

**Е. Е. АЛЕКСАНДРОВ, В. А. ВАНИН, Т. Е. АЛЕКСАНДРОВА, Б. В. ВАНИН**

### ПАРАМЕТРИЧЕСКИЙ СИНТЕЗ СТАБИЛИЗАТОРА ПОДВИЖНОГО ОБЪЕКТА

Рассмотрена задача выбора значений варьируемых параметров стабилизатора подвижного объекта, доставляющих минимум аддитивному квадратичному интегральному функционалу, отражающему комплекс требований к замкнутой системе стабилизации. Для решения поставленной задачи авторами предложен комбинированный метод параметрического синтеза стабилизатора, представляющий собой последовательную комбинацию метода сеток Соболя и метода Нелдера-Мида. На первом этапе синтеза с помощью метода сеток Соболя рабочая точка замкнутой системы в пространстве варьируемых параметров переходит в окрестность точки глобального минимума функционала качества, а на втором этапе с помощью метода Нелдера-Мида рабочая точка попадает в малую окрестность глобального минимума. Предлагаемый метод включает специальный алгоритм выбора весовых коэффициентов аддитивного функционала качества, а также использует «главные координаты» вектора состояния объекта стабилизации наиболее адекватно описывающих его динамические свойства.

**Ключевые слова:** объект стабилизации; стабилизатор; параметрический синтез; главные координаты; аддитивный интегральный квадратичный функционал.

**Є. Є. АЛЕКСАНДРОВ, В. А. ВАНИН, Т. Є. АЛЕКСАНДРОВА, Б. В. ВАНИН**  
ПАРАМЕТРИЧНИЙ СИНТЕЗ СТАБІЛІЗАТОРА РУХОМОГО ОБ'ЄКТУ

Розглянута задача вибору значень змінюваних параметрів стабілізатора рухомого об'єкту які доставляють мінімум адитивному квадратичному інтегральному функціоналу, враховуючого комплекс вимог до замкнутої системи стабілізації. Для розв'язання поставленої задачі запропоновано комбінований метод параметричного синтезу стабілізатора у вигляді послідовного комбінування методу сіток Соболя та методу Нелдера-Міда. На першому етапі синтезу за допомогою методу сіток Соболя робоча точка замкненої системи у просторі змінюваних параметрів переміщується в окіл глобального мінімуму функціоналу якості, а на другому етапі за допомогою методу Нелдера-Міда робоча точка попадає в малий окіл глобального мінімуму. Запропонований алгоритм включає спеціальний алгоритм вибору вагових коефіцієнтів адитивного функціоналу якості, а також використовуються «головні координати» вектору стану об'єкту стабілізації найбільш адекватно описуючі його динамічні особливості. Проведені чисельні дослідження властивостей математичної моделі керованої динамічної системи із розривним керуванням процесом стабілізації. Із аналізу графіків у фазовому просторі стану динамічної системи відслідковується неспірально вихід системи в положення рівноваги. Синтезоване управління реалізовано у вигляді послідовності перемикачів.

**Ключові слова:** об'єкт стабілізації; стабілізатор; параметричний синтез; головні координати; адитивний інтегральний квадратичний функціонал.

**YE. YE. ALEKSANDROV, V. A. VANIN, T. YE. ALEKSANDROVA, B. V. VANIN**  
PARAMETRIC SYNTHESIS OF A MOVING OBJECT STABILIZER

The problem of choosing the variable parameters of a stabilizer of an object which minimize an additive quadratic integral functional reflecting the complex of requirements for a closed stabilization system is considered. To solve the problem a combined method of parametric synthesis of the stabilizer, which is a sequential combination of the Sobol grid method and the Nelder-Mead method, is proposed. At the first stage of the method by applying the Sobolev grid method a working point of the closed system in the space of its variable parameters is transferred into a neighborhood of the quality functional global minimum point. Then at the second stage the Nelder-Mead method is used to relocate the working point into a small neighborhood of the global minimum. The method proposed comprises a particular algorithm for choosing the weight coefficient of the additive quality functional as well as makes use of the stabilization object state vector main coordinates, which provide the most adequate description of its dynamic features. The properties of a mathematical model of controlled system with discontinuous stabilization process control are studied numerically. The analysis of the plots in the dynamical system state phase space indicates non-spiral approach of the system to its equilibrium state. The synthesized control is realized in the form of a sequence of switchovers.

**Key words:** stabilization object; stabilizer; parametric synthesis; main coordinates; additive integral quadratic functional.

**Введение.** Системы автоматического управления движением подвижных объектов получили широкое распространение в различных областях человеческой деятельности, особенно при создании систем вооружений и военной техники. Системы наблюдения, наведения и стабилизации вооружений подвижных космических, воздушных, наземных и морских объектов строятся на основе следующих общих принципов:

-- разработка математической модели управления объекта исследований как совокупности трех моделей – модели возмущенного движения объекта, модели аналогового или цифрового стабилизатора и имитационной модели внешних воздействий;

-- линеаризация математической модели эволюции объекта стабилизации и получение системы линейных дифференциальных уравнений – математическая модель первого приближения;

-- исследование характеристического уравнения математической модели первого приближения и *D* – разбиение пространства варьируемых параметров стабилизатора и выделение области устойчивости, являющейся областью допустимых значений варьируемых параметров;

-- отыскание в области варьируемых параметров стабилизатора значений, обеспечивающих необходимые показатели качества.

К показателям качества замкнутой системы стабилизации относятся:

-- запас устойчивости замкнутой системы стабилизации;

-- быстродействие системы;

-- точность стабилизации объекта относительно заданной траектории движения.

Под *запасом устойчивости* понимают удаленность рабочей точки системы от границы области устойчиво-

сти, а под *быстродействием* – время затухания переходных процессов в системе. Эти два показателя тесно связаны друг с другом. Действительно, запас устойчивости замкнутой системы стабилизации обычно оценивают расстоянием  $\alpha$  от мнимой оси системы координат в плоскости корней характеристического уравнения системы первого приближения до ближайшего действительного корня или ближайшей пары комплексно-сопряженных корней. Чем больше  $\alpha$ , тем выше запас устойчивости замкнутой системы. С другой стороны, быстродействие замкнутой системы стабилизации  $t_n$  связано с ее запасом устойчивости  $\alpha$  следующим эмпирическим соотношением [1]:

$$t_n = \frac{3}{|\alpha|}.$$

С повышением запаса устойчивости системы уменьшается время затухания переходных процессов, следовательно, повышается ее быстродействие.

