

В. А. ВОСКОБОЙНИК, А. А. ВОСКОБОЙНИК, Д. И. ЧЕРНИЙ, А. В. ВОСКОБОЙНИК

ПУЛЬСАЦИИ СКОРОСТИ И ПРИСТЕНОЧНОГО ДАВЛЕНИЯ ТУРБУЛЕНТНОГО ПОГРАНИЧНОГО СЛОЯ

Приведены результаты исследования поля пульсаций скорости и пристеночного давления турбулентного пограничного слоя, развитого на гибком протяженном цилиндре и гидравлически гладкой плоской пластине. Показаны особенности взаимодействия поля скорости и давления в пограничном слое, охарактеризованы звуковые и псевдозвуковые источники гидродинамического шума. Сделан анализ интегральных, корреляционных и спектральных характеристик поля пульсаций скорости и пристеночного давления в турбулентном пограничном слое. Установлены характерные особенности когерентных вихревых структур источников полей пульсаций скорости и давления турбулентного пограничного слоя.

Ключевые слова: поле скорости, пульсации пристеночного давления, турбулентный пограничный слой, когерентные вихревые структуры, корреляция, спектр.

В. А. ВОСКОБОЙНИК, О. А. ВОСКОБОЙНИК, Д. І. ЧЕРНІЙ, А. В. ВОСКОБОЙНИК

ПУЛЬСАЦІЇ ШВИДКОСТІ ТА ПРИСТІННОГО ТИСКУ ТУРБУЛЕНТНОГО ПРИМЕЖОВОГО ШАРУ

Приведені результати дослідження поля пульсацій швидкості та пристінного тиску турбулентного примежового шару, який утворено на гнучкому видовженому циліндрі і гідравлічно гладкій пласкій пластині. Показані особливості взаємодії поля швидкості та тиску у примежовому шарі, охарактеризовані звукові і псевдозвукові джерела гідродинамічного шуму. Проаналізовано інтегральні, кореляційні і спектральні характеристики поля пульсацій швидкості та пристінного тиску у турбулентному примежовому шарі. Показано взаємозв'язок між цими статистичними характеристиками, а також вказано механізми та джерела, які впливають на поведінку цих характеристик. Відмічено, що у турбулентному примежовому шарі формуються великомасштабні вихрові структури і дрібномасштабні вихори, які утворюють зовнішню та внутрішню область примежового шару. Встановлено, що великомасштабні вихрові структури генерують пульсації тиску, які мають закон розподілення густини ймовірностей, близький до гаусівського закону, а дрібномасштабні вихори, які генерують високочастотні або низькохвильові пульсації, мають закон розподілення щільності ймовірностей пульсацій, відмінний від нормального закону. Взаємодія когерентних вихрових структур між собою та з обтічною поверхнею призводить до зміни інтегральних, кореляційних і спектральних характеристик полів швидкості та тиску. Відмічено, що зі збільшенням відстані між датчиками пульсацій тиску корельованість сигналів зменшується, а час затримки корельованих сигналів збільшується. Таким чином, зі збільшенням відстані між вимірювальними точками корельованими пульсаціями є ті, які генеруються великомасштабними вихровими структурами. Визначено, що найбільші рівні пульсацій швидкості та тиску генерують великомасштабні вихрові структури, які мають найбільшу когерентність. Отримані результати дали можливість охарактеризувати когерентні вихрові структури, їх особливості формування, місця зародження, масштаби, напрямки і швидкості переносу.

Ключові слова: поле швидкості, пульсації пристінного тиску, турбулентний примежовий шар, когерентні вихрові структури, кореляція, спектр.

V. A. VOSKOBONICK, O. A. VOSKOBONIK, D. I. CHERNIY, A. V. VOSKOBONIK

VELOCITY AND WALL PRESSURE FLUCTUATIONS OF TURBULENT BOUNDARY LAYER

The results of the study of the velocity pulsation field and the near-wall pressure of the turbulent boundary layer, which is formed on a flexible elongated cylinder and a hydraulically smooth flat plate, are presented. Peculiarities of the interaction of the velocity and pressure fields in the boundary layer are shown; sound and pseudosonic sources of hydrodynamic noise are characterized. The integral, correlation and spectral characteristics of the field of velocity pulsations and wall pressure in the turbulent boundary layer are analyzed. The relationship between these statistical characteristics is shown, as well as the mechanisms and sources that influence the behavior of these characteristics. It is noted that large-scale vortex structures and small-scale vortices are formed in the turbulent boundary layer, which form the outer and inner regions of the boundary layer. It is established that large-scale vortex structures generate pressure fluctuations, whose probability density distribution law is close to Gaussian law, and small-scale vortices that generate high-frequency or low-wave fluctuations have a non-Gaussian law of probability distribution of pulsation density. The interaction of coherent vortex structures with each other and with the streamlined surface leads to changes in the integral, correlation and spectral characteristics of the velocity and pressure fields. It is noted that with increasing the distance between the pressure fluctuation sensors, the correlation of signals decreases, and the delay time of correlated signals increases. Thus, with the increasing of the distance between the measuring points, the correlated fluctuations are those generated by the large-scale vortex structures. It is determined that the highest levels of velocity and pressure fluctuations are generated by the large-scale vortex structures that have the highest coherence. The results obtained make it possible to characterize coherent vortex structures, their features of formation, places of origin, scales, directions and velocities of transfer.

Key words: velocity field, wall pressure fluctuations, turbulent boundary layer, coherent vortex structures, correlation, spectrum.

Введение. Экспериментальные исследования и численное моделирование показали, что *турбулентный пограничный слой* насыщен вихревыми структурами различных масштабов, диапазон которых расширяется с увеличением числа Рейнольдса [1 – 3]. Когерентные турбулентные структуры играют определяющую роль в процессе генерации пристеночных давлений и касательных напряжений на стенке, а интенсивные высокочастотные пульсации, хотя и действуют непродолжительное время, оказывают существенное воздействие на интегральные характеристики [2, 4 – 6].

Пульсации давления, генерируемые турбулентными пограничными слоями, играют ключевую роль во многих физических явлениях прикладных задач, поскольку они вносят большой вклад в возбуждение вибраций обтекаемых поверхностей и излучение шума. Например, проектирование современных авиационных, автомобильных или морских конструкций и сооружений требует качественного физического и численного моделирования поля пульсаций пристеночного давления. Это обусловлено необходимостью выявления механизмов генерации

внутреннего и внешнего шума и продления срока эксплуатации корпусных панелей, которые подвергаются такого класса нагрузкам. Все это мотивирует большое число научно-исследовательских работ по изучению природы аэрогидродинамических шумов и полей пульсаций пристеночного давления, генерируемого на обтекаемых поверхностях.

