

Є. Є. АЛЕКСАНДРОВ, Т. Є. АЛЕКСАНДРОВА, О. Л. ГРИГОР'ЄВ, Я. Ю. МОРГУН

СТІЙКІСТЬ ТА АВТОКОЛИВАННЯ ЕЛЕКТРОННОЇ ЗАМКНЕНОЇ СИСТЕМИ СТАБІЛІЗАЦІЇ КУРСУ АВТОМОБІЛЯ З ЦИСТЕРНОЮ

Для опису збуреного руху автомобіля з цистерною складено математичну модель, яка дозволяє врахувати коливання вільної поверхні рідини та визначити їх вплив на курсову стійкість автомобіля при сталому русі та під час термінового гальмування. Виконано лінеаризацію моделі і отримано рівняння для власних частот коливань електрогідромеханічної системи, що об'єднує динамічні зміни параметрів руху автомобіля з цистерною, парціальних прошарків рідини у цистерні та роботу електромагнітного приводу керуючого клапана і електронного ПІД-регулятора для двоконтурної системи курсової стійкості. На основі лінеаризованої моделі збуреного руху автомобіля, оснащеного системою курсової стійкості, досліджується вплив вимушених коливань рідини на область стійкості, побудовану в площині варійованих параметрів регулятора. Показано, що низькочастотні коливання вільної поверхні рідини призводять до суттєвого скорочення області стійкості замкненої системи курсової стабільності автомобіля, що свідчить про необхідність врахування коливань при вирішенні задач аналізу і синтезу системи. Встановлено, що для автомобіля з цистерною, де відбуваються низькочастотні поперечні коливання рідини, які супроводжуються перерозподілом маси і збурюють рух, збільшення курсової швидкості однозначно призводить до погіршення курсової стійкості. Ця обставина дозволила виключити цю швидкість із числа варійованих параметрів і суттєво спростити задачу. З'ясовано, що рівень рідини в цистерні, з урахуванням його зв'язку з максимальною швидкістю руху, оказує неоднозначний вплив на курсову стійкість автомобіля, і обмежувати дослідження лише розрахунками для випадку 50 % навантаження неприпустимо. Замість цього традиційного спрощення треба знаходити лінію, яка огинає зверху ті межі, що відповідають багатьом рівням рідини із діапазону їх зміни. Показано, що динаміка термінового гальмування слабо залежить від в'язкості рідини у цистерні, але при довгостроковій безперервній роботі системи керування гальмами виникають автоколивання. Запропоновано метод настроювання параметрів електронного регулятора на забезпечення автоколивань малої амплітуди.

Ключові слова: коливання рідини в цистерні, асимптотична стійкість, автоколивання, система курсової стійкості, область стійкості, варійовані параметри регулятора.

Е. Е. АЛЕКСАНДРОВ, Т. Е. АЛЕКСАНДРОВА, А. Л. ГРИГОРЬЕВ, Я. Ю. МОРГУН УСТОЙЧИВОСТЬ И АВТОКОЛЕБАНИЯ ЭЛЕКТРОННОЙ ЗАМКНУТОЙ СИСТЕМЫ СТАБИЛИЗАЦИИ КУРСА АВТОМОБИЛЯ С ЦИСТЕРНОЮ

Для описания возмущенного движения автомобиля с цистерной составлена дискретная математическая модель, которая позволяет учесть колебания свободной поверхности жидкости и определить их влияние на курсовую устойчивость автомобиля при равномерном движении и во время экстренного торможения. Выполнена линеаризация и получено уравнение для собственных частот колебаний электрогидромеханической системы, объединяющей динамические изменения параметров движения автомобиля с цистерной, парциальных слоев жидкости в цистерне и работу электромагнитного привода управляющего клапана и электронного ПИД-регулятора для двухконтурной схемы обеспечения курсовой устойчивости. На основе линеаризованной модели исследуется влияние вынужденных колебаний жидкости на область устойчивости системы, построенной в плоскости варьируемых параметров регулятора. Показано, что низкочастотные колебания свободной поверхности жидкости приводят к существенному сокращению области устойчивости, что свидетельствует о необходимости учета таких колебаний при решении задач анализа и синтеза этой системы. Установлено, что для автомобиля с цистерной, где происходят низкочастотные поперечные колебания жидкости, которые сопровождаются перераспределением массы и возмущают движение, увеличение курсовой скорости однозначно приводит к ухудшению курсовой устойчивости. Это обстоятельство позволило исключить скорость из переменных параметров и существенно упростить задачу. Установлено, что уровень жидкости в цистерне, с учетом его связи с максимальной скоростью движения, оказывает неоднозначное влияние на курсовую устойчивость автомобиля, и ограничивать исследования расчетами для 50 % нагрузки недопустимо. Вместо этого традиционного упрощения надо находить линию, которая огибает сверху те границы устойчивости, которые соответствуют многим уровням жидкости из всего диапазона их изменения. Показано, что динамика экстренного торможения слабо зависит от вязкости жидкости в цистерне, но при длительной непрерывной работе системы управления тормозами в ней возникают автоколебания. Предложен метод настройки параметров электронного регулятора на автоколебания малої амплитуды.

