

I. М. ГОРБАНЬ, А. С. КОРОЛЬОВА

ЗАСТОСУВАННЯ МЕТОДУ ДИСКРЕТНИХ ОСОБЛИВОСТЕЙ ДО РОЗРАХУНКУ ЕВОЛЮЦІЇ ПОВЕРХНЕВИХ ГРАВИТАЦІЙНИХ ХВИЛЬ НАД НЕРІВНОСТЯМИ ДОННОЇ ПОВЕРХНІ

Розвинутий чисельний алгоритм для моделювання в'язкої нелінійної взаємодії солітонних хвиль з нерівностями донної поверхні. Він поєднує метод граничних інтегральних рівнянь, який застосовується для визначення деформацій вільної поверхні, з вихровою схемою, за якою інтегруються рівняння динаміки рідини. Для перевірки цієї моделі була проведена серія тестових розрахунків, де отримані результати порівнювалися з власними експериментальними даними та результатами, відомими з аналогічних досліджень інших авторів. Отримано гарне співпадіння профілів вільної поверхні, а також полів швидкості при проходженні солітонної хвилі над тонкою зануреною пластиною. Виконані систематичні розрахунки взаємодії солітонної хвилі з підводною сходинкою в широкому діапазоні амплітуд хвилі та висоти сходинки. Показано, що при виході хвилі з глибокої води на мілку, її еволюцію визначають втрати енергії на відбиття, дисперсійні ефекти та генерацію вихрового поля. Динаміка хвилі на підводній сходинці залежить від коефіцієнту взаємодії, який визначається як відношення амплітуди хвилі до глибини води над сходинкою. Можливі чотири типи поведінки хвилі над сходинкою: слабка взаємодія, коли хвиля м'яко поділяється на прохідну і відбиту; поділ з утворенням за перешкодою двох солітонів; поділ з генерацією дисперсійного ланцюжка солітонів та обрушення хвилі. Отримане критичне значення коефіцієнта взаємодії, при якому солітонна хвиля завжди буде обрушуватися, становить близько 0.8, що узгоджується з експериментальними даними. Дослідження картин завихреності, яка генерується солітонною хвилею в крайці підводної сходинки, виявили два протилежно спрямованих вихори з горизонтальною віссю, масштаб яких є співмірним з глибиною води в мілкому каналі. Їх динаміка зумовлює інтенсивні водообмінні процеси між глибоководною і мілководною зонами, а також підняття води знизу вгору та її перемішування. Отримані дані дозволяють заздалегідь передбачити розвиток процесів та небезпеки, зумовлені виходом довгих нелінійних хвиль на шельф.

Ключові слова: солітонна хвиля, деформація вільної поверхні, підводний уступ, метод граничних інтегральних рівнянь, вихрова схема, коефіцієнт взаємодії.

I. Н. ГОРБАНЬ, А. С. КОРОЛЁВА

ПРИМЕНЕНИЕ МЕТОДА ДИСКРЕТНЫХ ОСОБЕННОСТЕЙ К РАСЧЕТУ ЭВОЛЮЦИИ ПОВЕРХНОСТНЫХ ГРАВИТАЦИОННЫХ ВОЛН НАД НЕРАВЕНСТВАМИ ДОННОЙ ПОВЕРХНОСТИ

Развитый численный алгоритм для моделирования вязкого нелинейного взаимодействия солитонных волн с неровностями донной поверхности. Он сочетает метод предельных интегральных уравнений, применяемый для определения деформаций свободной поверхности с вихревой схемой, по которой интегрируются уравнения динамики жидкости. Для проверки этой модели была произведена серия тестовых расчетов, где полученные результаты сравнивались с собственными экспериментальными данными и результатами, известными из аналогичных исследований других авторов. Получено хорошее совпадение профилей свободной поверхности, а также поля скорости при прохождении солитонной волны над тонкой погруженной пластиной. Произведены систематические расчеты взаимодействия солитонной волны с подводной ступенькой в широком диапазоне амплитуд волны и высоты ступеньки. Показано, что при выходе волны из глубокой воды на мелкую, ее эволюцию определяют потери энергии на отражение, дисперсионные эффекты и генерацию вихревого поля. Динамика волны на подводной ступени зависит от коэффициента взаимодействия, определяемого как отношение амплитуды волны к глубине воды над ступенькой. Возможны четыре типа поведения волны над ступенькой: слабое взаимодействие, когда волна мягко делится на проходящую и отраженную; разделение с образованием за препятствием двух солитонов; разделение с генерацией дисперсионной цепочки солитонов и обрушение волны. Полученное критическое значение коэффициента взаимодействия, при котором солитонная волна всегда будет обрушиваться, составляет около 0.8, что согласуется с экспериментальными данными. Исследования картин завихренности, генерируемой солитонной волной в кромке подводной ступени, выявили два противоположно направленных вихря с горизонтальной осью, масштаб которых соизмерим с глубиной воды в мелком канале. Их динамика обуславливает интенсивные водообменные процессы между глубоководной и мелководной зонами, а также подъем воды снизу вверх и ее перемешивание. Полученные данные позволяют заранее предусмотреть развитие процессов и опасностей, обусловленных выходом длинных нелинейных волн на шельф.

Ключевые слова: солитонная волна, деформация свободной поверхности, подводный уступ, метод предельных интегральных уравнений, вихревая схема, коэффициент взаимодействия.