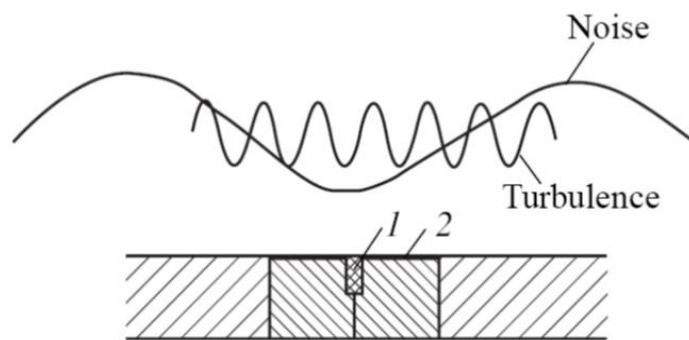
Постановка задачи, программа и методика исследований. Известно, что *кинетическая энергия потока* за счет его взаимодействия с твердыми телами, в основном, теряется на преодоление вязких потерь в пограничном слое, на образование вихрей и, отчасти, преобразуется в *звуковую энергию*. Так, обтекание любого тела потоком сжимаемой либо несжимаемой жидкости, особенно при высоких скоростях, сопряжено с генерацией аэродинамического либо гидродинамического шума, интенсивность которого в значительной степени зависит от геометрических особенностей тел обтекания, а также режимов течения. В турбулентном потоке наряду со звуковой составляющей гидродинамического шума существует и его *псевдозвуковая* составляющая [7, 8], которая, согласно *Блохинцеву* [7], имеет не *акустическую*, а *гидродинамическую* природу. Это приводит к появлению конвективной и звуковой областей в спектральных зависимостях гидродинамического шума турбулентного пограничного слоя, которые регистрируются, например, датчиками пульсаций пристеночного давления, установленными заподлицо с обтекаемой поверхностью. В различных точках турбулентного потока вихревое движение, обусловленное перемещением вихревых структур различных масштабов, генерирует различные по интенсивности гидродинамические давления. Перенос средним потоком этих источников мимо неподвижного наблюдателя (или мимо датчика давления) создает для наблюдателя *эффект осциллирующих во времени давлений*, внешне не отличимых от звуковых пульсаций. Однако эти пульсации не являются звуковыми. Для этих давлений сжимаемость жидкости не имеет значения, а их интенсивность не зависит от *числа Маха*. Скорость конвекции псевдозвуковых давлений не относится к скорости звука, а полностью определяется только скоростью их переноса потоком. Кроме того, звуковые волны подчиняются *принципу суперпозиции* (поскольку их можно считать линейными колебаниями среды), а псевдозвуковые пульсации скорости и давления в нестационарном потоке, представляющие собой нелинейные явления, не подчиняются суперпозиции [7]. Давление псевдозвука не зависит от среднего давления окружающей среды и убывает обратно пропорционально квадрату расстояния или по *экспоненциальному закону* (для плоской задачи).

Возникновение псевдозвуковых возмущений на обтекаемой поверхности обусловлено нестационарным взаимодействием вихревых структур в пограничном слое между собой, а также взаимодействием вихрей с обтекаемой поверхностью. В связи с тем, что пульсации пристеночного давления интегрально отражают существование пульсаций полей скоростей, характер и интенсивность поля пульсаций давления на обтекаемой поверхности во многом определяется движением *когерентных вихревых структур* в пограничном слое. Псевдозвуковые давления локализованы внутри турбулентного потока, в то время как звуковые давления распространяются на большие расстояния за пределами области, занятой турбулентным течением. Так, на расстояниях от обтекаемой поверхности, равных нескольким толщинам пограничного слоя, псевдозвуковые пульсации давления практически полностью затухают и здесь остаются только звуковые давления. В то же время внутри турбулентного пограничного слоя, в том числе и на самой обтекаемой поверхности, интенсивность псевдозвуковых давлений выше на несколько порядков, чем звуковых [8 – 10].

Изучение физики турбулентных пульсаций давления является очень важным не только из-за того, что они являются непосредственным источником гидродинамического шума и возбуждают обтекаемую поверхность, генерируя вибрационные колебания, но также и потому, что они находятся в корреляционных зависимостях в *уравнениях переноса* для напряжений Рейнольдса и в *тензоре диссипации энергии* [11 – 13].



а



б

Рис. 1 – Средства измерения поля пульсаций пристеночного давления:

а – конструкции датчиков пульсаций давления; б – схема установки датчика на обтекаемой поверхности.

Экспериментальные исследования проводились с применением *миниатюрных пьезокерамических датчиков* пульсаций давления, которые устанавливались заподлицо с обтекаемой поверхностью (рис. 1). Для проведения исследований были специально спроектированы и изготовлены датчики, диаметр чувствительной поверхно-

сти был 1,3 мм. Датчики изготавливались как в одиночных корпусах, так и в корреляционных блоках по несколько датчиков, расположенных на фиксированных расстояниях друг от друга (рис. 1, а). Такое расположение датчиков дало возможность измерять не только интегральные характеристики поля пульсаций пристеночного давления, но и взаимные корреляционные и спектральные характеристики [14 – 16]. Датчики устанавливались заподлицо с обтекаемой поверхностью, как показано на рис. 1, б, и не возмущали поток.

Результаты исследований. Математическими уравнениями, которые описывают турбулентное движение несжимаемой жидкости, являются уравнения Навье – Стокса:

$$\frac{\partial \bar{u}}{\partial t} + \bar{u} \nabla \bar{u} = -\frac{1}{\rho} \nabla p + \nu \nabla^2 \bar{u} \quad (1)$$

и уравнение несжимаемости:

$$\operatorname{div} \bar{u} = 0, \quad (2)$$

где \bar{u} – вектор скорости; t – время; ρ – плотность жидкости; p – давление; ν – кинематический коэффициент вязкости.

Взяв дивергенцию от каждого члена уравнения (1) и учитывая (2) имеем:

$$\nabla^2 p = \operatorname{div} \operatorname{grad} p = -\rho \operatorname{div} \operatorname{div} (\bar{u} \cdot \bar{u}). \quad (3)$$

Для статистически стационарного потока скорость и давление можно представить состоящими из средней и пульсационной компоненты, то есть:

$$\bar{u}(\bar{x}, t) = U(\bar{x}) + u'(\bar{x}, t); \quad (4)$$

$$p(\bar{x}, t) = P(\bar{x}) + p'(\bar{x}, t), \quad (5)$$

где $U(\bar{x}) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_{t_0}^{t_0+T} \bar{u}(\bar{x}, t) dt$; $P(\bar{x}) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_{t_0}^{t_0+T} p(\bar{x}, t) dt$; $\bar{x} = (x_i)$ – вектор положения в декартовой системе координат $i = 1; 2; 3$.

Подставляя (4) и (5) в (3) и принимая $\bar{u} = (u_i)$ и $P = 0$, получим:

$$\frac{\partial^2 p'}{\partial x^2} = -2\rho \frac{\partial U_i}{\partial x_j} \frac{\partial u'_j}{\partial x_i} - \rho \frac{\partial^2}{\partial x_i \partial x_j} (u'_i u'_j - \overline{u'_i u'_j}), \quad (6)$$

в котором черта над значениями обозначает осреднение по времени, подобное тому, которое использовано при определении U .

В настоящее время предложены различные аналитические соотношения между пульсациями давления и полем скоростей в пограничном слое. Среди них необходимо отметить широко применяемое уравнение Пуассона (6), которое определяет взаимосвязь между пульсациями скорости и давления в строго несжимаемом потоке. Первый член в правой части этого уравнения представляет взаимодействие турбулентность – средний сдвиг, а второй член – взаимодействие турбулентность – турбулентность. Если правая часть уравнения (6) известна, то поле пульсаций давления находится из эллиптического уравнения Пуассона.

Из решения уравнения Пуассона для безградиентного обтекания следует, что поле давления в турбулентном пограничном слое может быть выражено в виде интеграла, который берется по всему пространству от некоторой функции, которая характеризует пульсации скорости:

$$p'(\bar{x}, t) = \frac{\rho}{2\pi} \iiint_{V_0} \left[2 \frac{\partial U_i}{\partial x_j} \frac{\partial u'_j}{\partial x_i} + \frac{\partial^2}{\partial x_i \partial x_j} (u'_i u'_j - \overline{u'_i u'_j}) \right] \frac{dV(\bar{x}_0)}{|\bar{x} - \bar{x}_0|}, \quad (7)$$

где \bar{x}_0 – вектор положения источников, которые вносят свой вклад в пульсации давления в точке \bar{x} . Все источники, которые находятся в объеме V_0 , вносят свой вклад в пульсации давления в данной точке. Следовательно, пульсации давления не должны сильно коррелировать с пульсациями скорости в любой соседней точке. Значит, вклады от различных источников будут быстро затухать с увеличением расстояния от точки наблюдения [9]. Это предполагает, что интенсивные мелкомасштабные пульсации пристеночного давления должны быть образованы очень близко у стенки [10, 12].