Ключевые слова: колебания жидкости в цистерне, асимптотическая устойчивость, автоколебания, система курсовой устойчивости, область устойчивости, варьируемые параметры регулятора.

YE. YE. ALEKSANDROV, T. YE. ALEKSANDROVA, A. L. GRIGORIEV, YA. YU. MORHUN STABILITY AND VIBRATIONS OF THE ELECTRONIC CLOSED SYSTEM STABILIZING THE COURSE OF A CAR WITH A TANK

To describe the disturbed movement of a car with a tank, a discrete mathematical model has been compiled, which allows one to take into account the oscillations of the free surface of the liquid and determine their effect on the directional stability of the car during uniform movement and during emergency braking. Linearization is carried out and an equation is obtained for the natural frequencies of oscillations of the electrohydraulic system, which combines dynamic changes in the parameters of the movement of a car with a tank, partial layers of liquid in a tank and the operation of an electromagnetic drive of the control valve and an electronic PID controller for a two-circuit scheme to ensure directional stability. It is shown that low-frequency oscillations of the free surface of liquid lead to a significant reduction in the stability region, which indicates the need to take such oscillations into account when solving problems of analysis and synthesis of this system. It has been established that for a car with a tank, where low-frequency transverse oscillations of the liquid occur, which are accompanied by redistribution of mass and disturb the movement, an increase in the speed unambiguously leads to a deterioration in road-holding ability. This made it possible to exclude the speed from the variable parameters and significantly simplify the task. It was found that the liquid level in the tank, taking into account its connection with the maximum speed, has an ambiguous effect on the road-holding ability of the vehicle, and it is unacceptable to limit the research to calculations for 50 % of the load. Instead of this traditional simplification, it is necessary to find a line that bends from above those stability boundaries that correspond to many liquid levels from the entire range of their variation. It is shown that the dynamics of emergency braking weakly depends on the viscosity of the liquid in the tank, but with long-term continuous operation of the brake control system, self-oscillations appear in it. A method for tuning the parameters of an electronic regulator for low-amplitude self-oscillations is proposed.

Key words: fluid vibrations in a tank, asymptotic stability, self-oscillations, vehicle stability system, area of stability, varying controller parameters.

Вступ та кінцева мета дослідження. На сучасних легкових та вантажних автомобілях все частіше встановлюють електронні системи керування паливоподачею, гальмами, тиском повітря у шинах, та іншими робочими параметрами і процесами [1 – 3]. Щодо автомобілів військового або так званого *подвійного* призначення [4] (зокрема, для автомобілів з цистернами для перевезення палива і мастильних матеріалів, що виступають як об'єкт дослідження, рис. 1), то для них існують зрозумілі обмеження в використанні електроніки в паливній системі та регулятори двигуна. Проте ці обмеження не поширюються на системи, які у процесі керування автомобілем грають допоміжну роль, і їх руйнування від інтенсивного електромагнітного імпульсу не є критичним для цього процесу.



Рис. 1 – Паливозаправник КраЗ-63221 з цистерною АПЦ-20 валісної форми.

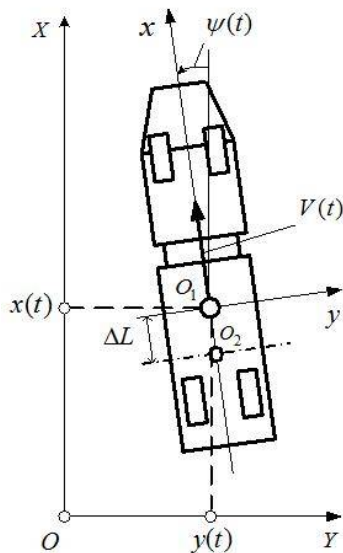


Рис. 2 – Системи координат: OXY – інерціальна; O_1xy – пов'язана із центром мас автомобіля; O_2 – центр цистерни.

Дотримання високих показників безпеки руху є однією з основних проблем сучасного автомобілебудування. Стан автомобільних шляхів України сприяє підвищеній аварійності автотранспорту у порівнянні з країнами Євросоюзу та США. Режим термінового гальмування при появі на шляху непередбачених перешкод може призвести до втрати зчеплення коліс з дорогою і відхиленню автомобіля від заданого напрямку руху.