I. M. GORBAN, A. S. KOROLOVA

APPLICATION OF THE METHOD OF DISCRETE SINGULARITIES TO THE CALCULATION OF THE EVOLUTION OF SURFACE GRAVITY WAVES OVER BOTTOM IRREGULARITIES

The numerical technique for simulation of viscous non-linear interactions between a solitary wave and a non-regular bottom was developed. It couples the boundary integral method used to determine the free surface deformations and the vortex scheme for integrating the fluid dynamic equations. To verify the model, a series of test calculations was carried out, where the obtained results were compared with our own experimental data and results known from similar studies by other authors. A good coincidence of the free surface elevation, as well as the velocity fields during the passage of a solitary wave over a thin submerged plate, was obtained. Systematic calculations of the interaction of a solitary wave with a submerged step in a wide range of wave amplitudes and step heights were performed. It is shown that when a wave emerges from deep water into the shallows, its evolution is determined by energy losses due to reflection, dispersion effects, and the generation of a vortex field. The dynamics of the wave on the submerged step depends on the coefficient of interaction, which is the ratio of the wave amplitude to the water depth above the step. Four types of wave behavior are possible above the step. Those are the weak interaction, when the wave gently splits into transmitted and reflected solitons; fission with development of two solitons behind the irregularity; fission with the generation of a dispersion chain of waves in the shallow water; and the collapse of a wave. The obtained critical value of the coefficient of interaction, at which the solitary wave is always breaking, is about 0.8, which is in congruence with the experimental data. Studies of patterns of vorticity generated by a solitary wave at the edge of a submerged step revealed two oppositely directed vortices with a horizontal axis, the scale of which is proportional to the water depth in a shallow channel. Their dynamics causes intensive exchange processes between deep water and shallows, as well as water flows from the bottom to the top and water mixing. The obtained data make it possible to predict in advance the development of processes and dangers caused by long nonlinear waves reaching the shelf.

Key words: solitary wave, deformation of free surface, submerged step, boundary integral equation method, vortex scheme, interaction coefficient.

Вступ та аналіз літератури. Вихід морських хвиль з глибокої води в прибережну зону супроводжується трансформаціями їхньої форми та енергії, які відбуваються внаслідок впливу донної поверхні. Дно на мілководді, як правило, має складний рельєф, сформований або природним чином, або через застосування занурених гідротехнічних споруд. Тому вивчення взаємодії поверхневих хвиль з нерівностями донної поверхні є важливим напрямком морської гідродинаміки, який має широке практичне застосування. В більшості робіт, присвячених цій проблемі, в якості хвильової моделі використовується солітон, який є довгою дисперсною хвилею, що зберігає форму над рівним дном [1]. Ранні теоретичні дослідження еволюції солітону над зануреними перешкодами ґрунтувалися на моделі слабо нелінійних довгих хвиль в наближенні мілкої води, яка зводиться до рівнянь Кортевега-де-Вріза. В [2] на основі цієї моделі вивчалось набігання солітонної хвилі на уступ і трикутний виступ. Отримані результати продемонстрували формування відбитої і прохідної хвилі для широкого діапазону значень амплітуди падаючого солітону, але їх порівняння з експериментальними даними показало, що розраховані амплітудні характеристики у випадку нелінійних хвиль є значно вищими, ніж в експерименті. Ця різниця пояснюється тим, що теорія мілкої води побудована на осередненні процесів по глибині, хоча, насправді, нелінійна солітонна хвиля генерує інтенсивні рухи рідини як у горизонтальному, так і у вертикальному напрямках.

Пряме чисельне моделювання гідродинамічних рівнянь при розв'язанні задач з вільною поверхнею потребує застосування динамічних сіток, оскільки границя розрахункової області неперервно змінюється. Це значно ускладнює виконання граничних умов і часто призводить до втрати стійкості чисельної схеми [3]. Подолати ці проблеми можна за допомогою безсіткових алгоритмів, які ґрунтуються на лагранжівій інтерпретації поля течії. Якщо представити рідку границю системою гідродинамічних особливостей (джерел або вихорів), то її еволюція описується рівняннями руху цих дискретних частинок, а інтенсивність приєднаного шару знаходиться з інтегральних рівнянь, побудованих на основі динамічної граничної умови. Докладне обґрунтування методу граничних інтегральних рівнянь (ГІР) для твердих стінок представлено в монографії [4]. У випадку вільної поверхні проблема, що розглядається, є істотно сингулярною за своєю природою, тому при інтегруванні рівнянь по простору необхідно забезпечити дотримання тонкого балансу між вибором параметрів дискретної схеми і способом апроксимації просторових похідних. Крім того, повинні застосовуватися ефективні регуляризаційні процедури, які дозволяють уникнути значних градієнтів на границі. Застосування ГІР до проблем морської гідродинаміки дозволило отримати важливі результати щодо еволюції хвиль над зануреними конструкціями [5, 6]. Але, оскільки ці дослідження виконані на основі моделі ідеальної рідини, в них не врахований ефект в'язкості, наслідком якого є формування зсувних і відривних течій при проходженні хвиль над неоднорідностями донної поверхні. Вихрове поле, що розвивається навколо нерівного дна, впливає на розподіл хвильової енергії, викликає дотичні напруження на донній поверхні та додаткові навантаження на занурені конструкції. Отже, дослідження динаміки хвиль над нерівностями донної поверхні з урахуванням в'язких процесів, які ними генеруються, є важливими як для поліпшення оцінок еволюції хвиль, так і для прогнозу небезпек щодо ерозії донної поверхні та стійкості підводних технічних систем.

