  $4.6 \times 4.6 \text{ мм}$  та  $10.3 \times 10.3 \times 5.3 \text{ мм}$  для тривимірного випадку. У  $2D$  випадку датчики розташовувалися лінійно на верхній поверхні прямокутного зразка, у  $3D$  – просторі датчики були розподілені на верхній площині паралелепіпеда. Для реконструкції заданих об'єктів використовувався метод зворотних проєкцій із перетворенням Фур'є.

На рис. 1, *a* показані ОА-джерело тиску  $p_0(x, y)$  у вигляді кругового диска, а на рис. 1, *b* – результат його реконструкції, реалізований алгоритмом  $k$  – Wave. Видно, що форма реконструйованого зображення відтворюється досить точно. Однак зображення обтяжене артефактами у вигляді дуг, що дотикаються до реконструйованого диску, інтенсивність відновленого образу значно менше, ніж у вихідного зразка (приблизно на 20%), а його кромки розмиті. Особливо це помітно на рис. 1, *d*, де задане ОА-джерело  $p_0(x, y)$  представлено в ізометрії (інтенсивність джерела відкладена по осі аплікат).

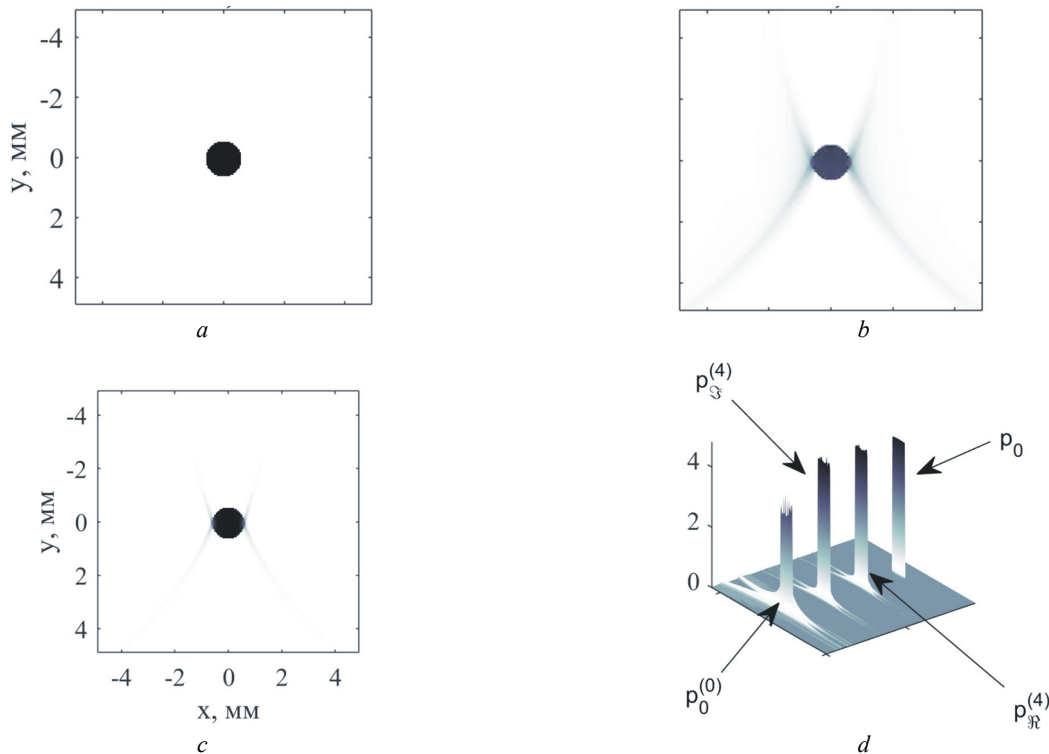


Рис. 1 – Результати реконструкції кругового диску  $p_0$ :  $a$  – ОА-джерело тиску  $p_0(x, y)$ ;  $b$  – результат його реконструкції, реалізований алгоритмом  $k$  – Wave;  $c$  – наступний шаг реконструкції;  $d$  – ізометрія ОА-джерела  $p_0(x, y)$ .