Точность стабилизации объекта относительно заданной траектории движения оценивается значением *интегрального квадратичного функционала* отклонения траекторий объекта от заданной. Обычно стабилизатор, обеспечивающий высокую точность стабилизации объекта, доставляет высокий запас устойчивости и быстродействия замкнутой системы стабилизации.

*Теория аналитического конструирования оптимальных регуляторов (АКОР)*, созданная в 60-х годах предыдущего столетия А. М. Летовым, Р. Беллманом, А. А. Красовским и Н. Н. Красовским представляет собой метод решения задачи *структурно-параметрического синтеза* оптимального регулятора, доставляющего на решениях замкнутой системы автоматического управления минимум аддитивному интегральному квадратичному функционалу. Вместе с тем, теория АКОР не нашла широкого распространения в инженерной практике в связи со следующими обстоятельствами:

- отсутствие работоспособной методики выбора *весовых коэффициентов* аддитивного интегрального квадратичного функционала;
- необходимость непрерывного измерения значений всех компонент вектора состояний объекта управления с целью формирования управляющего воздействия.

В данной статье предлагается метод параметрического синтеза стабилизатора подвижного объекта, обеспечивающего высокоточную стабилизацию объекта. Метод апробирован в процессе проектирования систем наведения и стабилизации подвижных объектов военного назначения:

- основного вооружения танка;
- космической ступени ракеты-носителя;
- автомобиля-топливозаправщика.

**Анализ последних исследований.** Важность проблемы выбора весовых коэффициентов аддитивного интегрального квадратичного функционала качества была отмечена еще основоположником АКОР А. М. Летовым [2]. Им же указано направление решения этой проблемы, следуя которому М. Е. Салуквадзе предложил методику решения этой проблемы [3]. В дальнейшем эта методика была усовершенствована А. Н. Ворониным [4, 5] и в окончательном виде приведена в [6].

Вторая основная причина, связанная с необходимостью измерения всех компонент вектора состояния стабилизируемого объекта, детально рассмотрена в работах [7, 8], где показана возможность учета в алгоритме управления только его *главных координат*, которые в наибольшей степени характеризуют стабилизируемый процесс.

В работе [9] изложены основы алгоритмического метода параметрического синтеза стабилизаторов нелинейных подвижных объектов, основанного на использовании главных координат объекта стабилизации и предусматривающего целенаправленный выбор значений весовых коэффициентов аддитивного функционала качества. Алгоритмический метод предполагает использование *вычислительной процедуры Нелдера – Мида* для поиска минимума аддитивного функционала. Однако, процедура Нелдера – Мида позволяет отыскать точку локального минимума аддитивного функционала, ближайшую к стартовой точке.

В настоящей статье отыскание минимума функционала осуществляется *комбинированным методом*, представляющим собой комбинацию *метода сеток Соболя*, являющегося одной из разновидностей *метода Монте-Карло* [10] и метода Нелдера – Мида, реализованного в программных продуктах Optimization Toolbox пакета MathLAB и Minimize программного пакета MATCAD.

**Алгоритмический метод параметрического синтеза стабилизатора.** Математическую модель *стохастической динамической системы* представим в виде:

$$\dot{X}(t) = \Phi(X(t), k, t) + CF(t), \quad (1)$$

где  $X(t)$  –  $n$ -мерный вектор состояния системы;  $k$  –  $m$ -мерный вектор варьируемых параметров;  $F(t)$  –  $s$ -мерный вектор внешних возмущений;  $C$  – матрица размером  $n \times s$ ;  $\Phi(X(t), k, t)$  –  $n$ -мерная вектор-функция правой части динамической системы (1). Предполагается, что вектор варьируемых параметров (вектор

управления) принадлежит некоторой области допустимых значений

$$k \in G(k). \quad (2)$$

Задача параметрического синтеза динамической системы (1) состоит в решении следующей задачи. Найти решение (1) при всех допустимых значениях варьируемых параметров которое доставляет минимум функционалу

$$J(k) = M_j \left\{ \int_0^T X_j(k, t), QX_j(k, t) dt \right\}, \quad (3)$$

где  $j$  – номер реализации вектора  $F_j(t)$ ;  $M_j$  – математическое ожидание по реализациям стохастического вектора внешних воздействий;  $Q$  – диагональная матрица;  $T$  – время функционирования системы.

Квадратичная форма под знаком интеграла в соотношении (3) имеет вид:

$$X_j(k, t), QX_j(k, t) = \sum_{i=1}^n \beta_i^2 x_{ij}^2(k, t), \quad (4)$$

где  $Q = \begin{pmatrix} \beta_1^2 & \dots & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \dots & \beta_n^2 \end{pmatrix}$  – матрица весовых коэффициентов.

Для упрощения решения задачи параметрического синтеза динамических систем в квадратичной форме (4) можно сохранить не все  $n$  компонент вектора состояния  $X_j(k, t)$   $j$ -й реализации, а только  $p$  «главных компонент», определяющих функционал качества (3). Тогда

$$\bar{J}(k) = M_j \left\{ \int_0^T \sum_{i=1}^p \beta_i^2 x_{ij}^2(k, t) dt \right\} \quad (5)$$

перепишем в виде

$$\bar{J}(k) = \sum_{i=1}^p \beta_i^2 M_j \left\{ \int_0^T x_{ij}^2(k, t) dt \right\}. \quad (6)$$

Введем частные функционалы

$$J_i(k) = M_j \left\{ \int_0^T x_{ij}^2(k, t) dt \right\}, \quad (i = 1 \div p), \quad (7)$$