В цій роботі представлені результати чисельних розрахунків взаємодії нелінійної солітонної хвилі з підводним уступом, які відображають динамічні процеси на вільній поверхні і розвиток вихрового поля під нею, а також картину водообмінних течій, що виникають навколо уступу при проходженні солітонної хвилі. Розвинений алгоритм ґрунтується на декомпозиції течії на дві складові – потенційне поле, пов'язане з вільною поверхнею, та поле завихренності навколо твердого нерівного дна. Форма вільної поверхні обчислюється методом ГІР, а в'язка течія описується системою рівнянь динаміки рідини Нав'є – Стокса в змінних «швидкість – завихренність», для дискретизації якої використовується вихрова схема, розвинена в роботі [7]. Слід відмітити, що потенційне і вихрове поля в цьому алгоритмі розглядаються як взаємозалежні елементи, що дозволяє врахувати обернений вплив вихрових процесів на еволюцію хвиль.

Постановка задачі. В морській гідродинаміці підводний уступ розглядається як модель переходу морського дна з глибокої води на континентальний шельф. З іншого боку, солітон представляє собою граничний розв'язок для довгих хвиль. Тому можна вважати, що проходження солітону над підводним уступом описує вихід довгих хвиль з глибокої води в прибережну зону. З практичної точки зору розв'язання цієї задачі дає можливість оцінити потенційні небезпеки для прибережної інфраструктури. Теоретичний інтерес до даної проблеми зумовлений тим, що при взаємодії з підводним уступом солітонна хвиля трансформується у ланцюжок хвиль (soliton fission), тобто вивчення перетворень довгої хвилі на підводному уступі є ключовою задачею в теорії розсіювання хвиль у водному середовищі.

Розглядається переміщення солітонної хвилі у двовимірному каналі, заповненому в'язкою рідиною, яка знаходиться під дією сили тяжіння (рис. 1). Глибина води в каналі раптово змінюється через наявність на дні вертикальної сходинки. Головними параметрами задачі є глибина води в каналі до його звуження h , амплітуда хвилі A_i та висота сходинки d . Система координат Oxy вводиться таким чином, що її початок лежить на перетині дна каналу і сходинки, ось Ox співпадає з дном, а ось Oy спрямована вздовж вертикальної стінки уступу.

Математична модель. Розрахунки, виконані в цьому дослідженні, ґрунтуються на системі двовимірних рівнянь динаміки в'язкої рідини Нав'є – Стокса, доповнених кінематичною і динамічною умовами на вільній поверхні, граничними умовами непротікання і ковзання на твердому дні та умовою поглинання збурень на бічних

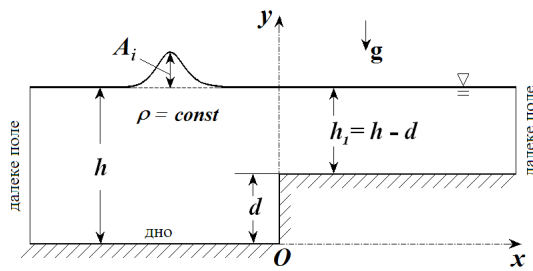


Рис. 1 – Схема проходження солітонної хвилі над підводним уступом.

Головне припущення, яке приймається при розв'язанні цієї задачі, полягає в тому, що поверхневим натягом і в'язкістю на вільній поверхні можна знехтувати. Це дозволяє вважати потік на рідкій границі та близько до неї потенціальним, а тиск таким, що дорівнює атмосферному. Взаємодія хвилі з нерівним дном у в'язкій рідині, якою заповнений канал, породжує вихрову течію під вільною поверхнею. В цьому випадку, є доцільним застосування принципу *декомпозиції Гельмгольца*, згідно з яким течія представляється суперпозицією скалярного і векторного потенціалів, які описують, відповідно, потік на границі і течію в'язкої рідини під нею. Поле швидкості за такого підходу представляється сумою градієнтів від скалярного і векторного потенціалів:

$$\vec{V}(\vec{r}, t) = \nabla\phi + \nabla \times (\Phi\vec{k}), \quad (1)$$

де \vec{V} – швидкість; t – час; \vec{r} – радіус-вектор точки поля; ϕ і $\Phi\vec{k}$ – скалярний і векторний потенціали, відповідно; \vec{k} – одиничний вектор, перпендикулярний до поля течії.

Докладний опис чисельного алгоритму, що був розвинений для розв'язання даної проблеми, можна знайти в [8]. Потенційна складова в рівнянні (1) знаходиться на основі методу граничних інтегральних рівнянь. Відривна течія навколо нерівного дна моделюється *вихровим методом для в'язкої рідини*, розвиненим в [7], коректність якого підтверджена розв'язанням різних задач з фіксованими границями [10]?

Параметри розрахункової схеми. Канал для розрахунків має глибину $h=1$ м і довжину 140 м. Далі усі змінні будемо записувати у нормалізованому вигляді відносно глибини h . Ширина поглинаючих шарів на кінцях каналу дорівнює $10h$. Вважається, що підводна нерівність розташована посередині каналу. Солітонна хвиля генерується на початку каналу і переміщується зліва направо. Початкові дані для хвилі (профіль хвилі та потенціал швидкості течії під нею) визначаються за допомогою *ітераційного алгоритму*, запропонованого в [11]. Він знаходить асимптотичний солітонний розв'язок *рівняння Ейлера*, який описує переміщення частинок рідини під профілем хвилі як у горизонтальному, так і у вертикальному напрямках. Це дозволяє розглядати не лише динаміку вільної поверхні, а й еволюцію поля течії. Вільна поверхня дискретизується вихровими панелями у кількості $N=2800$ так, що початкова довжина панелей Δe_i , де $i=1, \dots, N$, знаходиться з урахуванням кута нахилу конкретної панелі до осі Ox , виходячи з того, що $\Delta x_i = 0.05h$; параметри сітки, яка накладається на поле течії для розв'язання в'язкої проблеми $\Delta x = \Delta y = 0.01h$; крок за часом $\Delta t = 0.005\sqrt{g/h}$. Амплітуда хвиль, що розглядалися в цих розрахунках, змінювалася в межах $A_i/h = 0.1 \div 0.5$; висота сходинки варіювалася від $d/h = 0.1$ до $d/h = 0.8$. Такі широкі діапазони параметрів задачі дозволили отримати узагальнені висновки щодо залежності хвильової динаміки над підводним уступом від значення коефіцієнту взаємодії $K_{int} = A_i/(h-d)$, який був введений в [11] на основі даних експериментальних досліджень.