Результат такої реконструкції  $p_0^{(0)}$  на рис. 1,  $d$  представлений на передньому плані. Два середніх зображення на рис. 1,  $d$   $p_{\mathfrak{R}_2}^{(4)}$  та  $p_{\mathfrak{S}_2}^{(4)}$  представляють 4-ту ітерацію схеми  $I_q = \mathfrak{R}_2(I_{q-1})$  і 4-ту ітерацію схеми  $I_q = \mathfrak{S}_2(I_{q-1})$  (формули (4) та (5), відповідно).

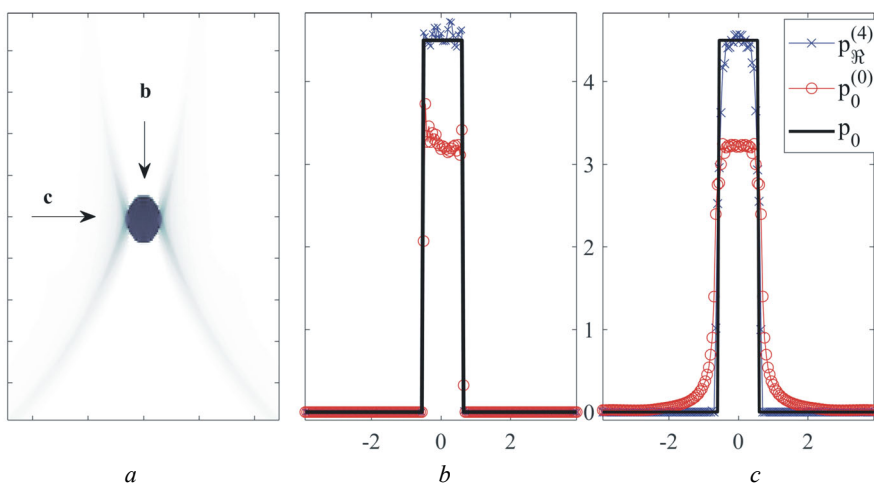


Рис. 2 –  $a$  – Нульова ітерація  $p_0^{(0)}$  кругового диску;  $b$  –  $c$  – лінійні профілі відновлених образів  $p_0^{(0)}$ ,  $p_{\mathfrak{R}_2}^{(4)}$  та оригінальний образ  $p_0$ .

Більш детально результати алгоритму можна розглянути на рис. 2, де представлені лінійні профілі (перерізи) реконструйованих зображень  $p_0^{(0)}$  і  $p_{\mathfrak{R}_2}^{(4)}$  та оригінального зображення  $p_0(x, y)$ . На рис. 2,  $a$  зображено нульове наближення  $p_0^{(0)}$  кругового диску  $p_0(x, y)$ . Стрілками позначені положення та орієнтація вертикального та горизонтального перерізів реконструйованого образу. Лінійні профілі вихідного об'єкта  $p_0(x, y)$  (чорна жирна лі-

нія) та його реконструкції зображені на рис. 2,  $b$  та рис. 2,  $c$ . З рис. 2 видно, що в результаті роботи алгоритму кромки відкоригованого зображення  $p_{\mathfrak{R}_2}^{(4)}$  стають чіткішими, його інтенсивність практично збігається з оригіналом, а помилки та артефакти реконструкції, наявні в нульовому наближенні, видаляються, що призводить до істотного покращення відношення сигнал/перешкода. Аналогічні результати отримані і для більш складних 2D і 3D об'єктів.

Зазначимо, що при тестуванні алгоритму на фантомі двовимірного судинного дерева метод ефективно працює як для горизонтальних, так і для вертикальних лінійних структур. Останні особливо погано реконструюються при обмеженому огляді та лінійному розташуванні датчиків тільки на верхній поверхні зразка (як це зазвичай відбувається в реальних ситуаціях).