Тому на сучасних автомобілях широко поширені системи автоматичного керування гальмами, які містять дві або три паралельно працюючі системи:

- автоблокувальну систему ABS, що запобігає блокуванню коліс при різкому натисканні на педаль гальмів;
- протибуксувальну систему TRC, що запобігає буксуванню ведучих коліс при різкому натисканні на педаль керування подачею палива;
- систему курсової стійкості VSC, яка здійснює стабілізацію заданого напрямку руху автомобіля під час термінового гальмування.

Крім того, на багатьох легкових і деяких вантажних автомобілях можна зустріти й систему курсової стійкості EBD [5 – 12], яка за рахунок рівномірного розподілу гальмівних зусиль здійснює стабілізацію курсових параметрів сталого руху на прямих або радіусних ділянках шляху і, тим самим, суттєво допомагає водію під час складних та довгострокових рейсів. На відміну від VSC, яка вмикається на період гальмування, система EBD працює тривалий час (постійно).

Досвід керування автомобілями, які оснащено горизонтальними ємностями для транспортування рідини (цистернами), свідчить, що вони найбільш вразливі до втрати стійкості в процесі термінового гальмування, яка призводить до тяжких аварій з виливом в навколишнє середовище рідких паливних матеріалів і агресивних речовин. Низькочастотні коливання вільної поверхні транспортуємої рідини можуть впливати й на процеси стабілізації курсових параметрів в автомобілях, які оснащено системами курсової стійкості EBD. Тому кінцевою метою розпочатого авторами циклу досліджень є вивчення впливу цих коливань на курсову стійкість автомобіля та їх врахування при оптимальному виборі параметрів відповідної електронної системи керування типу VSC або EBD.

Огляд наявних результатів та актуальні задачі дослідження. Системи курсової стійкості можуть бути одноконтурними та двоконтурними. В одноконтурних системах здійснюється стабілізація напрямку руху, а в двоконтурній системі, окрім того, здійснюється також мінімізація бічного зсуву центра мас автомобіля. В роботах [13, 14] описано математичну модель збуреного руху автомобіля в процесі термінового гальмування з урахуванням роботи замкненої двоконтурної системи курсової стійкості типу VSC:

$$\begin{cases} M\dot{V} = -2k_T p_0(t) - f_c M g; & J_z \dot{\psi} = -0.5 B k_T \Delta p + m_c(t); & \dot{y} = -V \cdot \psi; \\ J_k \Delta \ddot{p} + f_k \Delta \dot{p} + c_k \Delta p = \kappa_u R_{об} I; & U = K_\psi \psi + K_\omega \dot{\psi} - K_y y, \end{cases} \quad (1)$$

де t – це час; $V(t)$ – курсова швидкість руху центра мас (рис. 2); $\psi(t)$ – кутове відхилення власної поздовжньої

вісі автомобіля відносно заданого напрямку руху; $\Delta p(t)$ – різниця тисків гальмівної рідини в магістралях правого і лівого бортів автомобіля; $y(t)$ – бічне відхилення центру мас від заданої траєкторії руху в режимі гальмування; $p_0(t)$ – тиск гальмівної рідини на виході головного гальмівного циліндру; f_c – приведені значення коефіцієнту спротиву кочення усіх коліс автомобіля; g – прискорення вільного падіння; $m_c(t)$ – момент сил спротиву повороту; M – повна маса автомобіля; J_z – момент інерції автомобіля відносно його власної вертикальної вісі; B – ширина колії; J_κ – момент інерції коромисла електромагніта у електромагнітному підсилювачі (ЕМП); f_κ – коефіцієнт в'язкого тертя у вісі коромисла; c_κ – коефіцієнт жорсткості пружини, що фіксує коромисло у нейтральному стані; κ_r, κ_u – коефіцієнти пропорційності; K_ψ, K_ω, K_y – коефіцієнти підсилення регулятора, які за своїм фізичним сенсом приймають деякі позитивні значення (а при відсутності регулювання дорівнюють нулю); $U(t), I(t)$ – напруга і електричний струм у ланцюгу керування, що виробляються системою курсової стійкості автомобіля; $\Lambda_{об}, R_{об}$ – індуктивність котушки та електричний опір ланцюга.