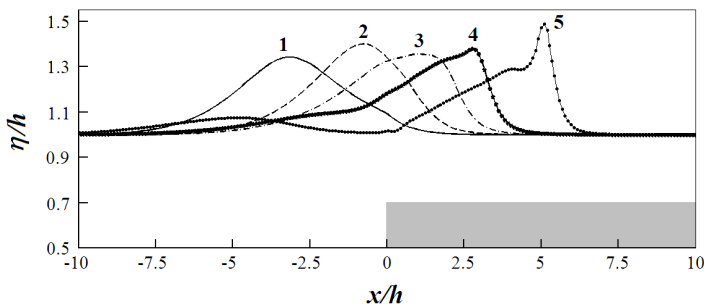


Рис. 2 – Еволюція солітонної хвилі з амплітудою $A_i/h = 0.35$ в околі підводного уступу висотою $d/h = 0.7$.

стінках каналу. Повне формулювання проблеми, що розглядається, представлено в [8]. Усі лінійні параметри в цій задачі віднесені до глибини h . Число Фруда вводиться як відношення фазової швидкості заданого солітону до фазової швидкості лінійної хвилі:

$$Fr = \sqrt{g(A_i + h)} / \sqrt{gh}.$$

За характерну швидкість вибирається швидкість частинок рідини під гребенем хвилі $(A_i/h)\sqrt{g(h + A_i)}$, відповідно, $Re = Uh/\nu = A_i\sqrt{g(h + A_i)}/\nu$, де ν – кінематична в'язкість рідини.

Результати розрахунків. З результатів, отриманих при цьому моделюванні, випливає, що профіль солітонної хвилі $\eta(x)$ при раптовій зміні глибини води в акваторії зазнає бурхливої еволюції, яка характеризується сильною нелінійністю. При цьому розвиток збурень на вільній поверхні можна поділити на 5 етапів (рис. 2).

Далеко від сходинки, де дно горизонтальне, одиночна хвиля поширюється, не змінюючи свою форму (крива 1). Коли гребінь хвилі наближається до сходинки, її висота збільшується (крива 2). При подальшому переміщенні хвиля просідас, а вздовж її підвітряної сторони утво

рюється опуклість, з якої починає формуватися відбита хвиля (крива 3). Просування хвилі після виходу на мілину характеризується видовженням її фронту вгору, в той же час, інший бік хвилі поступово форматується у поверхню, яка різко обривається і вдаряється об воду (крива 4). Це призводить до утворення відбитої хвилі, яка буде рухатися у зворотному напрямку без зміни форми. Прохідна хвиля з навітряного боку ще сильніше витягується вгору, а її підвітряний бік залишається пологим і надалі з нього сформується вторинні солітони (крива 5). Наведені результати отримані при $A_i/h = 0.35$, $d/h = 0.7$, але й інші аналогічні розрахунки свідчать про те, що динаміка солітонної хвилі в околі підводної сходинок, коли формуються відбитий і прохідний солітони, є подібною при різних параметрах задачі. Крім того, час взаємодії також слабо залежить, як від амплітуди хвилі, що набігає, так і від висоти донної нерівності. У всьому розглянутому діапазоні параметрів описані перетворення відбуваються в середині часового проміжку $-2.5 < \bar{t} < 2.5$, де $\bar{t} = 0$ відповідає проходженню гребеня хвилі в точці $\bar{x} = 0$.