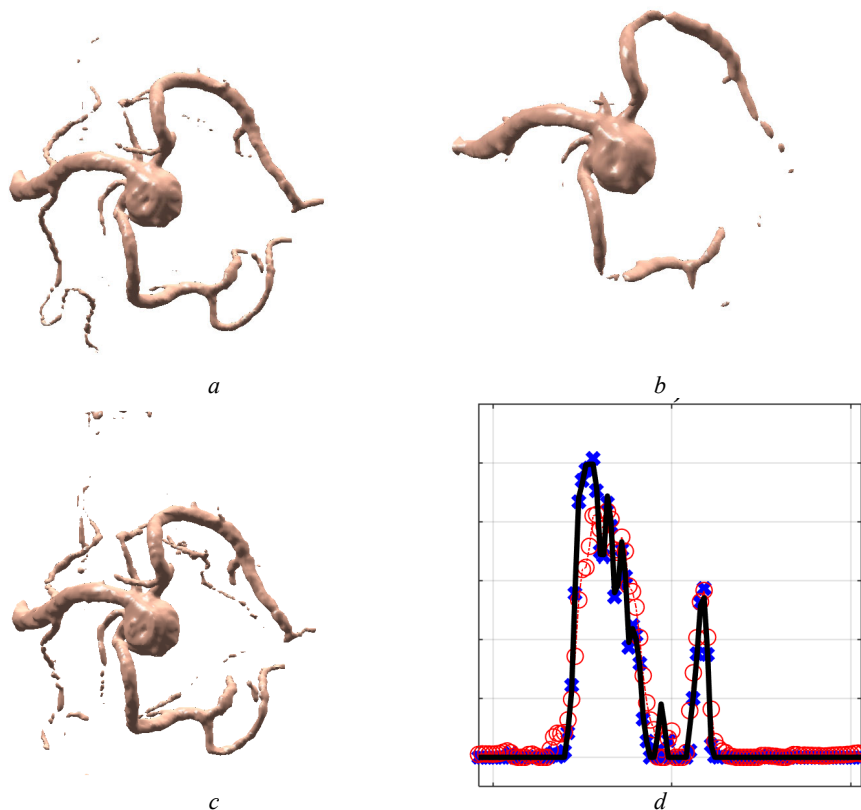


Рис. 3 – Реконструкція 3D – фантома аорти: *a* – оригінальне зображення  $p_0$ ; *b* – відновлене зображення  $p_0^{(0)}$ ; *c* – відкориговане зображення  $p_{\mathfrak{R}_2}^{(4)}$ ; *d* – лінійні профілі образів в центральному  $x-z$  перерізі 3D – фантома.

Аналогічний результат отримується і при 3D – моделюванні, при відновленні числової тривимірної моделі аорти з анеризмою (рис. 3). Тут, на рис. 3, *a*, представлено оригінальне зображення аорти, на рис. 3, *b* – результат  $k$  – Wave реконструкції (у наших позначеннях –  $p_0^{(0)}$ ), а на рис. 3, *c* – відкоригована версія відновленого зображення  $p_{\mathfrak{R}_2}^{(4)}$ . Детальніше особливості відновлених зображень можна побачити на рис. 3, *d*, де представлені результати реконструкції в центральному  $x-z$  перерізі змодельованого тривимірного судинного дерева (позначення ліній такі ж, як на рис. 2). Як і у двовимірному випадку, алгоритм суттєво покращує якість відновленого об’єкта та значно точніше відтворює його межі, кромки та інтенсивність. Тут, на рис. 3, *a*, представлено оригінальне зображення аорти, на рис. 3, *b* – результат  $k$  – Wave реконструкції (у наших позначеннях –  $p_0^{(0)}$ ), а на рис. 3, *c* – відкоригована версія відновленого зображення  $p_{\mathfrak{R}_2}^{(4)}$ . Детальніше особливості відновлених зображень можна побачити на рис. 3, *d*, де представлені результати реконструкції в центральному  $x-z$  перерізі змодельованого тривимірного судинного дерева (позначення ліній такі ж, як на рис. 2). Як і у двовимірному випадку, алгоритм суттєво покращує якість відновленого об’єкта та значно точніше відтворює його межі, кромки та інтенсивність. Тут, на рис. 3, *a*, представлено оригінальне зображення аорти, на рис. 3, *b* – результат  $k$  – Wave реконструкції (у наших позначеннях –  $p_0^{(0)}$ ), а на рис. 3, *c* – відкоригована версія відновленого зображення  $p_{\mathfrak{R}_2}^{(4)}$ . Детальніше особливості відновлених зображень можна побачити на рис. 3, *d*, де представлені результати реконструкції в центральному  $x-z$  перерізі змодельованого тривимірного судинного дерева (позначення ліній такі ж, як на рис. 2). Як і у двовимірному випадку, алгоритм суттєво покращує якість відновленого об’єкта та значно точніше відтворює його межі, кромки та інтенсивність.