Як зазначено, коливання вільної поверхні транспортуємої рідини можуть впливати на процеси стабілізації напрямку руху автомобіля при його терміновому гальмуванні. Метою роботи [15] було дослідження впливу цих коливань на курсову стійкість автомобіля. Використовувати для цього розрахунок рідини за методом кінцевих елементів, як це зроблено в роботі [16], було визнано недоцільним, тому для дослідження зазначеного впливу було створено дискретну математичну модель збуреного руху автомобіля з урахуванням поздовжніх та поперечних коливань парціальних шарів рідини [17], яка має наступний вигляд:

$$\begin{cases} M\dot{V} = -2\kappa_r p_0(t) - \sum_{k=1}^n m_k^x \ddot{x}_k - f_c M g; J_c \ddot{\psi} = -\frac{B}{2} \kappa_r \Delta p + \sum_{l=1}^m m_l^y [(\Delta L - f_c(H_n + h_l)) \ddot{y}_l - f_c g y_l] + M_c(t); \dot{y} = -V \cdot \psi; \\ \ddot{x}_k + \varepsilon_k^x \dot{x}_k + (\omega_k^x)^2 x_k = -\dot{V} \quad (k \in \overline{1, n}); \ddot{y}_l + \varepsilon_l^y \dot{y}_l + (\omega_l^y)^2 y_l = -V \cdot \dot{\psi} - \Delta L \psi \quad (l \in \overline{1, m}); J_\kappa \Delta \ddot{p} + f_\kappa \Delta \dot{p} + c_\kappa \Delta p = U(t), \end{cases} \quad (2)$$

де $x_k(t), y_l(t)$ – це поздовжнє та поперечне зміщення центрів мас парціальних осциляторів від вертикальної вісі цистерни; m_k^x, m_l^y – маси цих (парціальних) шарів рідини,

$$m_k^x = M_{pid} \frac{2 \operatorname{th}(\lambda_k^x h)}{\pi^2 \lambda_k^x h (k - 0.5)^2} \quad (k \in \overline{1, n}), \quad m_l^y = M_{pid} \frac{2 \operatorname{th}(\lambda_l^y h)}{\pi^2 \lambda_l^y h (l - 0.5)^2} \quad (l \in \overline{1, m});$$

$M_c(t)$ – момент сил, що збуджує коливання; M_{pid} – загальна маса рідини в цистерні, $M_{pid} = \rho a b h$; ρ – щільність рідини; a, b – довжина та ширина цистерни; h – рівень рідини в цистерні; $\lambda_k^x, \lambda_l^y, \omega_k^x, \omega_l^y, v_k^x, v_l^y$ – хвильові числа, кругові і власні частоти парціальних осциляторів для поздовжніх та поперечних коливань рідини,

$$\lambda_k^x = \pi(2k-1)/a, \quad \lambda_l^y = \pi(2l-1)/b; \quad \omega_k^x = \sqrt{g \lambda_k^x \operatorname{th}(\lambda_k^x h)}, \quad \omega_l^y = \sqrt{g \lambda_l^y \operatorname{th}(\lambda_l^y h)}; \quad v_k^x = \omega_k^x / (2\pi), \quad v_l^y = \omega_l^y / (2\pi);$$

$\varepsilon_k^x, \varepsilon_l^y$ – коефіцієнти дисипації парціальних осциляторів,

$$\varepsilon_k^x = 2v_k^x \Delta f, \quad \varepsilon_l^y = 2v_l^y \Delta f;$$

Δf – логарифмічний декремент затухання коливань рідини; ΔL – відстань $O_1 O_2$ між центром мас автомобіля та вертикальною віссю цистерни; H_n – відстань від колісної вісі до днища цистерни; h_l – відстань від днища цистерни до центру мас l -того парціального прошарку для поперечних коливань,

$$h_l = h - \frac{\operatorname{th}(\lambda_l^y h / 2)}{\lambda_l^y}.$$

У рівняннях системи (2) складові суми описують моменти сили інерції та тяжіння, які діють з боку l -того парціального шару рідини на стінки цистерни та передаються до площадок контакту шин із ґрунтом, де й впливають на зміну параметрів розвороту автомобіля. Відповідно до рекомендацій роботи [17], при розрахунку кожної групи коливань використовувалося перші три парціальні осцилятори, тобто числа $n, m = 3$.

Система (2) моделює розімкнену систему, коли, діючи через момент $M_c(t)$, керуюча напруга $U(t)$ спочатку збуджує поперечні коливання, а потім намагається нівелювати їх негативний вплив. На рис.3 наведено типовий графік зміни сигналу керування, який було використано при порівняльному розрахунковому дослідженні процесу гальмування у двох випадках:

- з урахуванням коливань рідини за допомогою диференціальних рівнянь системи (2);
- без урахування коливань рідини (для так званого *затверділого вантажу* тієї ж ваги).

На рис. 4 наведено графіки процесів стабілізації корпусу паливозаправника КраЗ-63221 з цистерною місткістю 20 м^3 , яка була заповнена дизельним паливом до рівня $h = 0.7 \text{ м}$ (тобто приблизно наполовину). Іншу інформацію про цей заправник надано у табл. 1. Автомобіль знаходився в режимі гальмування з середнім прискоренням $W_c = -1.8 \text{ м}^2/\text{с}$ та рухався по прямому шляху з початковою швидкістю $V_{x_0} = 18 \text{ м/с}$.