тогда (6) с учетом (7) примет вид

$$\bar{J}(k) = \sum_{i=1}^p \beta_i^2 J_i(k). \quad (8)$$

Первым шагом решения задачи параметрического синтеза является вычисление  $p$  частных функционалов (7) на решениях динамической системы (1) с их последующей минимизацией. Для этого используется реализованный в библиотеке ПК генератор белого шума  $\xi_j(t)$ . Известно [11], что при подаче на динамическое звено с передаточной функцией  $W(s)$  входного сигнала со спектральной плотностью  $S_\xi(t)$  выходной сигнал имеет плотность

$$S_Y(\omega) = W^2(j\omega) S_\xi(t), \quad (9)$$

а в случае «белого шума»  $\xi_j(t)$  с единичной спектральной плотностью, имеем:

$$S_Y(\omega) = W^2(j\omega). \quad (10)$$

Имея кривую спектральной плотности каждой из компонент вектора  $F(t)$ , можно подобрать передаточную функцию формирующего динамического звена  $W_{Fv}(s)$ , ( $v = 1 \div s$ ). Подавая на такое звено  $j$ -ю реализацию единичного «белого шума» имеем соответствующую реализацию компонент вектора  $F_j(t)$ .

Для вычисления значений частного  $i$ -того функционала на решениях системы (1) при  $j$ -й реализации «белого шума» рассмотрим систему дифференциальных уравнений:

$$\begin{cases} \dot{X}(t) = \Phi(X(t), k, t) + CF_j(t); \\ \dot{x}_{n+1}(t) = x_{ij}^2(k, t). \end{cases} \quad (11)$$

С учетом формулы (7) можно записать

$$J_i^j(k) = x_{n+1}^j(T); \quad (12)$$

$$J_i(k) = \frac{1}{N} \sum_{j=1}^N J_i^j(k), \quad (i = 1 \div p). \quad (13)$$

Таким образом, для отыскания значений частного функционала (13) на решениях (1) необходимо построить  $N$  решений системы (11) с некоторыми начальными условиями при  $N$  реализациях случайной вектор-функции  $F_j(t)$ , ( $j = 1 \div N$ ), а затем, используя (12) и (13), получим значения  $i$ -того частного функционала  $J_i(k)$ , ( $i = 1 \div p$ ).

Сначала построим область допустимых значений  $G1(k)$ . Затем следует на множестве допустимых значений  $G(k)$  вектора варьируемых параметров  $k$  отыскать минимум по  $k$  каждого из  $p$  частных функционалов  $J_i(k)$ , ( $i = 1 \div p$ ):

$$k_i^* = \min_{k \in G(k)} J_i(k). \quad (14)$$

В качестве такой области естественно принять область устойчивости динамической системы (1) варьируемых параметров. Рассмотрим систему первого приближения для (1):

$$\dot{X}(t) = A(k, t)X(t), \quad (15)$$

где

$$A(k, t) = \frac{\partial \Phi(X_0, k, t)}{\partial X(t)} - \text{матрица Якоби}. \quad (16)$$

Элемент матрицы (16) вычисляются в точке установившегося равновесия  $X_0$ , которая определяется из уравнения:

$$\Phi(X_0, k, t) = 0. \quad (17)$$

По *теореме Ляпунова* система (1) устойчива [12], если устойчива ее система первого приближения (15). Характеристическое уравнение системы (15) имеет вид:

$$D(k, t, s) = \det(A(k, t) - sE) = 0. \quad (18)$$

В общем случае коэффициенты характеристического уравнения (18) могут зависеть от времени. Тогда для построения множества  $G1(k)$  применяют *метод замороженных коэффициентов*, разбивая временной интервал  $[0, T]$  на участки их постоянства. Тогда

$$G1(k) = \bigcap_{l=0}^m G(k, t_l).$$

**Поиск весовых коэффициентов аддитивного функционала качества. Результаты исследований.** После отыскания глобальных минимумов частных функционалов (7) переходим к нахождению весовых коэффициентов аддитивного функционала (3). Частные функционалы имеют разную размерность и, соответственно, весовые коэффициенты  $\beta_i$  ( $i = 1 \div p$ ) тоже разной размерности.

Рассмотрим пример динамической системы (1) в виде:

$$a(t)\ddot{\psi}(t) = \delta(t) + f(t); \quad (19)$$

$$T_1^2 \ddot{\delta}(t) + T_2 \dot{\delta}(t) + \delta(t) = u(t). \quad (20)$$

Уравнение (19) описывает возмущенное движение стабилизируемого объекта с главной координатой  $\psi(t)$ , на который действует стабилизирующее воздействие  $\delta(t)$  и внешнее случайное возмущение  $f(t)$ . Уравнение (20) описывает динамику стабилизатора, формирующего стабилизирующее воздействие  $\delta(t)$ . При этом управляющая функция определяется параметризованным соотношением:

$$u(t) = \begin{cases} G(t) & \text{при } u^* \leq G(t); \\ u^* \operatorname{sign} G(t) & \text{при } |G(t)| < u^*; \\ u^{**} \operatorname{sign} G(t) & \text{при } |G(t)| > u^{**}, \end{cases} \quad (21)$$

где

$$G(t) = k_1 \psi(t) + k_2 \dot{\psi}(t). \quad (22)$$

Динамическая система (19) – (22) нелинейна. Соответствующая система первого приближения запишется так:

$$a(t)\ddot{\psi}(t) = \delta(t) + f(t);$$

$$T_1^2 \ddot{\delta}(t) + T_2 \dot{\delta}(t) + \delta(t) = k_1 \psi(t) + k_2 \dot{\psi}(t). \quad (23)$$

Функция времени  $a(t)$  характеризует переменные инерционные свойства подвижного объекта. Изменение  $a(t)$  во времени может быть интенсивным, например, при рассмотрении полета ракеты [14] или медленным как в задаче о стабилизации автомобиля [15].