Поскольку давление в данной точке турбулентного течения относится к глобальной информации соответствующего поля скоростей, то есть возможность получить характеристики пульсаций скорости оценкой локальных пульсаций давления. Пульсации пристеночного давления, которые являются прямой мерой действия сил, возбуждающих обтекаемую поверхность, непосредственно связаны с неустойчивостью течения вблизи стенки. Знание этих параметров представляет первостепенную важность для понимания динамики пристеночных турбулентных течений. Для предсказания структурной реакции к турбулентному течению и последующего шума, обусловленного потоком, большое внимание уделяется точности измерений и вычислений пульсаций пристеночного давления в физической и спектральной области. Обычно турбулентные течения являются трехмерными, вихревыми, нерегулярными и неустойчивыми по природе и являются движениями со случайными изменениями свойств течения во времени и в пространстве. Из-за нерегулярности и случайности нет возможности описать

движение жидкости во всех деталях, как функцию времени и пространственных координат. Однако турбулентные течения легко описать, применяя законы теории вероятности и математической статистики. Поэтому можно найти осредненные значения различных параметров, таких как скорость, давление, завихренность, температура, а также их корреляционные и спектральные зависимости [17, 18].

При статистическом подходе случайные величины характеризуются законами распределения вероятностей, которые указывают на количественную меру вероятности возникновения случайной величины в том или ином интервале значений этой величины. Ранние исследования микроструктуры турбулентных потоков [19, 20] предположили, что плотность вероятности турбулентных пульсаций имеет *нормальный закон распределения* или *закон Гаусса*. В таком случае подтверждается применимость фундаментальной для теории вероятности *центральной теоремы Ляпунова* к турбулентным пульсациям гидродинамических и термофизических параметров. В действительности измерения и численное моделирование мелкомасштабной структуры турбулентности дают некоторые отклонения от гауссовского закона распределения пульсаций давления в турбулентном пограничном слое, хотя крупномасштабные пульсации давления подчиняются нормальному закону распределения [21 – 23].

Результаты работ [4, 8, 14, 15] показали, что функция плотности вероятностей при проведении исследований на гибком продольно обтекаемом цилиндре и на гидравлически гладкой пластине с датчиками пульсаций давления диаметром чувствительной поверхности $d^+ = u_\tau d / \nu > 100$ (где u_τ – динамическая скорость) близка к гауссовскому закону распределения (рис. 2, а). При этом *коэффициент асимметрии* изменялся от 0,05 до 0, а *коэффициент эксцесса* от 3,5 до 3,0 с увеличением диаметра датчика. Функции плотности вероятности для пульсаций давления, нормированные среднеквадратичным давлением, сохраняли свою форму и значения при измерениях по окружности и по длине модели, что свидетельствует об однородности пульсаций давления турбулентного пограничного слоя в статистическом смысле. Функция плотности вероятности при фиксированном числе выборок и времени осреднения практически не изменялась от начального времени осреднения, что говорит о статистической стационарности случайного процесса пульсаций пристеночного давления. Следовательно, пульсации давления турбулентного пограничного слоя, регистрируемые датчиками с диаметром $d^+ > 100$, являются статистически однородными и стационарными случайными величинами, которые подчиняются нормальному закону распределения. Наличие однородности по пространству и стационарности во времени случайного процесса, а также принадлежность его к классу гауссовских, с абсолютно непрерывной спектральной плотностью, то есть, со спектральной плотностью, не имеющей острых максимумов (*дельта-функций*), соответствующих бесконечной плотности среднего значения квадрата процесса на отдельных частотах, является *достаточным условием эргодичности* этого случайного процесса [24, 25]. Условие эргодичности позволяет существенно упростить экспериментальное определение статистических величин, поскольку по *теореме Биркгофа – Хинчина* статистические характеристики эргодических процессов, полученные путем осреднения по ансамблю выборочных реализаций, тождественно равны характеристикам, полученным по одной – единственной реализации путем осреднения по времени.

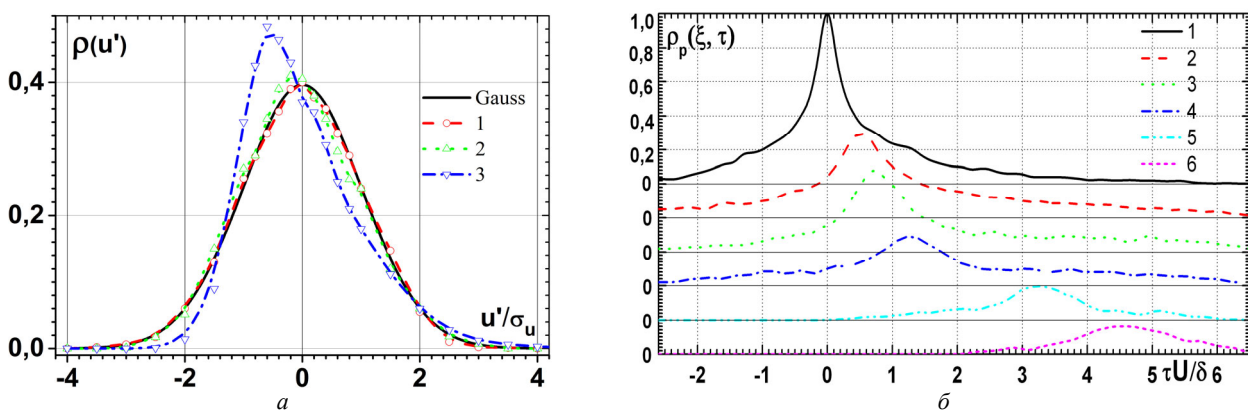


Рис. 2 – Интегральные и корреляционные характеристики поля пульсаций пристеночного давления: а – функция плотности вероятностей; б – коэффициент пространственно-временной корреляции.

При использовании статистического подхода знание распределения вероятностей величин пульсаций давления в данной точке \vec{x} и в данный момент времени t равноценно знанию полного набора их статистических моментов. Для решения задач в рамках *теории математической статистики* достаточно знать моменты двух первых порядков [26, 27].