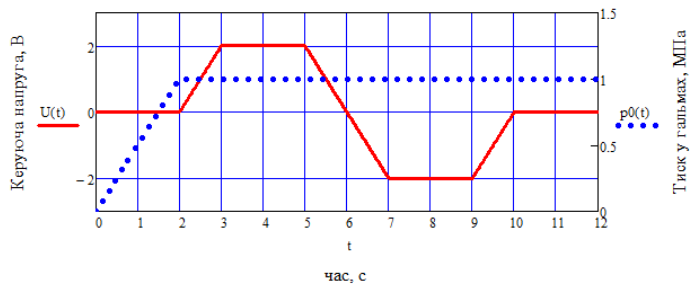


Рис. 3 – Сигнал $U(t)$ керування електромагнітом системи стабілізації руху автомобіля та тиск у гальмах $p_0(t)$.

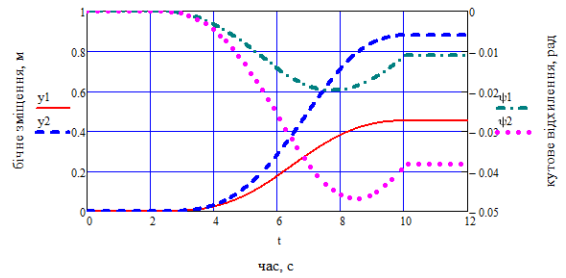


Рис. 4 – Порівняння характеристик $y(t)$, $\psi(t)$ курсової стійкості для двох моделей інтенсивного гальмування.

Таблиця 1 – Основні технічні та деякі динамічні параметри паливозаправника КрАЗ-63221

Параметр	Величина
Суха маса, кг	10700
Максимальна вага вантажу, кг	18000
Розміри цистерни $a \times b \times H$, м	$6 \times 2.4 \times 1.4$
Ширина колії, м	2
Максимальна швидкість при перевезенні 10 м^3 пального, м/с	18
Моменти інерції при завантаженні на 50% :	Рис.10
J_z , кг м^2	$14.8 \cdot 10^4$
J_x , кг м^2	$3 \cdot 10^4$
Радіальна жорсткість шини, Н/м	$10 \cdot 10^5$
Бічна жорсткість шини, Н/м	$2.5 \cdot 10^5$
Коефіцієнт спротиву коченню коліс f_c	0.09
Власна частота коливань нахилу, Гц	2...5
Коефіцієнт дисипації для коливань нахилу f_r , Нмс	$1 \cdot 10^5$
Власна частота коливань зсуву, Гц	1.5...2.2
Коефіцієнт дисипації для коливань зсуву f_δ , Нс	$5 \cdot 10^3$
Власні частоти парціальних осциляторів для поздовжніх і поперечних коливань, Гц	рис.5 а,б
Відносні маси парціальних осциляторів для поздовжніх і поперечних коливань	рис.6 а,б
Логарифмічний декремент затухання коливань парціальних осциляторів Δf	0.05

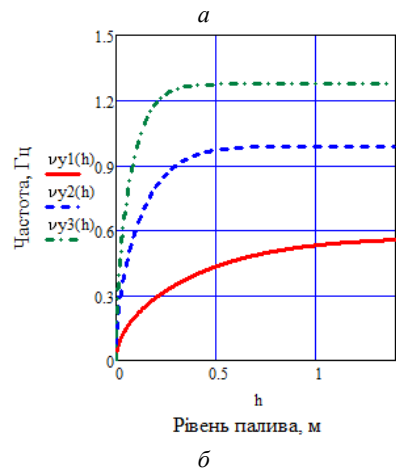
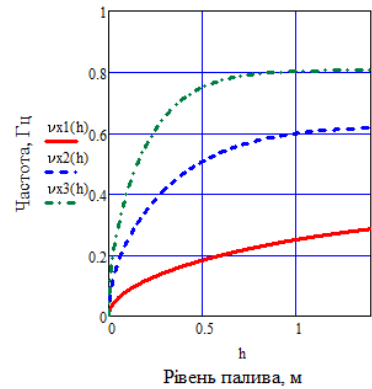


Рис. 5 – Залежність власних частот перших трьох осциляторів від рівня палива у цистерні.