Кількісні оцінки якості реконструкції в термінах індексу структурної подібності  $SSIM$  для описаних відновлених об’єктів зведено в табл. 1. Очевидно, що запропонований алгоритм значно покращує якість реконструкції ОА-зображень як у двовимірному, так і в тривимірному випадку (напівжирним шрифтом виділено найкращі показники).

Таблиця 1 – Індекс структурної подібності  $SSIM(p_0, p_0^{(i)})$

Ітерації \ Об’єкт	$p_0^{(0)}$	$p_{\mathfrak{R}_2}^{(10)}$	$p_{\mathfrak{S}_2}^{(10)}$
2D диск	0.414	<b>0.966</b>	0.955
2D судини	0.359	<b>0.889</b>	0.849
3D аорта	0.771	0.967	<b>0.971</b>

Швидкість збіжності запропонованих ітеративних схем продемонстровано на рис. 4. Як зазначалося раніше, у якості критеріїв ефективності корекції зображень використовувалися такі характеристики, як індекс структурної подібності  $SSIM$  та відносна помилка  $E$ . З рис. 3, 4 видно, що обидві запропоновані ітеративні схеми –  $I_q = \mathfrak{R}(I_{q-1})$  та  $I_q = \mathfrak{S}(I_{q-1})$  – дають стійке покращення якості зображення як у термінах  $SSIM$ , так і у  $E$ . В обох випадках швидшу збіжність забезпечують алгоритми  $I_q = \mathfrak{R}_2(I_{q-1})$  та  $I_q = \mathfrak{S}_2(I_{q-1})$ .

На рис. 4 представлені залежності показників якості відновлення для різних ітераційних схем під час реко-

інструкції плоского кругового диска. Аналогічні закономірності спостерігалися і при реконструкції інших модельних ситуацій (двовимірного та тривимірного фантомів судинних дерев).