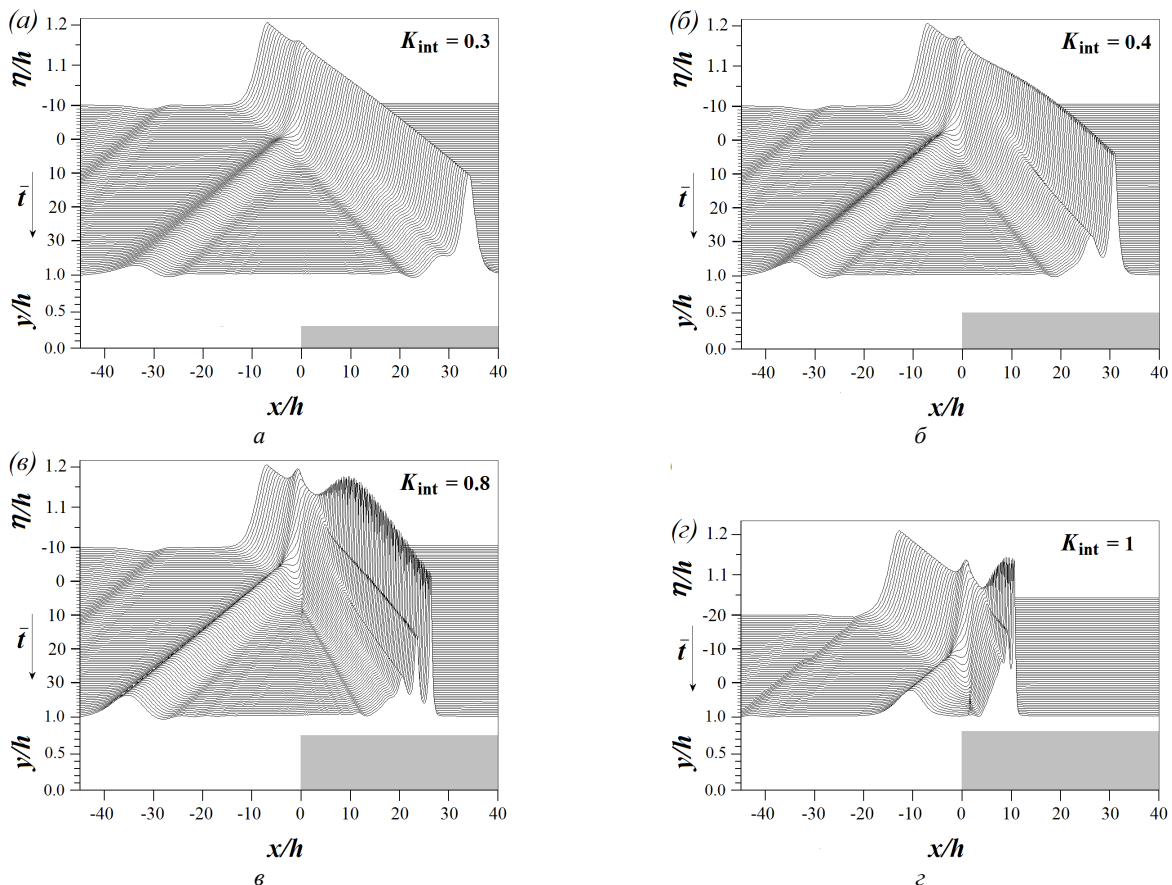


Рис. 3 – Профілі вільної поверхні при проходженні солітонної хвилі з початковою амплітудою $A_i/h = 0.2$ над підводними уступами різної висоти: $a - d/h = 0.3$; $b - d/h = 0.5$; $v - d/h = 0.75$; $z - d/h = 0.8$.

Головна увага в дослідженнях взаємодії довгих хвиль з підводними перешкодами спрямована на описання динаміки прохідної хвилі, оскільки саме вона переносить енергію, що загрожує узбережжю. Рис. 3 ілюструє отримані в розрахунках картини профілів вільної поверхні, які утворюються при проходженні солітонної хвилі з відносною амплітудою $A_i/h = 0.2$ над сходинок різної висоти. Ці результати систематизовані за значеннями коефіцієнту взаємодії K_{int} . Якщо $K_{int} \ll 1$, спостерігається слабке відхилення прохідної хвилі від початкової форми падаючого солітону. Цей тип взаємодії показаний на рис. 3, a , де $K_{int} = 0.3$. При помірних значеннях K_{int} , прохідна хвиля поділяється на два солітони і видовжується (рис. 3, b , $K_{int} = 0.4$). Рис. 3, v відповідає критичному значенню K_{int} , коли головний солітон, що утворився за уступом, розпадається на ланцюжок вторинних хвиль (*soliton fission*), але розпаду цієї хвильової системи ще не спостерігається ($K_{int} = 0.8$). Головний солітон на рис. 3, z , де $K_{int} = 1$, стає крутим настільки, наскільки це можливо. Далі він, очевидно, обрушиться, і утвориться *енергетичний бор*, але цей процес не може бути досліджений в рамках розвиненої чисельної моделі. Оцінки показують, що перед обрушенням амплітуда першого прохідного солітону збільшується вдвічі, якщо порівнювати з хвилею, яка набігає на сходинок. Обсяг розрахунків, виконаних в цій роботі, дозволив класифікувати

процес, що розглядається, кількісно, використовуючи коефіцієнт взаємодії K_{int} . При $K_{\text{int}} \leq 0.3$, має місце слабка взаємодія солітонної хвилі з підводним уступом (мода 1). Коли $0.3 < K_{\text{int}} \leq 0.7$, конфігурація вільної поверхні відповідає моді 2 з головним прохідним солітоном і однією вторинною хвилею. Тип взаємодії, при якому, крім головної хвилі, утворюється ланцюжок солітонів (мода 3), відбувається при $0.7 < K_{\text{int}} \leq 0.8$. Значення $K_{\text{int}} \approx 0.8$ є критичним ($K_{\text{int}}^{\text{cr}}$), за яким в усіх розглянутих випадках спостерігається розвал солітонної хвилі при проходженні над підводним уступом (мода 4). Потрібно відмітити, що отримане в розрахунках $K_{\text{int}}^{\text{cr}} = 0.8$ співпадає з аналогічною величиною, отриманою в експериментальних дослідженнях [11]. Подібні картини розвитку вільної поверхні при взаємодії солітонної хвилі з підводним уступом були описані також в [12] на основі даних фізичного експерименту. Проте, автори не повідомляли про кількісні оцінки, аналогічні до тієї, яка зроблена в цій роботі. Важливість цього результату полягає в тому, що він забезпечує інструмент для передбачення еволюції довгих хвиль на континентальному шельфі за відомого перепаду глибин в акваторії.