Значения постоянных времени стабилизатора примем равными  $T_1 = 0.1$  с,  $T_2 = 0.5$  с, а значение  $a(t) = 1$ . Тогда уравнение (23) запишем в нормальной форме:

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2; \\ \dot{x}_2 = x_3 + f(t); \\ \dot{x}_3 = x_4; \\ \dot{x}_4 = 100k_1x_1 + 100k_2x_2 - 100x_3 - 50x_4, \end{cases} \quad (24)$$

где вектор состояния замкнутой системы первого приближения имеет вид:

$$X(t) = \begin{pmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \\ x_3(t) \\ x_4(t) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \psi(t) \\ \dot{\psi}(t) \\ \delta(t) \\ \dot{\delta}(t) \end{pmatrix}.$$

Матрица динамической системы (24) и ее характеристическое уравнение запишется как

$$A(k) = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 100k_1 & 100k_2 & -100 & -50 \end{pmatrix}, \quad (25)$$

$$\det(A(k) - sE) = s^4 + 50s^3 + 100s^2 - 100k_2s - 100k_1 = 0.$$

Произведя замену в (25)  $s = j\omega$ , выделим вещественную и мнимую часть и приравняем нулю. Из полученных уравнений найдем:

$$k_1 = -\omega^2 + 0.01\omega^4, \quad k_2 = -0.5\omega^2. \quad (26)$$

Используя соотношения (26), в плоскости варьируемых параметров  $(k_1, k_2)$  построим область их допустимых значений при  $\omega \in [0, \infty]$  (рис. 1). Из (26) видно, что область допустимых параметров  $G1(k)$  ограничена участком параболы

$$k_1 = 2k_2 + 0.04k_2^2$$

в третьем квадранте плоскости  $(k_1, k_2)$  и осью  $Ok_2$ .

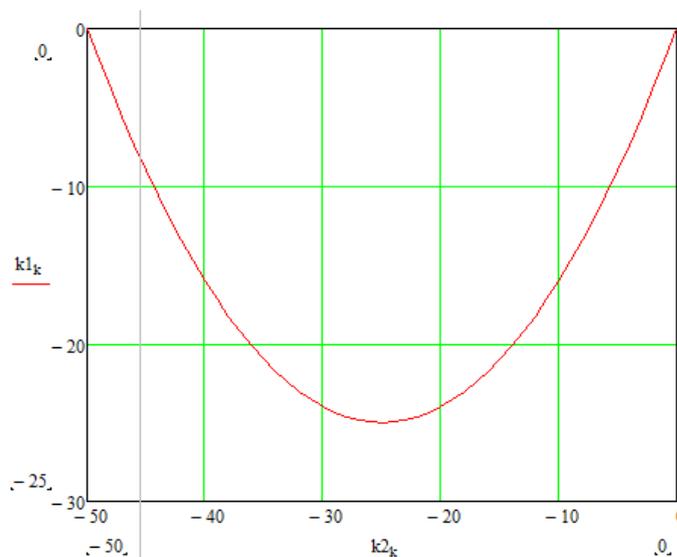


Рис. 1 – Область допустимых значений варьируемых параметров.

В качестве множества Соболя выберем прямоугольник  $-25 \leq k_1 \leq 0$ ,  $-50 \leq k_2 \leq 0$ . Нанесем сетку в виде единичных квадратов, покрывающую область  $G(k)$ , и в узлах сетки вычислим значения частных функционалов:

$$J_1(k) = M_j \left\{ \int_0^T \psi_j^2(t) dt \right\}, \quad J_2(k) = M_j \left\{ \int_0^T \dot{\psi}_j^2(t) dt \right\}$$

и аддитивного функционала

$$J(k) = \beta_1^2 J_1(k) + \beta_2^2 J_2(k).$$

На решениях уравнения (24) возмущенного движения системы при различных реализациях «белого шума»  $\xi_j(t)$ , ( $j = 1 \div N$ ).

Предположим, что передаточная функция формирующего динамического звена, преобразующего единичный «белый шум» в случайную функцию  $f(t)$ , имеет следующий вид:

$$W_f(s) = \frac{K_f}{\tau_1^2 s^2 + \tau_2 s + 1}.$$

Тогда дифференциальное уравнение формирующего динамического звена записывается в виде:

$$\tau_1^2 \ddot{f}_j(t) + \tau_2 \dot{f}_j(t) + f_j(t) = K_f \xi_j(t). \quad (27)$$

Рассмотрим поведение системы (23), (27) при  $\tau_1 = 0.05$  с,  $\tau_2 = 0.01$  с,  $K_f = 0.1$ . В результате имеем систему уравнений:

$$\begin{cases} \ddot{\psi}_j(t) = \delta_j(t) + f_j(t); \\ \ddot{\delta}_j(t) = -50\dot{\delta}_j(t) - 100\delta_j(t) + 100u_j(t); \\ \ddot{f}_j(t) = -4\dot{f}_j(t) - 400f_j(t) + 40\xi_j(t); \\ \dot{x}_j(t) = \psi_j^2(k, t); \\ \dot{y}_j(t) = \dot{\psi}_j^2(k, t) \end{cases} \quad (28)$$

при нулевых начальных условиях.