Моментом первого порядка является математическое ожидание, то есть, статистическая, не зависящая от времени, составляющая пульсаций давления, которая представляет собой просто среднее из всех значений:

$$\mu_p = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_0^T p'(t) dt = P. \quad (8)$$

Моменты второго порядка характеризуют интенсивность случайного процесса или энергию пульсационного движения. Характеристики случайного стационарного поля пульсаций давления описываются четырьмя двучленными моментами второго порядка, которые связаны между собой преобразованиями Фурье: функцией пространственно-временной корреляции, функцией взаимной по пространству спектральной плотности, взаимным по времени волновым спектром и частотно-волновым спектром. Корреляция двух случайных скалярных величин, полученных для несовпадающих точек пространства – времени ($\bar{x}_A \neq \bar{x}_B$, $t_1 \neq t_2$, $\bar{x}_A - \bar{x}_B = \bar{\xi}$, $t_1 - t_2 = \tau$) характеризуется единственным неслучайным скаляром:

$$R_p(\bar{\xi}, \tau) = \overline{p'(\bar{x}_A, t_1)p'(\bar{x}_B, t_2)} = \frac{1}{T} \int_0^T p'(\bar{x}_A, t)p'(\bar{x}_B, t + \tau) dt. \quad (9)$$

Однако корреляция, как мера статистической связи, имеет один существенный недостаток: она зависит от амплитуд измеряемых величин. Этого недостатка лишен коэффициент корреляции, представляющий собой корреляционный момент, нормированный произведением стандартных отклонений рассматриваемых случайных величин. Коэффициент корреляции:

$$\rho_p(\bar{\xi}, \tau) = \frac{\overline{p'(\bar{x}_A, t_1)p'(\bar{x}_B, t_2)}}{\sigma_p(\bar{x}_A, t_1)\sigma_p(\bar{x}_B, t_2)}. \quad (10)$$

В частном случае совпадающих моментов отсчета и несовпадающих пространственных точек наблюдения ($t_1 = t_2$, $\bar{x}_A \neq \bar{x}_B$) имеем пространственную корреляцию. В другом частном случае ($t_1 \neq t_2$, $\bar{x}_A = \bar{x}_B$) – имеем автокорреляцию. Корреляция случайной величины при совпадающих друг с другом точках наблюдения в пространстве и времени ($\bar{x}_A = \bar{x}_B = \bar{x}$, $t_1 = t_2 = t$, $\bar{\xi} = 0$, $\tau = 0$) и в силу эргодичности случайного процесса равна дисперсии этого процесса:

$$R_p(0, 0) = \overline{p'^2(\bar{x}, t)} = \langle p'^2(\bar{x}, t) \rangle = \sigma_p^2(\bar{x}, t). \quad (11)$$

Корень квадратный из этой величины является среднеквадратичным значением пульсаций давления, представляя собой меру интенсивности случайного процесса:

$$\left(\overline{p'^2}\right)^{1/2} = [R_p(0, 0)]^{1/2}. \quad (12)$$

На рис. 2, б приведена зависимость нормированного коэффициента продольной взаимной или пространственно-временной корреляции пульсаций пристеночного давления турбулентного пограничного слоя на гибком продольно обтекаемом цилиндре [28, 29]. Коэффициент взаимной корреляции представлен в зависимости от безразмерного пространственного разделения между датчиками пульсаций давления $\xi^* = \xi / \delta^*$ (где δ^* – толщина вытеснения пограничного слоя) и безразмерного времени задержки $\tau^* = \tau U / \delta^*$. Наличие гребня высокой корреляции в первом квадранте координатной системы (ξ^* , τ^*) показывает, что взаимосвязанные давление образующие вихревые структуры переносятся вниз по потоку между датчиками, расположенными на расстоянии ξ за время τ . При этом, с увеличением разделения между датчиками необходимо более длительное время, чтобы когерентные вихревые структуры прошли это расстояние. Кроме того, когда ξ увеличивается, вихри постепенно теряют свою индивидуальность, а отсюда коэффициент корреляции или высота гребня убывает.

При исследовании полей случайных величин в частотной области используют спектральные характеристики, которые вытекают из корреляций с помощью преобразования Фурье. Так, из автокорреляционной функции $R_p(0, \tau)$ пульсаций пристеночного давления получаем спектральную плотность или частотный спектр пульсаций давления:

$$P(0, \omega) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} R_p(0, \tau)e^{-j\omega\tau} d\tau = \frac{1}{\pi} \int_0^{\infty} R_p(0, \tau)e^{-j\omega\tau} d\tau. \quad (13)$$

Справедливо и обратное преобразование Фурье:

$$R_p(0, \tau) = \int_{-\infty}^{\infty} P(0, \omega)e^{j\omega\tau} d\omega. \quad (14)$$

В случае $\tau = 0$ имеем:

$$R_p(0, 0) = \sigma_p^2(\bar{x}, t) = \int_{-\infty}^{\infty} P(0, \omega)d\omega. \quad (15)$$

В соответствии с выражениями (11) и (15) мощность турбулентных пульсаций пристеночного давления, численно равная их дисперсии, равна сумме мощностей отдельных гармонических составляющих этих пульсаций. На рис. 3 представлены спектральные плотности мощности пульсаций пристеночного давления в частотном представлении (рис. 3, а) и волновой спектр пульсаций продольной скорости в турбулентном пограничном слое

над гидравлически гладкой пластиной. Также показаны зависимости спектральных составляющих от волновых чисел (рис. 3, б).

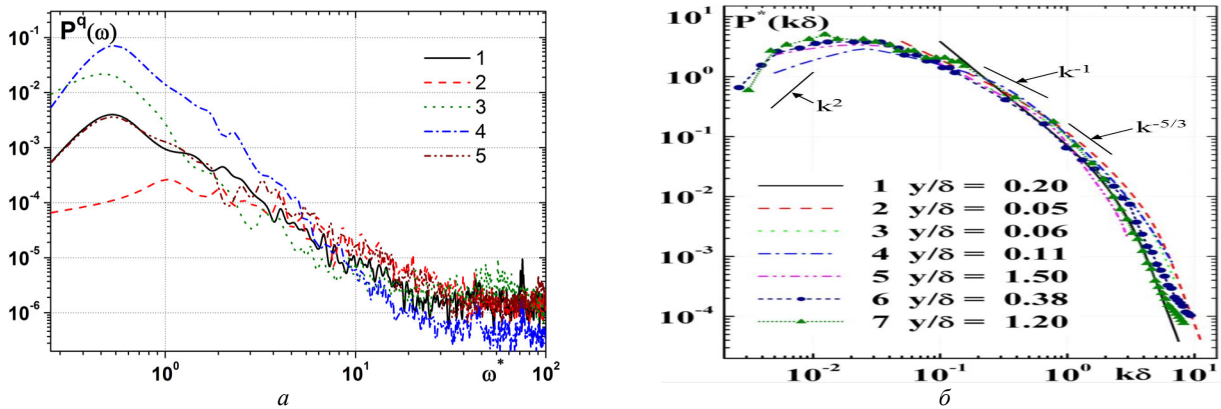


Рис. 3 – Спектральные плотности мощности:

а – пульсаций пристеночного давления от частоты; б – волновой спектр пульсаций продольной скорости.

Взаимная спектральная плотность мощности пульсаций давления или просто взаимный спектр представляет собой преобразование Фурье пространственно-временной корреляционной функции (9):

$$P(\vec{\xi}, \omega) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} R_p(\vec{\xi}, \tau) e^{-j\omega\tau} d\tau = \frac{1}{\pi} \int_0^{\infty} R_p(\vec{\xi}, \tau) e^{-j\omega\tau} d\tau = C(\vec{\xi}, \omega) - jQ(\vec{\xi}, \omega), \tag{16}$$

где $C(\vec{\xi}, \omega)$ – синфазная составляющая взаимного спектра (*синфазный спектр*); $Q(\vec{\xi}, \omega)$ – квадратурная составляющая взаимного спектра (*квадратурный спектр*):

$$C(\vec{\xi}, \omega) = \frac{1}{\pi} \int_0^{\infty} [R_p(\vec{\xi}, \tau) + R_p(-\vec{\xi}, \tau)] \cos(\omega\tau) d\tau; \tag{17}$$

$$Q(\vec{\xi}, \omega) = \frac{1}{\pi} \int_0^{\infty} [R_p(\vec{\xi}, \tau) - R_p(-\vec{\xi}, \tau)] \sin(\omega\tau) d\tau. \tag{18}$$