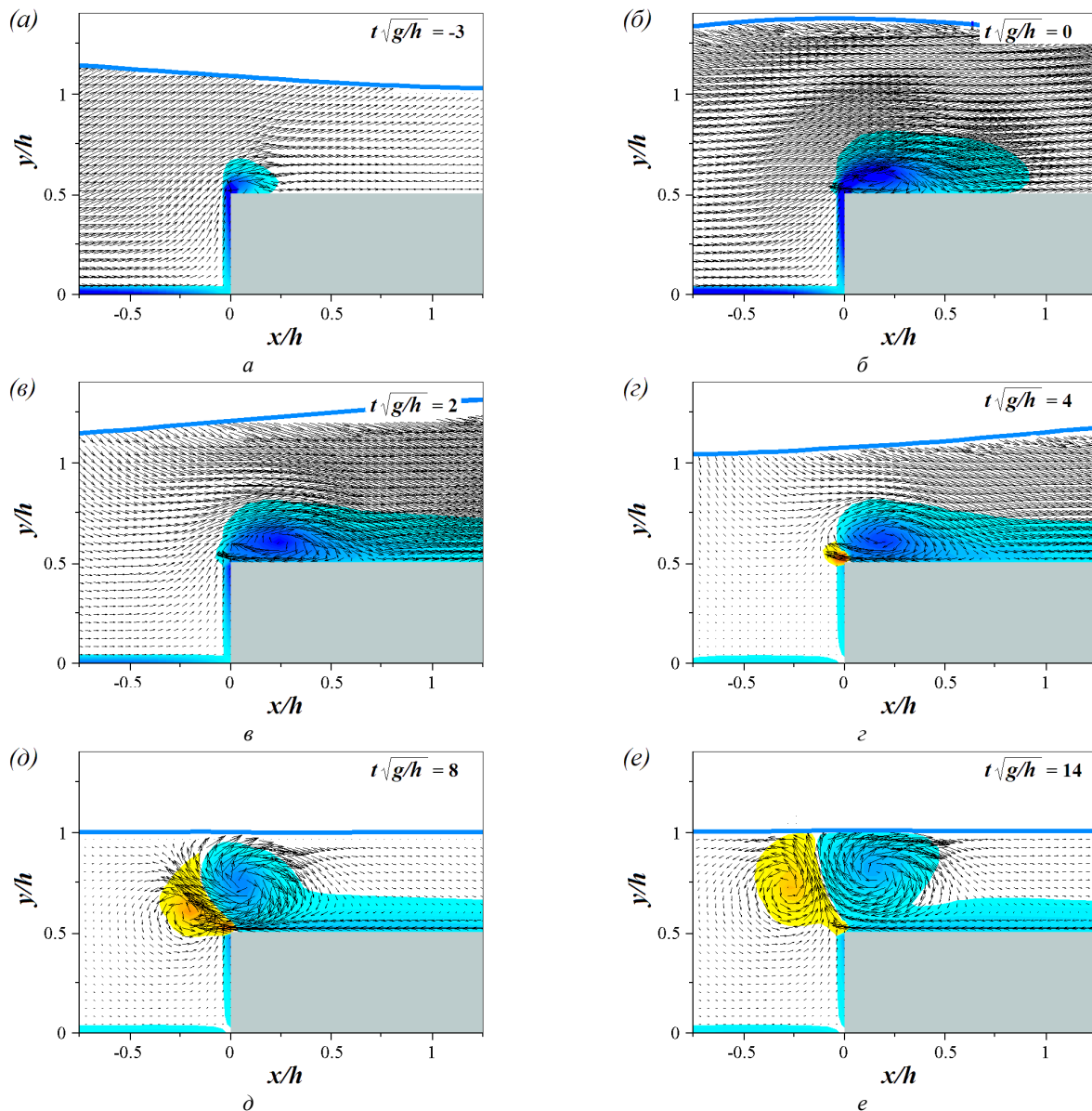


Рис. 4 – Поля швидкості \vec{V} і завихренності ω , які генеруються солітонною хвилею з амплітудою $A_t/h = 0.35$ при проходженні над підводним уступом висотою $d/h = 0.5$: $\omega_{\text{min}} = -6$, $\omega_{\text{max}} = 6$.

Солітонна хвиля, рухаючись, тягне за собою частинки рідини. В цьому сенсі можна вважати, що солітонна хвиля подібна до локальної однорідної течії. Тому, коли вона наближається до донної нерівності, відбуваються процеси, які звичайно супроводжують зміну конфігурації потоку у в'язкій рідині – виникнення негативного градієнту тиску вздовж твердої границі, генерація зсувної течії та розвиток вихрового поля. Рис. 4 ілюструє отри-