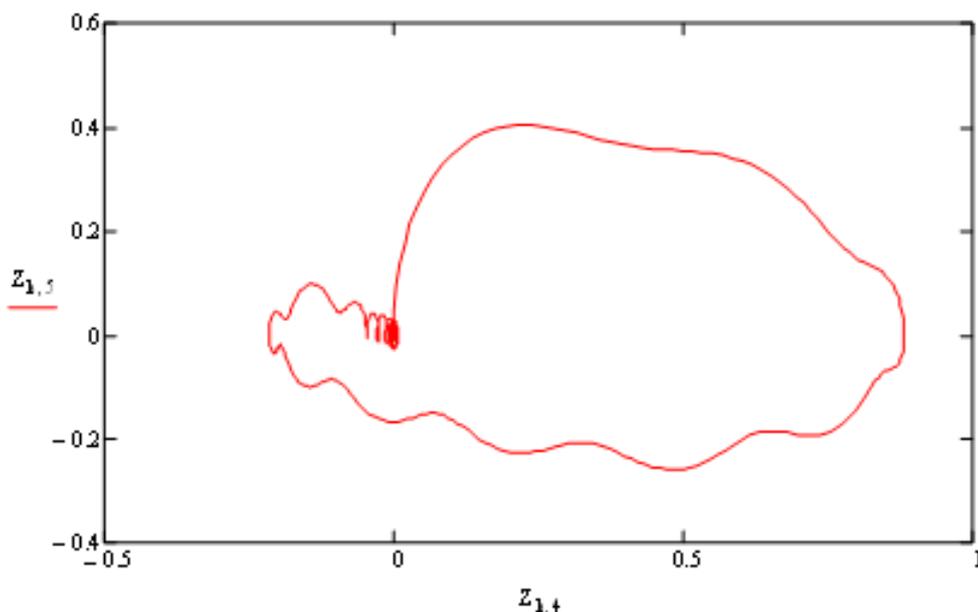


Рис. 2 – Стабилизация в фазовом пространстве ( $k_1 = -15$ ,  $k_2 = -35$ ,  $T = 30$  с),  $Z_{k,4} = \psi(t_k)$ ,  $Z_{k,5} = \dot{\psi}(t_k)$ .

В соотношении (28) для  $u_j(t)$  принято  $u^* = 0.1$  В,  $u^{**} = 10$  В. Частные функционалы найдем как в (12), (13):

$$J_1^j(k) = x_j(T), \quad J_1(k) = \frac{1}{N} \sum_{j=1}^N J_1^j(k); \quad (29)$$

$$J_2^j(k) = y_j(T), \quad J_2(k) = \frac{1}{N} \sum_{j=1}^N J_2^j(k). \quad (30)$$

Затем, используя комбинированный метод оптимизации, находим минимальные значения функционалов  $J_1^*$  и  $J_2^*$ , а также оцениваем максимальные значения главных координат  $\psi_{max}$  и  $\dot{\psi}_{max}$ . На рис. 2 приведен стабилизируемый процесс, соответствующий точкам минимума частных функционалов.

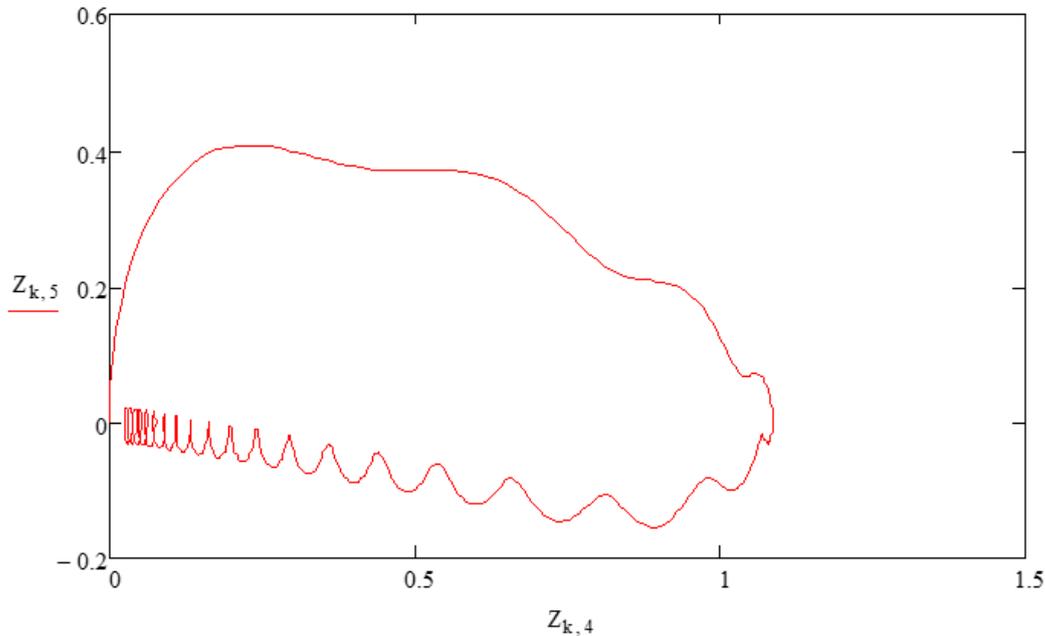


Рис. 3 – Стабилизация в фазовом пространстве ( $k_1 = -5$ ,  $k_2 = -35$ ,  $T = 30$  с),  $Z_{k,4} = \psi(t_k)$ ,  $Z_{k,5} = \dot{\psi}(t_k)$ .