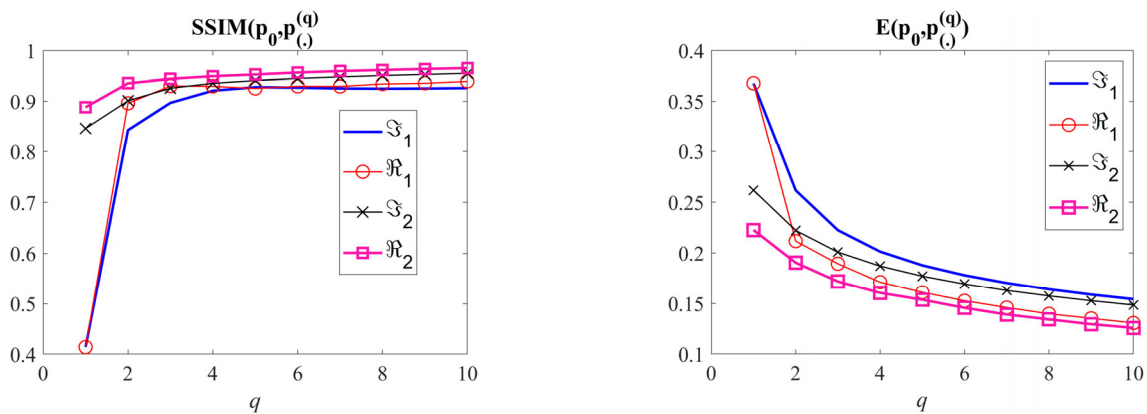


Рис. 4 – Залежності критеріїв якості корекції ОА-образів від номера ітерацій  $q$  для різних ітераційних схем при реконструкції плоского кругового диска.

**Висновки.** Зазвичай оптоакустичні образи містять інтенсивне нестационарне тло з артефактами структурно подібними корисному сигналу, відношення сигнал/шум, як правило, невелике, а цифрове зображення має невисоку якість, невелику кількість рівнів квантування, плямистий характер і нечіткі межі. Тому проблема усунення спотворень та артефактів при відновленні оптоакустичних зображень є дуже актуальною для ефективного використання методу в клінічній практиці та наукових дослідженнях. Основною метою роботи була розробка та дослідження числового алгоритму, здатного компенсувати особливості методу реконструкції і покращити якість відновленого образу. Запропонована ітеративна схема коригування ОА-зображень заснована на теоремі Банаха про нерухому точку. На цій основі було розроблено та протестовано чотири ітеративні схеми поліпшення якості відновлених образів.

Для дослідження ефективності запропонованих алгоритмів була побудована числова модель оптоакустичного експерименту, що імітує біологічне середовище з вбудованим у нього об'єктом, що підлягає реконструкції. Розглядалися випадки приймальної лінійної (2D випадок) або плоскої (3D випадок) акустичних антен, розташованих на поверхні зразків, що досліджуються.

Для розв'язання оберненої задачі – відновлення оригінальних оптоакустичних джерел – використовувався програмний пакет  $k$  – Wave Matlab toolbox. Пакет дозволяє моделювати середовище поширення звукових хвиль за допомогою таких параметрів, як його густина та швидкість звуку. Розв'язки оберненої задачі оптоакустики, отримані за допомогою алгоритмів  $k$  – Wave Matlab toolbox, коригувалися розробленими ітеративними алгоритмами.

Якість реконструкції визначалася шляхом як кількісної, так і візуальної оцінки отриманих результатів. Для кількісної оцінки ефективності ітеративного алгоритму поліпшення якості реконструкції використовувалися індекс структурної подібності  $SSIM$  та відносна помилка реконструкції  $E$ . Показано, що алгоритм демонструє суттєве поліпшення якості зображення порівняно з традиційною ОА-реконструкцією.

Отримані у роботі результати можуть бути важливими з погляду перспектив їх подальшого практичного застосування у завданнях біомедичної візуалізації. Остаточні висновки про ефективність запропонованого підходу можна зробити після його тестування на масивах реальних експериментальних даних.