мані в розрахунках картини розподілу безрозмірних швидкості \vec{V} та завихренності ω навколо підводного уступу висотою $d/h = 0.5$, викликані проходженням хвилі з амплітудою $A_i/h = 0.35$. Моменти часу на рис. 4 маркуються за положенням горизонтальної координати гребеня головного солітону $\bar{x}_c = x_c/h$. Наведені результати дозволяють передбачити розвиток турбулентних процесів і напрямки руху рідини у природних водоймах з різкими змінами форми донної поверхні. Довжина L солітонної хвилі пов'язана з її амплітудою A_i співвідношенням $L/h \approx 10\sqrt{h/A_i}$. Ця формула дозволяє оцінити відстань, на якій відчувається вплив хвильового потоку. Зокрема, при $A_i/h = 0.35$ отримуємо $L \approx 17h$. Це означає, що формування зсувного шару над підводним уступом має починатися при $x_c/h \approx -8.5$. Приблизно така динаміка потоку отримана в цих розрахунках. З наближенням фронту хвилі до сходинки, зсувний шар згортається у вихор, який обертається у напрямку поширення хвилі (рис. 4, а). Коли хвиля ще ближче підходить до уступу, швидкість частинок рідини навколо нього збільшується, через що розміри та інтенсивність циркуляційної течії стрімко зростають. Інтенсивність вихору набуває максимальної сили, коли гребінь хвилі проходить над уступом (рис. 4, б). Надалі вихор збільшується у розмірах і підіймається вгору (рис. 4, в, г). Чим далі переміщується хвильовий фронт, тим менше він буде впливати на область поблизу сходинки, тому, в ній починає домінувати циркуляційна течія, яка представлена великим вихором, розташованим над верхньою стінкою уступу. Його обертання викликає вторинну завихренність на цій стінці. З часом вона втрачає стійкість і закручується у вихор, який обертається у протилежному напрямку (в даному випадку, проти годинникової стрілки – рис. 4, д). Остаточо, над сходинкою формується дипольна структура, яка підіймається вгору і викликає незначні сплески води на поверхні. Оскільки вихор, який обертається за годинниковою стрілкою, має вищу інтенсивність, він домінує в цій парі, через що вона спочатку підіймається до поверхні води (рис. 4, е), а потім помалу рухається слідом за хвилею, поки завихренність повністю не згасне. Отримані результати вказують на те, що вихрове поле, яке генерується під водою внаслідок виходу солітонної хвилі з відкритого моря на шельф, більше впливає на прибережну зону, ніж на глибоководну, а масштаб турбулентності є співмірним з глибиною води над шельфом.

Висновки. Розвинений чисельний алгоритм для моделювання в'язких течій в каналах з вільною поверхнею і нерівним дном. Він ґрунтується на сумісному використанні методу граничних інтегральних рівнянь, що розраховує деформації вільної поверхні, та вихрового методу для інтегрування рівнянь динаміки рідини. Верифікація цього алгоритму стосовно еволюції нелінійних солітонних хвиль, які поширюються в областях, обмежених нерівним дном або бічними стінками, засвідчила здатність чисельної схеми моделювати складні динамічні явища, що супроводжують взаємодію поверхневих гравітаційних хвиль з підводними об'єктами. Виконані розрахунки динаміки нелінійних солітонних хвиль над підводним уступом дозволили систематизувати явища, які відбуваються на поверхні води за кількісним параметром (коефіцієнтом взаємодії), що дозволяє заздалегідь оцінити розвиток процесів, зумовлених виходом довгих нелінійних хвиль на морський шельф, та передбачити пов'язані з цим небезпеки для прибережних територій. Детальні дослідження вихрового поля, яке генерується при проходженні солітонної хвилі над підводним уступом, вказують на те, що турбулентність в цьому разі представлена двома протилежними вихорами з горизонтальною віссю, масштаб яких є співмірним з глибиною води в шельфовій зоні. Динаміка цих вихорів зумовлює інтенсивні водообмінні процеси між глибоководною і мілкоководною зонами, а також піднімання води знизу вгору та її перемішування.

Список літератури

1. *Synolakis C. E.* The run-up of solitary waves // *J. Fluid Mechanics*. – 1987. – Vol. 185. – P. 523 – 545.
2. *Seabra-Santos F. J., Renouard D. P., Temperville A. M.* Numerical and experimental study of the transformation of a solitary wave over a shelf or isolated obstacle // *J. Fluid Mechanics*. – 1987. – Vol. 176. – P. 117 – 134. <https://doi.org/10.1017/S0022112087000594>.
3. *Tsai W., Yue D. K. P.* Computation of non-linear free-surface flows // *Annual. Review of Fluid Mechanics*. – 1996. – Vol. 28. – P. 249 – 278.
4. *Довгий С. А., Лифанов І. К.* Методи рішення інтегральних рівнянь. – К. : «Наукова думка», 2012. – 295 с.
5. *Cooker M. J., Vidal D. H., Dold J. W.* The interaction between a solitary wave and a submerged semicircular cylinder // *J. Fluid Mechanics*. – 1990. – Vol. 215. – P. 1 – 22. <https://doi.org/10.1017/S002211209000252X>.
6. *Cheng L. G., Ji C., Zhai G.* Solitary wave slamming on an oscillating wave surge converter over varying topography in the presence of collinear currents // *Physics Fluids*. – 2020. – Vol. 32. – ID 047102. <http://dx.doi.org/10.1063/5.0001402>.
7. *Горбань В. О., Горбань І. М.* Вихрова структура потоку при обтіканні квадратної призми: числова модель та алгоритми управління // *Прикладна гідромеханіка*. – 2005. – Т. 7. – С. 8 – 26.
8. *Gorban I. M.* A numerical study of solitary wave interactions with a bottom step / In: *Sadovnichiy V., Zgurovsky M.* (eds) // *Continuous and Distributed Systems II. Studies in Systems, Decision and Control*. – Springer, Cham., 2015. – vol. 30. – P. 369 – 387.
9. *Gorban I. M., Khomenko O. V.* Flow control near a square prism with the help of frontal flat plates / In: *Sadovnichiy V., Zgurovsky M.* (eds) // *Advances in Dynamical Systems and Control. Studies in Systems, Decision and Control*. – Springer, Cham., 2016. – vol. 69. – P. 327 – 350.
10. *Clamond D., Dutykh D.* Fast accurate computation of the fully nonlinear solitary surface gravity waves // *J. Computers & Fluids*. – 2013. – Vol. 84. – P. 35 – 38. <http://dx.doi.org/10.1016/j.compfluid.2013.05.010>.
11. *Котельнікова А. С., Нікішов В. І., Срібнюк С. М.* Взаємодія поверхневих поодиноких хвиль з підводними перешкодами // *Доп. НАН України*. – 2012. – № 7. – С. 54-59.