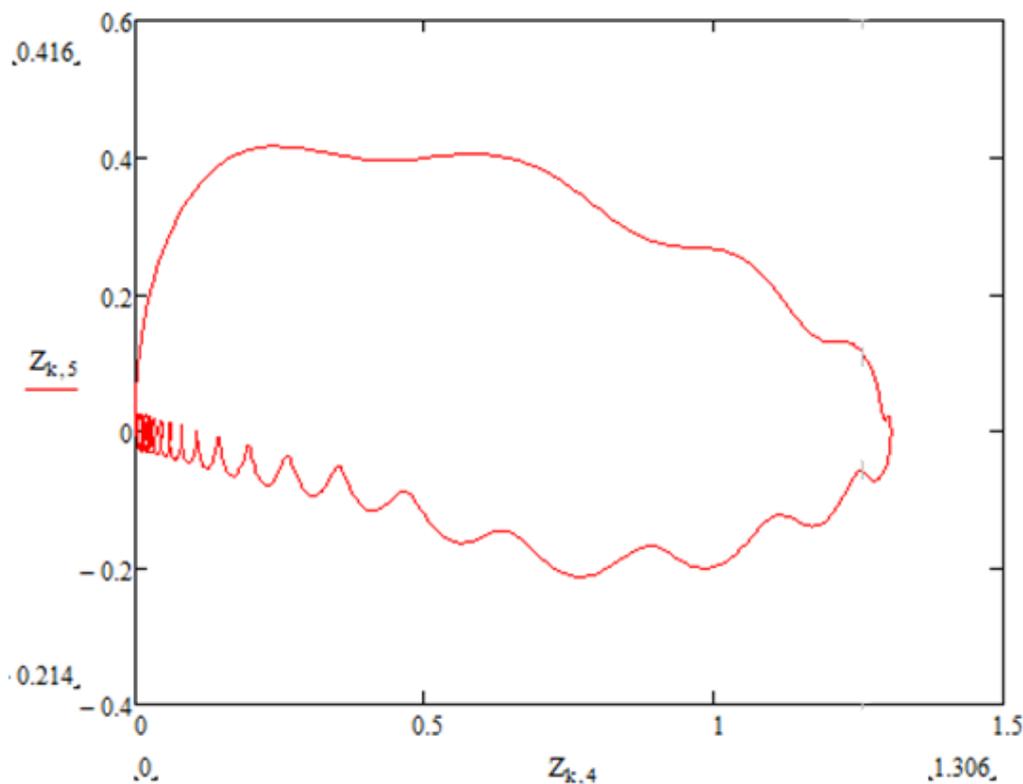


Рис. 4 – Стабилизации в фазовом пространстве ( $k_1^* = -4.95$  В,  $k_2^* = -24.8$  Вс,  $T = 30$  с),  $Z_{k,4} = \psi(t_k)$ ,  $Z_{k,5} = \dot{\psi}(t_k)$ .

Из анализа результатов исследования процессов следует  $\psi_{max} = 1.2$ ,  $\dot{\psi}_{max} = 0.41$  с<sup>-1</sup> (рис. 2, 3). Минималь-

ные значения частных функционалов составляют  $J_1^* = 3.117$ ,  $J_2^* = 0.439 \text{ с}^{-1}$ . Можем найти значения весовых коэффициентов в аддитивном функционале

$$J(k) = \beta_1^2 J_1(k) + \beta_2^2 J_2(k) \quad (31)$$

из соотношений

$$\beta_1 = \frac{\psi_{max}}{J_1^* \left( \frac{\psi_{max}^2}{J_1^*} + \frac{\dot{\psi}_{max}^2}{J_2^*} \right)}, \quad \beta_2 = \frac{\dot{\psi}_{max}}{J_2^* \left( \frac{\psi_{max}^2}{J_1^*} + \frac{\dot{\psi}_{max}^2}{J_2^*} \right)}$$

и они равны  $\beta_1 = 0.436 \text{ с}^{-1}$ ,  $\beta_2 = 1.06$ .

Переходим к последнему этапу – минимизации аддитивного функционала (31). Расширим систему (28) дифференциальным уравнением

$$\dot{z}_j(t) = \beta_1^2 \psi_j^2(k, t) + \beta_2^2 \dot{\psi}_j^2(k, t) \quad (32)$$

и на ней оценим аддитивный функционал (43)

$$J^j(k) = z_j(T), \quad J(k) = \frac{1}{N} \sum_{j=1}^N z_j(T). \quad (33)$$

Используя комбинированный метод оптимизации функционала (32) на сетке Соболя найдем узел, в котором функционал достигает минимума. Используя этот узел в качестве стартовой точки для программы «minimize» в Mathcad находим вектор варьируемых параметров  $k^* \in G1(k)$  для динамической системы (19) – (20).

Найдено  $k_1^* = -4.95 \text{ В}$ ,  $k_2^* = -24.8 \text{ В} \cdot \text{с}$ . На рис. 4 представлены процессы стабилизации замкнутой системы, соответствующие точке минимума аддитивного функционала (33).

На рис. 5 приведены характерные зависимости показателей состояния системы (положение и скорость) и синтезированного управления от времени.