Поскольку пространственно-временная корреляционная функция не обладает свойством четности, взаимная спектральная плотность мощности обычно является комплексной функцией частоты. Взаимный спектр может быть представлен и в показательной форме:

$$P(\vec{\xi}, \omega) = |P(\vec{\xi}, \omega)| \exp[-j\Theta(\vec{\xi}, \omega)]. \tag{19}$$

Выражая абсолютную величину $|P(\vec{\xi}, \omega)|$ и фазу $\Theta(\vec{\xi}, \omega)$ через $C(\vec{\xi}, \omega)$ и $Q(\vec{\xi}, \omega)$, получаем:

$$|P(\vec{\xi}, \omega)| = \sqrt{C^2(\vec{\xi}, \omega) + Q^2(\vec{\xi}, \omega)}; \tag{20}$$

$$\Theta(\vec{\xi}, \omega) = \arctg [Q(\vec{\xi}, \omega) / C(\vec{\xi}, \omega)]. \tag{21}$$

При использовании взаимной спектральной плотности мощности для решения физических задач применяется действительная величина:

$$\gamma^2(\vec{\xi}, \omega) = \frac{|P(\vec{\xi}, \omega)|^2}{P_A(0, \omega)P_B(0, \omega)} \leq 1, \tag{22}$$

которая называется *функцией когерентности*.

Зависимость функции когерентности и фазовый спектр для датчиков пульсаций давления, которые расположены вдоль продольной оси гибкого протяженного цилиндра, от безразмерной частоты $\omega^* = \omega\delta^*/U$ представлена на рис. 4. Результаты исследований показывают, что в области низких частот ($\omega^* < 0.1$) пульсации пристеночного давления, которые зарегистрировала пара датчиков, являются высоко коррелированными. Это обусловлено низкочастотным колебанием буксируемого гибкого цилиндра, обтекаемого потоком. В диапазоне частот $\omega^* \approx (0.2 - 0.3)$ наблюдалось максимальное значение функции когерентности независимо от разделения между датчиками. В этой же частотной области наблюдались максимальные значения в спектре мощности пульсаций пристеночного давления (рис. 3, а). Отсюда был сделан вывод, что в турбулентном пограничном слое, который образован на гибком продольно обтекаемом цилиндре, доминирующее, с точки зрения энергетики, значение играют крупномасштабные вихревые структуры. Эти вихревые структуры обусловили максимальные значения, как функции когерентности, так и спектральных плотностей мощности пульсаций пристеночного давления

на обтекаемой поверхности цилиндра. Масштаб этих структур, скорости переноса, места формирования, время жизни и направление перемещения были определены в ходе проведения исследований.

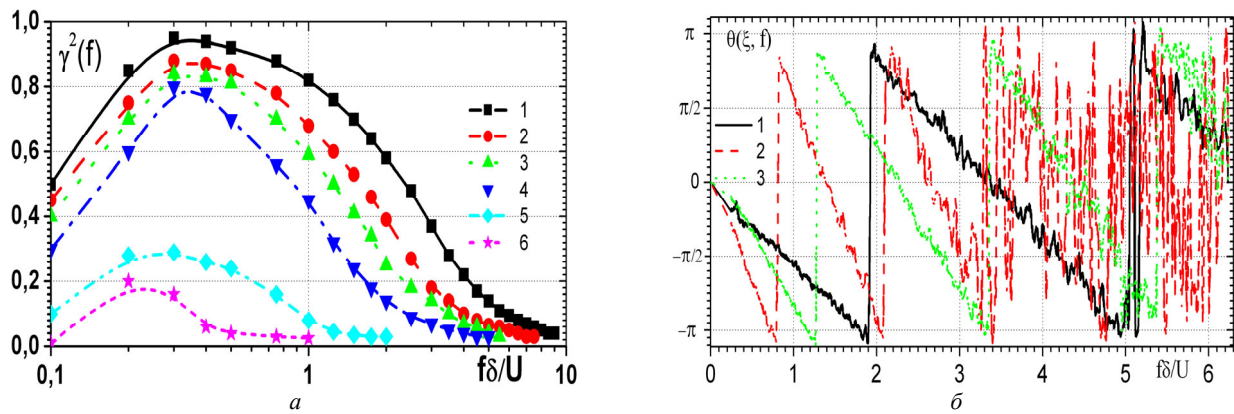


Рис. 4 – Взаимные спектры пульсаций пристеночного давления:
 а – функция когерентности; б – фазовый спектр.

Особенности изменения пространственно-временной корреляции и спектральной плотности мощности пульсаций пристеночного давления во времени были исследованы с помощью коррелограмм и спектрограмм, которые представлены на рис. 5. Периодическое или квазипериодическое формирование и разрушение когерентных вихревых структур, которые генерируют поля пульсаций скорости и давления в пограничном слое и на обтекаемой поверхности, приводят к чередованию высокой корреляции исследуемых сигналов и большим спектральным уровням, что отображено на рис. 5, а и на рис. 5, б. Когерентная часть пульсаций пристеночного давления может рассматриваться, как отпечаток, который оставляют вихревые структуры пограничного слоя. Обнаружено подобие между *поперечным градиентом пульсаций* пристеночного давления $(\partial p' / \partial z)_w$ и *продольной завихренностью* на стенке, где пристеночное давление соотносится с вихревыми структурами вблизи стенки. Область положительных пристеночных давлений связывается с движением смыва, формируемого продольными вихрями, а отрицательное пристеночное давление наблюдается под ядром вихря и движением эжекции [30, 31].

Поскольку пульсации скорости из всех частей пограничного слоя вносят вклад в пульсации пристеночного давления, что вытекает из интегральных решений уравнения (7), поэтому не существует единственного универсального масштабирования для самого пограничного слоя. Так как пульсации скорости турбулентности на различных расстояниях от стенки конвектируют с различными скоростями, как результат распределения средней скорости в слое, структура поля пристеночного давления становится неизбежно сложной. Поэтому не является неожиданным, что не единственное масштабирование приводит к удовлетворительному разбросу экспериментальных данных, даже когда учитываются дополнительные эффекты разрешения датчиков, при этом нередко используются комбинации масштабирования по внутренним и по внешним переменным.

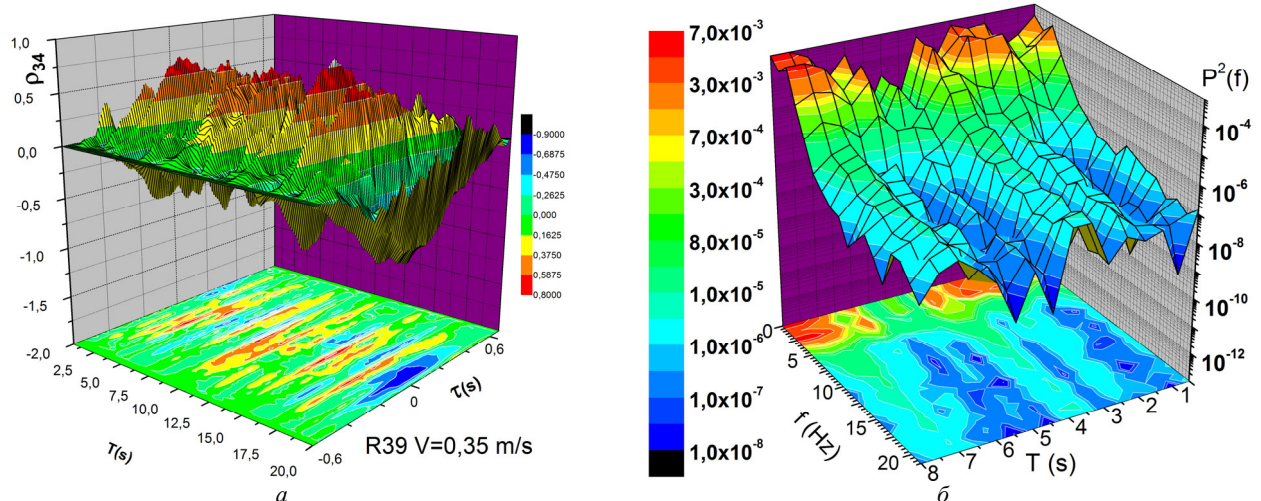


Рис. 5 – Взаимные спектры пульсаций пристеночного давления:
 а – функция когерентности; б – фазовый спектр.