#### Список літератури

1. Sandbichler M., Kraemer F., Berer T., Burgholzer P., Haltmeier M. A novel compressed sensing scheme for photoacoustic tomography // SIAM J. Appl. Math. – 2015. – V. 75. – №6. – P. 2475 – 2494.
2. Гусев В. Е., Карабутов А. А. Лазерная оптоакустика. – М.: Наука, 1991. – 304 с.
3. Хохлова Т. Д., Пеливанов И. М., Карабутов А. А. Методы оптико-акустической диагностики биотканей // Акуст. Журн. – 2009. – Т. 55. – № 4 – 5. – С. 672 – 683.
4. Rosenthal A., Ntziachristos V., Razansky D. Acoustic inversion in photoacoustic tomography: A review // Current medical imaging reviews. – 2013. – V. 9. – № 4. – P. 318 – 336.
5. Kuchment P., Kunyansky L. Mathematics of photoacoustic and thermoacoustic tomography. In: Scherzer, O. (eds) Handbook of Mathematical Methods in Imaging. Springer, New York, 2011. – P. 817 – 865. DOI: 10.1007/978-0-387-92920-0\_19.
6. Kuchment P., Kunyansky L. Mathematics of thermoacoustic tomography // European Journal of Applied Mathematics. – 2008. – V. 19. – № 2. – P. 191 – 224.
7. Xu M., Wang L. V. Universal back-projection algorithm for photoacoustic computed tomography // Biomedical Optics 2005 Intern. Society for Optics and Photonics. – 2005. – P. 251 – 254. DOI: 10.1117/12.589146.
8. Lam R. B., Kruger R. A., Reinecke D. R., DelRio S. P., Thornton M. M., Picot P. A., Morgan T. G. Dynamic optical angiography of mouse anatomy using radial projections // Proceedings of the SPIE, Volume 7564, id. 756405 (2010). DOI: 10.1117/12.841024.
9. Ozgur Ege, Ismet Karaca. Banach fixed point theorem for digital images // J. Nonlinear Sci. Appl. – 2015. – № 8 (2015). – P. 237 – 245. DOI: 10.22436/jnsa.008.03.08.
10. Berinde V. Iterative approximation of fixed points. Lecture Notes in Mathematics. – Springer, 2007. – Vol. 1912. DOI: 10.1007/978-3-540-72234-2.

11. Steffensen J. Remarks on iteration // Skand. Aktuarietidskr. – 1933. – № 16. – P. 64 – 72.
12. Wang Zhou, Bovik, Alan C., Sheikh, Hamid R., Simoncelli, Eero P. Image Quality Assessment: From Error Visibility to Structural Similarity // IEEE Transactions on Image Processing. – 2004. – Vol. 13. – № 4. – P. 600 – 612. DOI: 10.1109/TIP.2003.819861.
13. Bradley E. Treeby. Modeling nonlinear wave propagation on nonuniform grids using a mapped  $k$  – space pseudospectral method // IEEE transactions on ultrasonics, ferroelectrics, and frequency control. – Oct. 2013. – № 10. – P. 2208 – 2213. DOI: 10.1109/TUFFC.2013.2812.

## References (transliterated)

1. Sandbichler M., Kraemer F., Berer T., Burgholzer P., Haltmeier M. A novel compressed sensing scheme for photoacoustic tomography. *SIAM J. Appl Math.* 2015, v. 75, no. 6, pp. 2475–2494.
2. Gusev V. E., Karabutov A. A. *Lazernaya optoakustika* [Laser Optical Acoustics]. Moscow, Nauka Publ., 1991. 304 p.
3. Khokhlova T. D., Pelivanov I. M., Karabutov A. A. Metody optiko-akusticheskoy diagnostiki biotkaney [Methods of optoacoustic diagnostics of biological tissues]. *Acoust. Zhurn.* [Acoustical Journal]. 2009, vol. 55, no. 4–5, pp. 674–685.
4. Rosenthal A., Ntziachristos V., Razansky D. Acoustic inversion in optoacoustic tomography: A review. *Current medical imaging reviews.* 2013, vol. 9, no. 4, pp. 318–336. DOI: 10.2174/15734056113096660006.
5. Kuchment P., Kunyansky L. Mathematics of photoacoustic and thermoacoustic tomography. In: Scherzer, O. (eds) *Handbook of Mathematical Methods in Imaging.* Springer, New York, 2011, pp. 817–865. DOI: 10.1007/978-0-387-92920-0\_19.
6. Kuchment P., Kunyansky L. Mathematics of thermoacoustic tomography. *European Journal of Applied Mathematics.* 2008, vol. 19, no. 2, pp. 191–224. DOI: 10.1017/S0956792508007353.
7. Xu M., Wang L. V. Universal back-projection algorithm for photoacoustic computed tomography. *Biomedical Optics 2005 Intern. Society for Optics and Photonics.* 2005, pp. 251–254. DOI: 10.1117/12.589146.
8. Lam R. B., Kruger R. A., Reinecke D. R., DelRio S. P., Thornton M. M., Picot P. A., Morgan T. G. Dynamic optical angiography of mouse anatomy using radial projections. *Proceedings of the SPIE*, Volume 7564, id. 756405 (2010). DOI: 10.1117/12.841024.
9. Ozgur Ege, Ismet Karaca. Banach fixed point theorem for digital images. *J. Nonlinear Sci. Appl.* 2015, vol. 8 (2015), pp. 237–245. DOI: 10.22436/jnsa.008.03.08.
10. Berinde V. *Iterative approximation of fixed points. Lecture Notes in Mathematics.* Springer, 2007, vol. 1912. DOI: 10.1007/978-3-540-72234-2.
11. Steffensen J. Remarks on iteration. *Skand. Aktuarietidskr.* 1933, vol. 16, pp. 64–72.
12. Wang Zhou, Bovik, Alan C., Sheikh, Hamid R., and Simoncelli, Eero P. Image Quality Assessment: From Error Visibility to Structural Similarity. *IEEE Transactions on Image Processing.* 2004, vol. 13, no. 4, pp. 600–612. DOI: 10.1109/TIP.2003.819861.
13. Bradley E. Treeby. Modeling nonlinear wave propagation on nonuniform grids using a mapped  $k$  – space pseudospectral method. *IEEE transactions on ultrasonics, ferroelectrics, and frequency control.* Oct. 2013, no. 10, pp. 2208–2213. DOI: 10.1109/TUFFC.2013.2812.