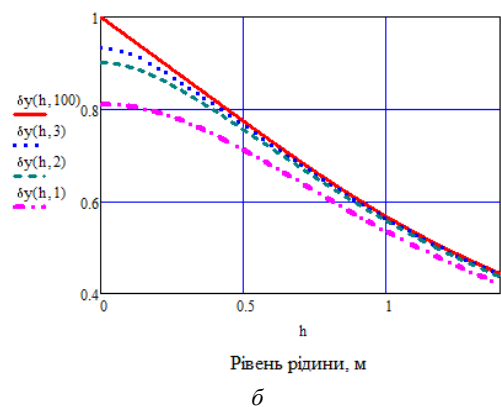
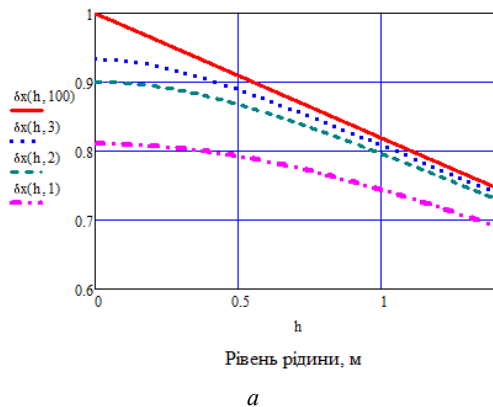


Рис. 6 – Залежність відносної маси рідини, яка рухається у одному, двох та трьох перших парціальних прошарках, від рівня рідини в цистерні.

Відхилення від прямолінійної траєкторії відбувалося завдяки різниці тисків в гальмах правого та лівого бо-

рту, яка під дією сигналу керування виникла після моменту часу $t_0 = 2c$ (рис. 3) та спостерігалася до кінця гальмування. Графіки y_1, ψ_1 враховують вплив коливань рідини; графіки y_2, ψ_2 цей вплив не враховують.

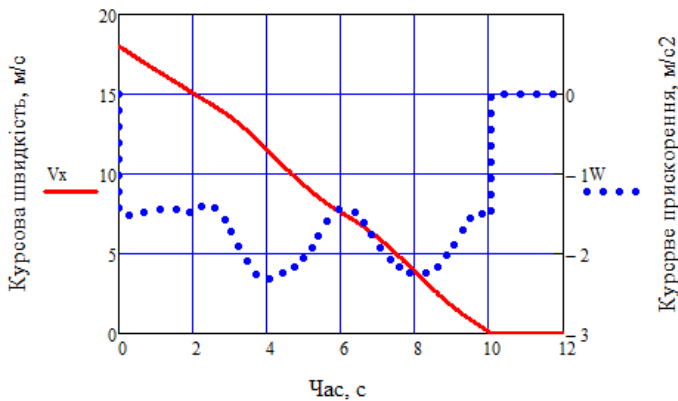


Рис. 7 – Параметри гальмування паливозаправника КрАЗ-63221 з цистерною АПЦ-20 (при транспортуванні 8.5 т дизельного пального).

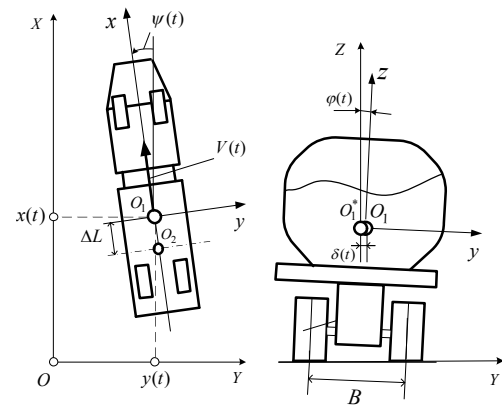


Рис. 8 – Динамічні параметри уточненої моделі (O_1^* – положення центру мас за умови відсутності бічного зсуву шин).

Порівняльний аналіз кривих на рис. 4, а також графіку прискорення на рис. 7, приводить до наступних висновків:

- спостерігається суттєвий негативний вплив коливань вільної поверхні транспортуємої рідини на стабілізуючий поперечний рух автомобіля – паливозаправника та на плавність процесу гальмування;
- необхідно врахувати ці коливання в математичній моделі збуреного руху автомобіля при розгляданні задач аналізу і синтезу системи курсової стійкості.

У цьому зв'язку, головною задачею роботи являється дослідження впливу вимушених коливань транспортуємої рідини на область стійкості замкненої системи курсової стійкості автомобіля і рекомендації щодо вибору припустимих значень варійованих параметрів регулятора замкненої системи VSC або EBD, які треба врахувати на етапі оптимізації зазначених параметрів [18]. Проте, рух до цієї мети розпочнемо з деяких уточнень математичної моделі (2), у якій треба врахувати наступні добре відомі [17, 19] і нові [20] фактори:

- обертальний рух цистерни у горизонтальній площині призводить до кутових коливань рідини навколо вісі O_2Z (рис. 8);
- декремент загасання коливань рідини не є постійною величиною і суттєво залежить від її в'язкості та амплітуди коливань;
- поперечні перетікання рідини супроводжуються бічним нахилом цистерни та її поперечним зсувом (рис. 8), що створює нові збурюючі чинники.