Большую часть акустической энергии гидродинамического шума турбулентного пограничного слоя излучает пристеночный слой или слой постоянного напряжения ($y^+ < 30$), занимающий всего около 14 % общей толщины пограничного слоя. Акустическая эффективность турбулентного пограничного слоя в отличие, скажем, от

акустической эффективности струи зависит от числа Рейнольдса, то есть от вязкости среды. Наиболее интенсивная турбулентность в пограничном слое – это мелкомасштабная турбулентность, энергия которой эффективно рассеивается, поскольку наличие стенки ограничивает развитие крупномасштабных вихревых структур. Чем больше число Рейнольдса, тем относительно большую роль играет мелкомасштабная турбулентность в процессе генерации шума и, следовательно, тем быстрее поступающая в поток от стенки механическая энергия диссипирует в тепло, и тем меньше энергии остается на акустическое излучение.

Результаты измерений частотных спектров, полученные с помощью датчиков давления, смонтированных заподлицо с обтекаемой поверхностью, отчетливо показали ослабление высокочастотных уровней при увеличении размера датчика относительно толщины пограничного слоя. Существует связь между волновыми спектрами пульсаций пристеночного давления и физическими величинами, описывающими турбулентный пограничный слой. Установлено, что высоковолновые компоненты спектра обусловлены действием гидродинамических структур пристеночной области пограничного слоя. В то же время область малых волновых чисел поля пульсаций пристеночного давления генерируется крупномасштабными структурами внешней области пограничного слоя, что согласуется с утверждениями Брэдишоу [32].

Перспективы дальнейших исследований. Авторы считают перспективными продолжение исследований, связанных с выявлением механизмов трансформации крупномасштабных вихревых структур в мелкомасштабные вихри, которые образуют внешнюю и внутреннюю область пограничного слоя на обтекаемой эластичной поверхности. Именно механизмы порождения, взаимодействия когерентных вихревых структур между собой и с обтекаемой поверхностью влияют на изменения интегральных, корреляционных и спектральных характеристик полей скорости и давления.

Выводы. Результаты исследования показали, что в турбулентном пограничном слое существует связь между полем пульсаций скорости и давления. Изменения этих гидродинамических параметров связаны с особенностями генерации и эволюции когерентных вихревых структур, формирующих пограничный слой. Охарактеризованы источники гидродинамического шума и указаны его составляющие, такие как звук и псевдозвук, а также природа их возникновения и характерные особенности.

Получены интегральные, корреляционные и спектральные характеристики поля пульсаций скорости и пристеночного давления. Показаны взаимоотношения между этими статистическими характеристиками, а также указаны механизмы и источники, которые влияют на поведение этих характеристик. Отмечено, что в пограничном слое формируются крупномасштабные вихревые структуры и мелкомасштабные вихри, которые образуют внешнюю и внутреннюю область пограничного слоя. Взаимодействие когерентных вихревых структур между собой и с обтекаемой поверхностью приводит к изменениям интегральных, корреляционных и спектральных характеристик полей скорости и давления. Полученные результаты дают возможность охарактеризовать когерентные вихревые структуры, их особенности формирования, мест зарождения, масштабов, направлений и скоростей переноса.

Список литературы

1. Chong M. S., Perry A. E., Cantwell B. J. A general classification of three-dimensional flow fields // *Phys. Fluids*. – 1990. – Vol. 2. – P. 765 – 777. <https://doi.org/10.1063/1.857730>.
2. Brooke J. W., Hanratty T. J. Origin of turbulence-producing eddies in a channel flow // *Phys. Fluids*. – 1993. – Vol. 5. – № 4. – P. 1011 – 1022. DOI : 10.1063/1.858666.
3. Abreu L. I., Cavaliere A. V. G., Schlatter P., Vinuesa R., Henningson D. S. Resolvent modelling of near-wall coherent structures in turbulent channel flow // *Intern. J. Heat and Fluid Flow*. – 2020. – Vol. 85, article id 108662. DOI : 10.1016/j.ijheatfluidflow.2020.108662.
4. Voskoboinick V. A., Voskoboinick A. A., Turick V. N., Voskoboinick A. V. Space and time characteristics of the velocity and pressure fields of the fluid flow inside a hemispherical dimple generator of vortices // *Journal of Engineering Physics and Thermophysics*. – 2020. – Vol. 93. – № 5. – P. 1205 – 1220. DOI : 10.1007/s10891-020-02223-3.
5. Joseph L. A., Molinaro N. J., Devenport W. J., Meyers T. W. Characteristics of the pressure fluctuations generated in turbulent boundary layers over rough surfaces // *J. Fluid Mech.* – 2020. – Vol. 883, A3. DOI: <https://doi.org/10.1017/jfm.2019.813>.
6. Kida S., Miura H. Identification and analysis of vortical structures? // *Eur. J. Mech. B-Fluids*. – 1998. – Vol. 17. – P. 471 – 488. DOI : [https://doi.org/10.1016/S0997-7546\(98\)80005-8](https://doi.org/10.1016/S0997-7546(98)80005-8).
7. Blokhintsev D. I. Acoustics of an inhomogeneous moving medium. – М. : Nauka, 1981. – 208 p.
8. Voskoboinick V. A., Grinchenko V. T., Makarenkov A. P. Pseudo-sound behind an obstacle on a cylinder in axial flow // *Intern. J. Fluid Mech. Res.* – 2005. – Vol. 32. – № 4. – P. 488 – 510.
9. Blake W. K. Mechanics of flow-induced sound and vibration: in 2 Vol. – NY: Academic Press, 2017. – 1196 p.
10. Bull M. K. Wall-pressure fluctuations beneath turbulent boundary layers: Some reflections on forty years of research // *J. Sound Vibr.* – 1996. – Vol. 190. – P. 299 – 315.
11. Anantharamu S., Mahesh K. Analysis of wall-pressure fluctuation sources from direct numerical simulation of turbulent channel flow // *J. Fluid Mech.* – 2020. – Vol. 898, A17. DOI : <https://doi.org/10.1017/jfm.2020.412>.
12. Gerolymos G. A., Lo C., Senechal D., Vallet I. Fluctuating pressure correlations in wall turbulence // *J. Fluid Mech.* – 2011. – Vol. 700. – P. 521 – 542.
13. Jovanovic J. The statistical dynamics of turbulence. – Berlin : Springer, 2004. – 375 p.
14. Voskoboinick V., Kornev N., Turnow J. Study of near wall coherent flow structures on dimpled surfaces using unsteady pressure measurements // *Flow Turbulence Combust.* – 2013. – Vol. 90. – № 4. – P. 709 – 722.
15. Voskoboinick V. A., Turick V. N., Voskoboinyck O. A., Voskoboinick A. V., Tereshchenko I. A. Influence of the deep spherical dimple on the pressure field under the turbulent boundary layer // In: Hu Z., Petoukhov S., Dychka I., He M. (eds) *Advances in Computer Science for Engineering*