12. Losada M. A., Vidal C., Medina R. Experimental study of the evolution of a solitary wave at an abrupt junction // *J. Geophysics Research*. – 1989. – Vol. 94. – No. C10 – P. 14557–14566. <https://doi.org/10.1029/JC094iC10p14557>.

References (transliterated)

1. Synolakis C. E. The run-up of solitary waves. *J. Fluid Mechanics*. 1987, vol. 185, pp. 523–545.
2. Seabra-Santos F. J., Renouard D. P., Temperville A. M. Numerical and experimental study of the transformation of a solitary wave over a shelf or isolated obstacle. *J. Fluid Mechanics*. 1987, vol. 176, pp. 117–134. <https://doi.org/10.1017/S0022112087000594>.
3. Tsai W., Yue D. K. P. Computation of non-linear free-surface flows. *Annual. Review of Fluid Mechanics*. 1996, vol. 28, pp. 249–278.
4. Dovgiiy S. A., Lifanov I. K. *Metodu resheniya integral'nykh uravneniy* [Methods of solution of integral equations]. Kyiv, Naukova Dumla Publ., 2012. 295 p.
5. Cooker M. J., Vidal D. H., Dold J. W. The interaction between a solitary wave and a submerged semicircular cylinder. *J. Fluid Mechanics*. 1990, vol. 215, pp. 1–22. <https://doi.org/10.1017/S002211209000252X>.
6. Cheng L. G., Ji C., Zhai G. Solitary wave slamming on an oscillating wave surge converter over varying topography in the presence of collinear currents. *Physics Fluids*. 2020, vol. 32, ID 047102. <http://dx.doi.org/10.1063/5.0001402>.
7. Gorban' V. O., Gorban' I. M. Vykhorva struktura potoku pry obtikanni kvadratnoyi pryzmy: chyslova model' ta alhorytmy upravlinnya [Vortex pattern of the flow near a square prism: numerical model and algorithms of control]. *Prykladna gidromekhanika* [Applied Hydromechanics]. 2005, vol. 7, pp. 8–26.
8. Gorban I. M. A numerical study of solitary wave interactions with a bottom step. In: Sadovnichiy V., Zgurovsky M. (eds). *Continuous and Distributed Systems II. Studies in Systems, Decision and Control*. Springer, Cham., 2015, vol. 30, pp. 369–387.
9. Gorban I. M., Khomenko O. V. Flow control near a square prism with the help of frontal flat plates. In: Sadovnichiy V., Zgurovsky M. (eds). *Advances in Dynamical Systems and Control. Studies in Systems, Decision and Control*. Springer, Cham., 2016, vol. 69, pp. 327–350.
10. Clamond D., Dutykh D. Fast accurate computation of the fully nonlinear solitary surface gravity waves. *J. Computers & Fluids*. 2013, vol. 84, pp. 35–38. <http://dx.doi.org/10.1016/j.compfluid.2013.05.010>.
11. Kotelnikova A. S., Nikishov V. I., Srebnyyuk S. M. Vzayemodiya poverkhnivykh poodynoykh khvyl' z pidvodnymy pereshkodamy [Interaction of surface solitary waves with submerged obstacles]. *Dopovidi NAN Ukrainy* [Reports of the National Academy of Science of Ukraine]. 2012, vol. 7, pp. 54–59.
12. Losada M. A., Vidal C., Medina R. Experimental study of the evolution of a solitary wave at an abrupt junction. *J. Geophysics Research*. 1989, vol. 94, no. C10, pp. 14557–14566. <https://doi.org/10.1029/JC094iC10p14557>.

Надійшла (received) 11.04.2023

Відомості про авторів / Сведения об авторах / Information about authors

Горбань Ірина Миколаївна – кандидат фізико-математичних наук, старший науковий співробітник, старший науковий співробітник відділу гідродинаміки хвильових та руслових потоків, Інститут гідродинаміки НАН України, м. Київ; тел.: (044) 371-65-46; e-mail: ivgorban@gmail.com.

Горбань Ірина Николаевна – кандидат физико-математических наук, старший научный сотрудник, старший научный сотрудник отдела гидродинамики волн и русловых потоков, Институт гидромеханики НАН Украины, г. Киев; тел.: (044) 371-65-46; e-mail: ivgorban@gmail.com.

Gorban Iryna Mykolayivna – Candidate of Physical and Mathematical Sciences, Senior Staff Researcher, Senior Staff Researcher at the Department of Hydrodynamics of Wave and Channel Flows, Institute of Hydromechanics of the NAS of Ukraine, Kyiv; tel.: (044) 371-65-46; e-mail: ivgorban@gmail.com.

Корольова Анна Сергіївна – кандидат фізико-математичних наук, старший науковий співробітник відділу гідродинаміки хвильових та руслових потоків, Інститут гідродинаміки НАН України, м. Київ; тел.: (044) 371-65-46; e-mail: kan5nas@gmail.com.

Корольова Анна Сергеевна – кандидат физико-математических наук, старший научный сотрудник отдела гидродинамики волн и русловых потоков, Институт гидромеханики НАН Украины, г. Киев; тел.: (044) 371-65-46; e-mail: kan5nas@gmail.com.

Korolova Anna Sergiyivna – Candidate of Physical and Mathematical Sciences, Senior Staff Researcher at the Department of Hydrodynamics of Wave and Channel Flows, Institute of Hydromechanics of the NAS of Ukraine, Kyiv; tel.: (044) 371-65-46; e-mail: kan5nas@gmail.com.