Після врахування цих факторів будемо визначати їх вплив на динамічні параметри термінового гальмування (що важливе для розробки системи VSC) та на асимптотичну стійкість системи EBD.

Математичні моделі та формули для врахування уточнень. Кутові коливання рідини у площині її вільної поверхні формуються потенціалом Жуковського [19], який для прямокутної ємності описується формулою

$$\Psi(x, y) = 4 \sum_{k=0}^{\infty} \frac{(-1)^k}{(\beta_k)^3} \cdot \left[\frac{a^2 \operatorname{sh}(\beta_k y / a) \sin(\beta_k x / a)}{\operatorname{ch}(0.5 \beta_k b / a)} - \frac{b^2 \operatorname{sh}(\beta_k x / b) \sin(\beta_k y / b)}{\operatorname{ch}(0.5 \beta_k a / b)} \right],$$

де $\beta_k = \pi \cdot (1 + 2k)$, а початок системи координат xO_2y розташований в центрі цистерни.

В роботі [17] цей складний потенціал замінюється апроксимацією $\Psi(x, y) \approx x \cdot y$, проте існує кращий шлях.

На рис. 9 показано, як виглядає потенціал Жуковського для цистерни валізного типу, що має вільну поверхню $6\text{ м} \times 2.4\text{ м}$. Аналіз цього рисунку спонукає до наступного спрощення. Умовно поділимо цистерну на три секції – центральну (з розмірами $2.4\text{ м} \times 2.4\text{ м}$) та дві крайні (з розмірами $1.8\text{ м} \times 2.4\text{ м}$). Складним обертальним рухом рідини в центральній секції допустимо знехтувати, а у крайніх секціях (де лінії рівня витягуються поздовжньо та мають приблизно однаковий зазор) будемо вважати, що рідина рухається поступально у поперечних напрямках, що створює обертальний момент навколо вертикальної осі інерції цистерни. Одним із наслідків такого спрощення стає ідентичність частот поперечних та крутильних вільних коливань рідини.

В рамках такої концепції відстань c між вертикальною віссю цистерни та центром її обертальної маси, а також моменти інерції J_l обертальних мас для парціальних осциляторів знаходимо за формулами:

$$c^2 = \frac{a^2 + ab + 2b^2}{12}; \quad J_l = m_l^y c_*^2, \quad (l \in \overline{1,3}), \quad \text{де } m_l^y = M_{pid} \frac{2 \operatorname{th}(\lambda_l^y h)}{\pi^2 \lambda_l^y h (l-0.5)^2}; \quad c_*^2 = \frac{a-b}{b} c^2.$$

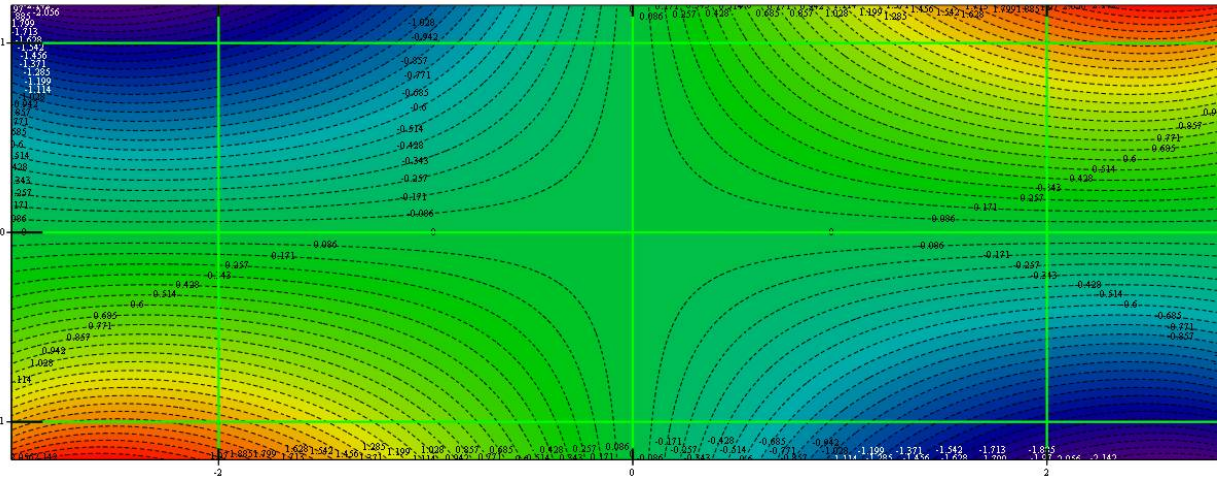


Рис. 9 – Лінії рівня потенціалу Жуковського для задачі щодо повільного обертання прямокутної цистерни.