- and Education. ICCSEE 2018. Advances in Intelligent Systems and Computing, Vol. 754. Springer, Cham. – 2019. – P. 23 – 32.
16. Voskoboinick V. A., Voskoboinick A. V., Areshkovych O. O., Voskoboinyck O. A. Pressure fluctuations on the scour surface before prismatic pier // Proc. 8th International Conference on Scour and Erosion (ICSE 2016) 12 – 15 September 2016. – Oxford, UK, 2016. – P. 905 – 910.
 17. Voskoboinick V. A., Makarenkov A. P. Spectral characteristics of the hydrodynamical noise in a longitudinal flow around a flexible cylinder // Intern. J. Fluid Mech. Res. – 2004. – Vol. 31. – № 1. – P. 87 – 100.
 18. Cheng C., Li W., Lozano-Duran A., Fan Y., Liu H. On the structure of streamwise wall-shear stress fluctuations in turbulent channel flows // J. Physics: Conf. Series. – 2020. – № 1522, 012010.
 19. Keller L. W., Friedmann A. A. Differentialgleichungen für die turbulente Bewegung einer incompressible Flüssigkeit // Proc. 1-st Int. Congr. Appl. Mech. – Delft. – 1924. – 13 p.
 20. Simmons L. F. G., Salter C. Experimental investigation and analysis of the velocity variations in turbulent flow // Proc. Roy. Soc., Ser. A. – 1934. – Vol. 145. – No A854. – P. 212 – 234.
 21. Смольяков А. В., Ткаченко В. М. Измерение турбулентных пульсаций. – Л.: Энергия, 1980. – 264 с.
 22. Blackwelder R. F., Kaplan R. E. On the wall structure of the turbulent boundary layer // J. Fluid Mech. – 1976. – Vol. 76. – pt. 1. – P. 89 – 112.
 23. Schewe G. On the structure and resolution of wall pressure fluctuations associated with turbulent boundary layer flow // J. Fluid Mech. – 1983. – Vol. 134. – P. 311 – 328.
 24. Bendat J. S., Piersol A. G. Random Data: Analysis and Measurement Procedures. – NY: John Wiley & Sons, 2010. – 613 p.
 25. Вентцель Е. С., Овчаров Л. А. Теория случайных процессов и ее инженерные приложения. – М.: Высш. шк., 2000. – 383 с.
 26. Марпл-мл. С. Л. Цифровой спектральный анализ и его приложения: Пер. с англ. – М.: Мир, 1990. – 584 с.
 27. Монин А. С., Яглом А. М. Статистическая гидромеханика. Теория турбулентности. Т. 1. – СПб.: Гидрометеоздат, 1992. – 696 с.
 28. Vinogradnyi G. P., Voskoboinick V. A., Grinchenko V. T., Makarenkov A. P. Spectral and correlation characteristics of the turbulent boundary layer on an extended flexible cylinder // J. Fluid Dyn. – 1989. – Vol. 24. – № 5. – P. 695 – 700.
 29. Voskoboinick V. A., Grinchenko V. T., Makarenkov A. P. Correlation characteristics of a wall pressure fluctuation field in a turbulent boundary layer induced by a longitudinal flow along a flexible extended cylinder // Intern. J. Fluid Mech. Res. – 2003. – Vol. 30. – № 6. – P. 644 – 650.
 30. Kim J., Choi J.-I., Sung H. J. Relationship between wall pressure fluctuations and streamwise vortices in a turbulent boundary layer // Phys. Fluids. – 2002. – Vol. 14. – № 2. – P. 898 – 901.
 31. Thomas A. S. W., Bull M. K. On the role of wall-pressure fluctuations in deterministic motions in the turbulent boundary layer // J. Fluid Mech. – 1983. – Vol. 128. – P. 283 – 322.
 32. Bradshaw P. Inactive motion and pressure fluctuations in turbulent boundary layers // J. Fluid Mech. – 1967. – Vol. 30. – P. 241 – 258.

References (transliterated)

1. Chong M. S., Perry A. E., Cantwell B. J. A general classification of three-dimensional flow fields. *Phys. Fluids*. 1990, vol. 2, pp. 765–777. <https://doi.org/10.1063/1.857730>.
2. Brooke J. W., Hanratty T. J. Origin of turbulence-producing eddies in a channel flow. *Phys. Fluids*. 1993, vol. 5, no. 4, pp. 1011–1022. DOI : 10.1063/1.858666.
3. Abreu L. I., Cavalieri A. V. G., Schlatter P., Vinuesa R., Henningson D. S. Resolvent modelling of near-wall coherent structures in turbulent channel flow. *Intern. J. Heat and Fluid Flow*. 2020, vol. 85, article id 108662. DOI : 10.1016/j.ijheatfluidflow.2020.108662.
4. Voskoboinick V. A., Voskoboinick A. A., Turick V. N., Voskoboinick A. V. Space and time characteristics of the velocity and pressure fields of the fluid flow inside a hemispherical dimple generator of vortices. *Journal of Engineering Physics and Thermophysics*. 2020, vol. 93, no. 5, pp. 1205–1220. DOI : 10.1007/s10891-020-02223-3.
5. Joseph L. A., Molinaro N. J., Devenport W. J., Meyers T. W. Characteristics of the pressure fluctuations generated in turbulent boundary layers over rough surfaces. *J. Fluid Mech.* 2020, vol. 883, A3. DOI: <https://doi.org/10.1017/jfm.2019.813>.
6. Kida S., Miura H. Identification and analysis of vortical structures? *Eur. J. Mech. B-Fluids*. 1998, vol. 17, pp. 471–488. DOI : [https://doi.org/10.1016/S0997-7546\(98\)80005-8](https://doi.org/10.1016/S0997-7546(98)80005-8).
7. Blokhintsev D. I. *Acoustics of an inhomogeneous moving medium*. Moscow, Nauka Publ., 1981. 208 p.
8. Voskoboinick V. A., Grinchenko V. T., Makarenkov A. P. Pseudo-sound behind an obstacle on a cylinder in axial flow. *Intern. J. Fluid Mech. Res.* 2005, vol. 32, no. 4, pp. 488–510.
9. Blake W. K. *Mechanics of flow-induced sound and vibration: in 2 Vol*. NY, Academic Press Publ., 2017. 1196 p.
10. Bull M. K. Wall-pressure fluctuations beneath turbulent boundary layers: Some reflections on forty years of research. *J. Sound Vibr.* 1996, vol. 190, pp. 299–315.
11. Anantharamu S., Mahesh K. Analysis of wall-pressure fluctuation sources from direct numerical simulation of turbulent channel flow. *J. Fluid Mech.* 2020, vol. 898, A17. <https://doi.org/10.1017/jfm.2020.412>.
12. Gerolymos G. A., Lo C., Senechal D., Vallet I. Fluctuating pressure correlations in wall turbulence. *J. Fluid Mech.* 2011, vol. 700, pp. 521–542.
13. Jovanovic J. *The statistical dynamics of turbulence*. Berlin, Springer Publ., 2004. 375 p.
14. Voskoboinick V., Kornev N., Turnow J. Study of near wall coherent flow structures on dimpled surfaces using unsteady pressure measurements. *Flow Turbulence Combust.* 2013, vol. 90, no. 4, pp. 709–722.
15. Voskoboinick V. A., Turick V. N., Voskoboinyck O. A., Voskoboinick A. V., Tereshchenko I. A. Influence of the deep spherical dimple on the pressure field under the turbulent boundary layer. In: Hu Z., Petoukhov S., Dychka I., He M. (eds) *Advances in Computer Science for Engineering and Education. ICCSEE 2018. Advances in Intelligent Systems and Computing, Vol. 754*. Springer, Cham, 2019. pp. 23–32.
16. Voskoboinick V. A., Voskoboinick A. V., Areshkovych O. O., Voskoboinyck O. A. Pressure fluctuations on the scour surface before prismatic pier. *Proc. 8th International Conference on Scour and Erosion (ICSE 2016) 12–15 September 2016*. Oxford, UK, 2016. pp. 905–910.
17. Voskoboinick V. A., Makarenkov A. P. Spectral characteristics of the hydrodynamical noise in a longitudinal flow around a flexible cylinder. *Intern. J. Fluid Mech. Res.* 2004, vol. 31, no. 1, pp. 87–100.
18. Cheng C., Li W., Lozano-Duran A., Fan Y., Liu H. On the structure of streamwise wall-shear stress fluctuations in turbulent channel flows. *J. Physics: Conf. Series*. 2020, no. 1522, 012010.
19. Keller L. W., Friedmann A. A. Differentialgleichungen für die turbulente Bewegung einer incompressible Flüssigkeit. *Proc. 1-st Int. Congr. Appl. Mech.* Delft, 1924. 13 p.
20. Simmons L. F. G., Salter C. Experimental investigation and analysis of the velocity variations in turbulent flow. *Proc. Roy. Soc., Ser. A*. 1934, vol. 145, no. A854, pp. 212–234.
21. Смольяков А. В., Ткаченко В. М. *Измерение турбулентных пульсаций* [Measurements of turbulent fluctuations]. Leningrad, Energy Publ., 1980. 264 p.
22. Blackwelder R. F., Kaplan R. E. On the wall structure of the turbulent boundary layer. *J. Fluid Mech.* 1976, vol. 76, pt. 1, pp. 89–112.
23. Schewe G. On the structure and resolution of wall pressure fluctuations associated with turbulent boundary layer flow. *J. Fluid Mech.* 1983, vol. 134, pp. 311–328.
24. Bendat J. S., Piersol A. G. *Random Data: Analysis and Measurement Procedures*. NY, John Wiley & Sons Publ., 2010. 613 p.