Надійшла (received) 11.03.2023

## Відомості про авторів / Сведения об авторах / Information about authors

**Рудницький Олександр Геннадійович** – кандидат фізико-математичних наук, доцент, старший науковий співробітник, Інститут гідромеханіки НАН України, м. Київ; тел.: (093) 375-06-50; e-mail: a.rudnitskii@gmail.com.

**Рудницький Александр Геннадиевич** – кандидат физико-математических наук, доцент, старший научный сотрудник, Институт гидромеханики НАН Украины, г. Киев; тел.: (093) 375-06-50; e-mail: a.rudnitskii@gmail.com.

**Rudnitskii Alexandr Gennadievich** – Candidate of Physical and Mathematical Sciences, Associate Professor, Senior Research Fellow at the Institute of Hydromechanics NASU, Kyiv; tel.: (093) 375-06-50; e-mail: a.rudnitskii@gmail.com.

**Рудницька Марія Олександрівна** – провідний інженер, Інститут гідромеханіки НАН України, м. Київ; тел.: (093) 375-06-53; e-mail: mariia.rudnytska@gmail.com.

**Рудницкая Мария Александровна** – ведущий инженер, Институт гидромеханики НАН Украины, г. Киев; тел.: (093) 375-06-53; e-mail: mariia.rudnytska@gmail.com.

**Rudnytska Maria Alexandrovna** – Senior Engineer at the Institute of Hydromechanics NASU, Kyiv; tel.: (093) 375-06-53; e-mail: mariia.rudnytska@gmail.com.

**Ткаченко Людмила Володимирівна** – кандидат фізико-математичних наук, старший науковий співробітник, Інститут гідромеханіки НАН України, м. Київ; тел.: (066) 450-79-11; e-mail: lusia.tkch@gmail.com.

**Ткаченко Людмила Владимировна** – кандидат физико-математических наук, старший научный сотрудник, Институт гидромеханики НАН Украины, г. Киев; тел.: (066) 450-79-11; e-mail: lusia.tkch@gmail.com.

**Tkachenko Ludmila Vlalimirovna** – Candidate of Physical and Mathematical Sciences, Senior Research Fellow at the Institute of Hydromechanics NASU, Kyiv; tel.: (066) 450-79-11; e-mail: lusia.tkch@gmail.com.