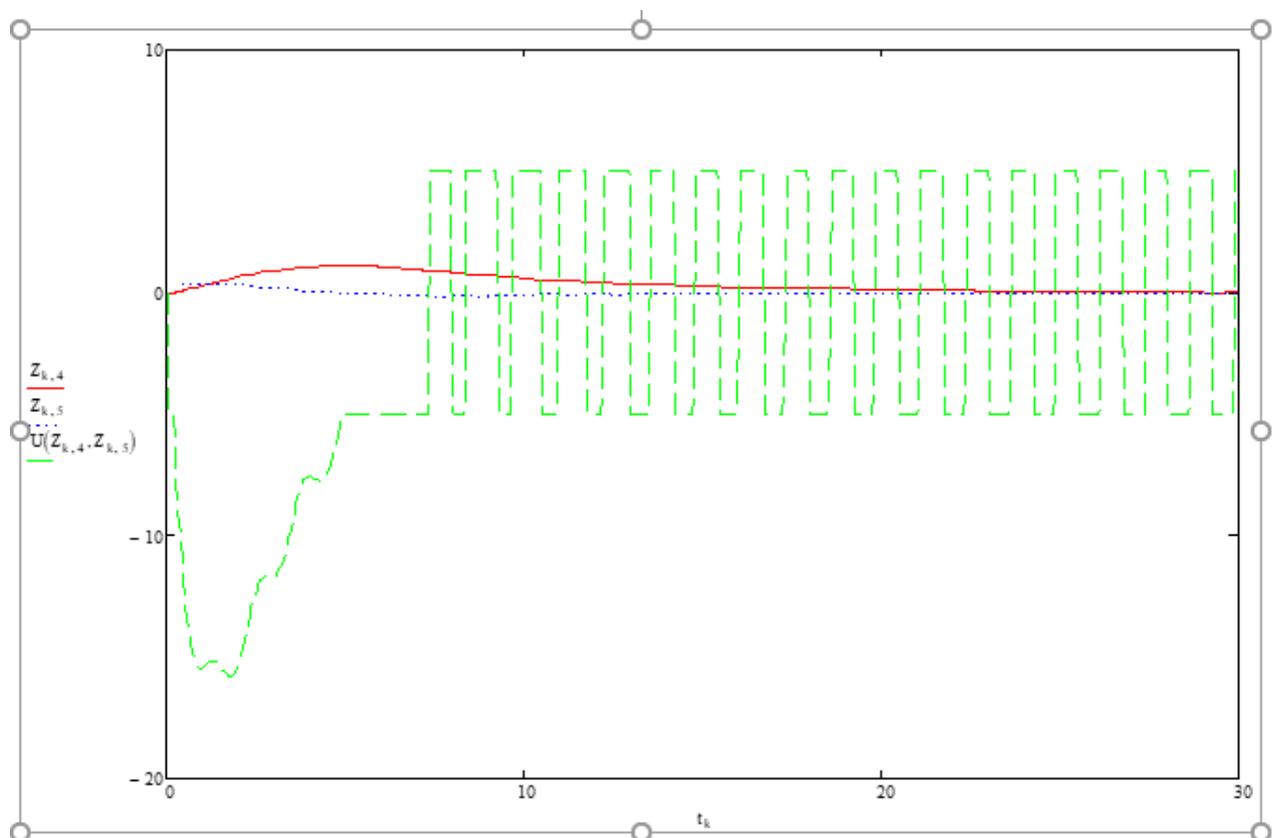


Рис. 5 – Характерное поведение показателей состояния системы и управления  $U(Z_{k,4}, Z_{k,5})$ ,  $Z_{k,4} = \psi(t_k)$ ,  $Z_{k,5} = \dot{\psi}(t_k)$ .

В рассмотренных моделях реализация управления по входящим данным  $Z_{k,4}, Z_{k,5}$  предполагает их абсолютную точность и мгновенность управляющего воздействия. Реальные управляющие системы работают с неточными (измеренными) входными данными и неустраняемым запаздыванием. Необходимы математические модели с учетом указанных реальных погрешностей для упреждающей (интеллектуальной) компенсации их влияния.

**Выводы.** 1. Теория аналитического конструирования оптимальных регуляторов (АКОР) не нашла широкого использования в инженерной практике из-за сложного выбора весовых коэффициентов аддитивного интегрального квадратичного функционала удовлетворяющих системе ограничений для замкнутой системы стабилизации. Трудности возникают и в связи с необходимостью непрерывного измерения всех компонент вектора состояния объекта стабилизации. Возникает необходимость привлечения эффективных численных методов оптимизации в задачах управления. Известные методы Хука-Джевса и Нелдера-Мида не всегда эффективны при поиске глобального минимума функционала цели.

2. Рассматриваемый в статье алгоритм комбинированного метода параметрического синтеза стабилизатора управляемого объекта предусматривает целенаправленный выбор значений коэффициентов аддитивного функционала его качества. Используются не все компоненты вектора состояния объекта, а лишь «главные» - существенно важные для его динамики. Комбинация методов сеток Соболя и Нелдера-Мида с дальнейшим уточнением на линеаризованной задаче точки глобального минимума позволяет настроить стабилизатор на необходимые показатели.

3. Рассмотренный пример синтеза стабилизатора для управляемой системы демонстрирует возможность приближенного решения поставленной задачи оптимального управления с достаточной точностью.

#### Список литературы

1. Бесекерский В. А., Попов Е. П. Теория систем автоматического управления. – СПб. : Профессия, 2003. – 703 с.
2. Летов А. М. Динамика полета и управления. – М. : Наука, 1969, – 312 с.
3. Салуквадзе М. Е. Об оптимизации векторных функционалов // Автоматика и телемеханика. – 1978. – №9. – С. 5 – 15.
4. Воронин А. Н. Многокритериальный синтез динамических систем. – К. : Наукова Думка, 1992. – 160 с.
5. Воронин А. Н., Зиятдинов Ю. К., Козлов А. И., Чабанюк В. С. Векторная оптимизация динамических систем. – К. : Техніка, 1999, – 284 с.
6. Александров Е. Е., Александрова Т. Е. Выбор оптимизируемого функционала в задачах параметрического синтеза систем стабилизации // Артиллерийское и стрелковое вооружение. – 2004. – №2. – С. 23 – 26.
7. Александров Е. Е., Александрова Т. Е. Метод главных координат в теории стабилизируемых систем // Проблемы управления и информатики. – 2017. – №2. – С. 65 – 75.
8. Aleksandrov Ye. Ye., Aleksandrova T. Ye. The Method of Main Coordinate in the Theory of Parametric Synthesis of the Linear Stabilized System // Journal Automation and Information Sciences. – 2017. – № 49(3). – P. 34 – 45.
9. Александров Е. Е., Александрова Т. Е., Северин В. П. Основы современной теории управления. – Х. : ХНАДУ, 2019. – 324 с.
10. Соболев И. М. Численные методы Монте-Карло. – М. : Наука, 1973. – 311 с.
11. Пугачев В. С. Теория случайных функций и ее применение к задачам автоматического управления. – М. : Физматгиз, 1962. – 883 с.
12. Малкин И. Г. Теория устойчивости движения. – М. – Л. : ГИТЛ, 1952. – 432 с.
13. Химмельблау Д. Прикладное нелинейное программирование. – М. : Мир, 1975. – 534 с.
14. Александров Е. Е., Александрова Т. Е. Параметрический синтез цифрового стабилизатора космической ступени ракеты-носителя с жидкостным двигателем на активном участке траектории полета // Проблемы управления и информатики. – 2020. – № 3. – С. 80 – 92.
15. Aleksandrov Ye. Ye., Aleksandrova T. Ye., Morgun Y. Parametric Synthesis of the Electronic Control Unit of the Course Stability System of the Car // Eastern-European Journal of Enterprise Technologies. – 2019. – № 6/9(102). – P. 39 – 45.