25. Ventcel E. S., Ovcharov L. A. *Teoriya sluchaynykh protsessov i ego inzhenernye prilozheniya* [Theory of random processes and its engineering applications]. Moscow, Vysshaya shkola Publ., 2000. 383 p.
26. Marpl-ju S. L. *Tsyfrovoy spektral'nyy analiz i ego prilozheniya* [Digital spectrum analysis and its applications]. Moscow, Mir Publ., 1990. 584 p.
27. Monin A. S., Yaglom A. M. *Statisticheskaya gidromekhanika. Teoriya turbulentsnosti. T. 1* [Statistical hydromechanics. Turbulence theory]. St. Petersburg, Hydrometeoizdat Publ., 1992. 696 p.
28. Vinogradnyi G. P., Voskoboinick V. A., Grinchenko V. T., Makarenkov A. P. Spectral and correlation characteristics of the turbulent boundary layer on an extended flexible cylinder. *J. Fluid Dyn.* 1989, vol. 24, no. 5, pp. 695–700.
29. Voskoboinick V. A., Grinchenko V. T., Makarenkov A. P. Correlation characteristics of a wall pressure fluctuation field in a turbulent boundary layer induced by a longitudinal flow along a flexible extended cylinder. *Intern. J. Fluid Mech. Res.* 2003, vol. 30, no. 6, pp. 644–650.
30. Kim J., Choi J.-I., Sung H. J. Relationship between wall pressure fluctuations and streamwise vortices in a turbulent boundary layer. *Phys. Fluids.* 2002, vol. 14, no. 2, pp. 898–901.
31. Thomas A. S. W., Bull M. K. On the role of wall-pressure fluctuations in deterministic motions in the turbulent boundary layer. *J. Fluid Mech.* 1983, vol. 128, pp. 283–322.
32. Bradshaw P. Inactive motion and pressure fluctuations in turbulent boundary layers. *J. Fluid Mech.* 1967, vol. 30, pp. 241–258.

Поступила (received) 17.01.2022

Відомості про авторів / Сведения об авторах / Information about authors

Воскобийник Володимир Анатолійович – доктор технічних наук, старший науковий співробітник, завідувач відділу гідродинаміки хвильових та руслових потоків, Інститут гідромеханіки НАН України, м. Київ; тел.: (044) 371-65-57; e-mail: vlad.vsk@gmail.com.

Воскобойник Владимир Анатольевич – доктор технических наук, старший научный сотрудник, заведующий отделом гидродинамики волновых и русловых потоков, Институт гидромеханики НАН Украины, г. Киев; тел.: (044) 371-65-57; e-mail: vlad.vsk@gmail.com.

Voskoboinick Volodymyr Anatolijovych – Doctor of Technical Sciences, Associate Professor, Head at the Department of Hydrodynamics of Wave and Channel Flow, Institute of Hydromechanics of the National Academy of Sciences of Ukraine, Kyiv; tel.: (044) 371-65-57; e-mail: vlad.vsk@gmail.com.

Воскобойник Олександр Анатолійович – кандидат технічних наук, старший науковий співробітник відділу технічної гідромеханіки, Інститут гідромеханіки НАН України, м. Київ; тел.: (044) 371-65-57; e-mail: alexandr.vsk@gmail.com.

Воскобойник Александр Анатольевич – кандидат технических наук, старший научный сотрудник отдела технической гидромеханики, Институт гидромеханики НАН Украины, г. Киев; тел.: (044) 371-65-57; e-mail: alexandr.vsk@gmail.com.

Voskoboinyk Aleksandr Anatolijovych – Candidate of Technical Sciences, Senior Research Fellow at the Department of Technical Hydromechanics, Institute of Hydromechanics of the National Academy of Sciences of Ukraine, Kyiv; tel.: (044) 371-65-57; e-mail: alexandr.vsk@gmail.com.

Черній Дмитро Іванович – доктор технічних наук, доцент, завідувач кафедри моделювання складних систем, Київський національний університет імені Тараса Шевченка, м. Київ; тел.: (044) 521-32-74; e-mail: Dmytro.Cherniy@gmail.com.

Черний Дмитрий Иванович – доктор технических наук, доцент, заведующий кафедры моделирования сложных систем, Киевский национальный университет имени Тараса Шевченко, г. Киев; тел.: (044) 521-32-74; e-mail: Dmytro.Cherniy@gmail.com.

Cherniy Dmytro Ivanovich – Doctor of Technical Sciences, Associate Professor, Head at the Department of Modeling of Complex Systems, Taras Shevchenko National University of Kyiv, Kyiv; tel.: (044) 521-32-74; e-mail: Dmytro.Cherniy@gmail.com.

Воскобийник Андрій Володимирович – кандидат технічних наук, старший науковий співробітник, старший науковий співробітник відділу гідробіоніки та керування примежовим шаром, Інститут гідромеханіки НАН України, м. Київ; тел.: (044) 371-65-57; e-mail: andrew.vsk@gmail.com.

Воскобойник Андрей Владимирович – кандидат технических наук, старший научный сотрудник, старший научный сотрудник отдела гидробионики и управления пограничным слоем, Институт гидромеханики НАН Украины, г. Киев; тел.: (044) 371-65-57; e-mail: andrew.vsk@gmail.com.

Voskobiinyk Andriy Volodymyrovych – Candidate of Technical Sciences, Associate Professor, Senior Research Fellow at the Department of Hydrobionics and Boundary Layer Control, Institute of Hydromechanics of the National Academy of Sciences of Ukraine, Kyiv; tel.: (044) 371-65-57; e-mail: andrew.vsk@gmail.com.