#### References (transliterated)

1. Bessekerysky V. A., Popov E. P. *Teoriya system avtomaticheskogo upravleniya* [Theory of automated control systems]. SanktPeterburg, Profesiya Publ., 2003. 703 p.
2. Letov A. V. *Dinamika poleta i upravleniya* [Dynamics of flight and control]. Moscow, Nauka Publ., 1969. 312 p.
3. Salukvadze M. E. Ob optimizatsii vektornykh funktsionalov [On optimization of vector functionals]. *Avtomatika i telemekhanika* [Automation and telemechanics]. 1978, no. 9, pp. 5–15.
4. Voronin A. N. *Mnogokriterial'nyy sintez dinamicheskikh system* [Multicriteria synthesis of dynamical systems]. Kyiv, Naukova Dumka Publ., 1992. 160 p.
5. Voronin A. N., Ziatdinov Yu. K., Kozlov A. I., Chabanyuk V. S. *Vektornaya optimizatsiya dinamicheskikh sistem* [Vector optimization of dynamical systems]. Kyiv, Tekhnika Publ., 1999. 284 p.
6. Aleksandrov E. E., Aleksandrova T. E. Vybory optimiziruемого funktsionala v zadachakh parametricheskogo sinteza system stabilizatsii [Choosing optimization functional in problems of stabilization systems' parametric synthesis]. *Artilleriyskoe i strelkovoie vooruzhenie* [Artillery and small arms]. 2004, no. 2, pp. 23–26.
7. Aleksandrov E. E., Aleksandrova T. E. Metod glavnykh koordinat v teorii stabiliziruemykh system [Principal component method in the theory of stabilized systems]. *Problemy upravleniya i infomatiki* [Problems of control and informatics]. 2017, no. 2, pp. 65–75.
8. Aleksandrov Ye. Ye., Aleksandrova T. Ye. The Method of Main Coordinate in the Theory of Parametric Synthesis of the Linear Stabilized System. *Journal Automation and Information Sciences*. 2017, no. 49(3), pp. 34–45. DOI: 10.1615/JAutomatInfScien.v49.i3.50.

9. Aleksandrov E. E., Aleksandrova T. E., Severin V. P. *Osnovy sovremennoy teorii upravleniya* [Fundamentals of modern control theory]. Kharkov, XNAДУ Publ., 2019. 324 p.
10. Sobol' I. M. *Chislennyye metody Monte-Karlo* [Monte Carlo numerical methods]. Moscow, Nauka Publ., 1973. 311 p.
11. Pugachev V. S. *Teoriya sluchaynykh funktsiy i ee primeneniye k zadacham avtomaticheskogo upravleniya* [Incidental function theory and its application to automated control problems]. Moscow, Fizmatgiz Publ., 1962. 883 p.
12. Malkin I. G. *Teoriya ustoychivosti dvizheniya* [Theory of stability of motion]. Moscow – Leningrad, GITL Publ., 1952. 432 p.
13. Khimmel'blau D. *Prikladnoye nelineynoye programmirovaniye* [Applied non-linear programming]. Moscow, Mir Publ., 1975. 534 p.
14. Aleksandrov E. E., Aleksandrova T. E. Parametricheskii sintez tsifrovogo stabilizatora kosmicheskoy stupeni rakety-nositelya s zhidkosnym dvigatelem na aktivnom uchastke traektorii poleta [Parametric synthesis of digital stabilizer for space stage of launch vehicle with liquid-fueled engine on active part of flight trajectory]. *Problemy upravleniya i infomatiki* [Problems of control and informatics]. 2020, no. 3, pp. 80–92.
15. Aleksandrov Ye. Ye., Aleksandrova T. Ye., Morgun Y. Parametric Synthesis of the Electronic Control Unit of the Course Stability System of the Car. *Eastern-European Journal of Enterprise Technologies*. 2019, no. 6/9(102), pp. 39–45. DOI: 10.15587/1729-4061.2019.188185.

Поступила (received) 15.10.2021

Відомості про авторів / Сведения об авторах / Information about authors

**Александров Євген Євгенович** – доктор технічних наук, професор, лауреат Державної премії, заслужений діяч науки і техніки України, Харківський національний автомобільно-дорожній університет, м. Харків; тел.: (050) 625-68-40; e-mail: alexandrov.ye.ye@gmail.com.

**Александров Евгений Евгеньевич** – доктор технических наук, профессор, лауреат Государственной премии, заслуженный деятель науки и техники Украины, Харьковский национальный автомобильно-дорожный университет, г. Харьков; тел.: (050) 625-68-40; e-mail: alexandrov.ye.ye@gmail.com.

**Aleksandrov Yevgen Yevgenovich** – Doctor of Technical Sciences, Professor, Laureate of State Prize, Honoured Scientist and Engineer of Ukraine, Kharkov National Automobile and Highway University demy, Kharkiv; tel.: (050) 625-68-40; e-mail: alexandrov.ye.ye@gmail.com.

**Ванін Віктор Антонович** – доктор технічних наук, професор, Харківський національний університет «Харківський політехнічний інститут», м. Харків; тел.: (095) 819-89-23; e-mail: vvaplb5256@gmail.com.

**Ванин Виктор Антонович** – доктор технических наук, профессор, Харьковский национальный университет «Харьковский политехнический институт», г. Харьков; тел.: (095) 819-89-23; e-mail: vvaplb5256@gmail.com.

**Vanin Viktor Antonovich** – Doctor of Technical Sciences, Professor, National Technical University «Kharkov Polytechnic Institute», Kharkiv; tel.: (095) 819-89-23; e-mail: vvaplb5256@gmail.com.

**Александрова Тетяна Євгенівна** – доктор технічних наук, професор, Харківський національний університет «Харківський політехнічний інститут», м. Харків; тел.: (097) 079-50-00; e-mail: alexandrov.t.ye@gmail.com.

**Александрова Татьяна Евгеньевна** – доктор технических наук, профессор, Харьковский национальный университет «Харьковский политехнический институт», г. Харьков; тел.: (097) 079-50-00; e-mail: alexandrov.t.ye@gmail.com.

**Aleksandrova Tetyana Yevgenivna** – Doctor of Technical Sciences, Professor, National Technical University «Kharkov Polytechnic Institute», Kharkiv; tel.: (097) 079-50-00; e-mail: alexandrov.t.ye@gmail.com.

**Ванін Борис Вікторович** – інженер, Robocode, м. Харків; тел.: (095) 819-89-23; e-mail: vvaplb5256@gmail.com.

**Ванин Борис Викторович** – инженер, Robocode, г. Харьков; тел.: (095) 819-89-23; e-mail: vvaplb5256@gmail.com.

**Vanin Boris Viktorovich** – engineer, Robocode, Kharkiv; tel.: (095) 819-89-23; e-mail: vvaplb5256@gmail.com.