Як зазначено у табл. 1, графіки, що показані на рис. 4, 7, було отримано при розрахунках коливань рідини з постійним значенням логарифмічного декременту загасання $\Delta f = 0.05$. В статті [20] надано формулу для розрахунку цього декременту для n -того парціального прошарку рідини у прямокутній області. Якщо знехтувати дисипативним впливом сил поверхневого натягу (що, зважаючи на великі розміри автомобільної цистерни, є припустимим), то ця формула для декременту позовджніх коливань матиме наступний вигляд:

$$\Delta f_n(X_n) = \delta_n^I(v_{pid}, h/a) + \delta_n^{II}(X_n/a),$$

де

$$\delta_n^I = \pi \sqrt{\frac{v_{pid}}{\omega_n^x (a/2)^2}} \cdot \left[1 + \frac{a}{b} + \frac{(1+(2h/a))k\pi}{\operatorname{sh}(2k\pi h/a)} \right]; \quad \delta_n^{II} = 1.1k \frac{X_n}{a}; \quad \omega_n^x = \sqrt{g \lambda_n^x \operatorname{th}(\lambda_n^x h)}; \quad \lambda_n^x = \frac{\pi k}{a}; \quad k = 2n-1;$$

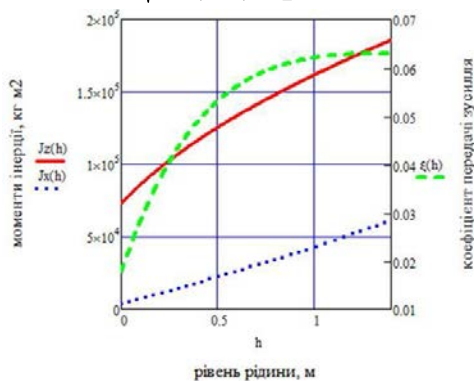


Рис. 10 – Залежність змінних коефіцієнтів моделі від наповнення цистерни.

Якщо розміри a, b змінити місцями, отримуємо аналогічні формули для декременту поперечних коливань. Зауважимо, що у дизельного пального, бензину, керосину та більшості інших нафтопродуктів в'язкість мала, тому основний декремент δ_1^I має порядок 0.01, і вільні коливання рідини загасають дуже повільно. Через що система керування гальмами типу ЕВД може втрачати стійкість, і це потребує уважного аналізу. Проте на вимушені коливання під час термінового гальмування, в чому ми будемо переконуватися у подальшому дослідженні, сила тертя між мало в'язкою рідиною та цистерною майже не впливатиме.

При перевезенні моторного палива та олив їх в'язкість необхідно враховувати в обох випадках.

Окрім розрахунку бічного нахилу цистерни та її поперечного зсуву, що включається до моделі цілком зрозумілим способом і пояснень не потребує, існує й інший чинник курсової нестійкості автомобіля, про який часто забувають; так, його нема і у системі рівнянь (2). Крутний момент з боку центробіжної сили та коливального тиску рідини, в значній мірі, гаситься моментом спротиву поперечному зсуву у шинах, проте це відбувається не повністю. В результаті на шини лівого та правого борту прикладаються різні за напрямом позовджні зусилля, які ведуть до додаткового розвороту автомобіля. Тому при розрахунках треба використати *ефективний коефіцієнт передачі зусилля* ξ , який визначається за формулою:

$$\xi = 1 / \left[1 + 4 \sum_{j=1}^3 (A_j^2 / B^2) \cdot n_j / \sum_{j=1}^3 n_j \right] - f_c,$$

де $A_j, n_j, j \in \overline{1,3}$ – це відстані від центру мас O_1 до мостів автомобіля та відповідні кількості шин (рис. 10).

Уточнена математична модель збуреного руху автомобіля з цистерною. У відповідності до робіт [15, 16, 21] математична модель збуреного руху замкненої двоконтурної системи курсової стійкості автомобіля в процесі гальмування на прямому шляху з урахуванням поперечних та крутильних коливань рідини в цистерні, а також бічного зсуву шин та повороту корпусу в поперечній площині, може бути записана у наступному вигляді:

$$\{ M\dot{V} = -2\kappa_{\Gamma} p_0 - F_{pid}^x - f_c Mg ; \ddot{x}_k + \varepsilon_k^x \dot{x}_k + (\omega_k^x)^2 x_k = -\dot{V}; \frac{dX_k^2}{v_k^x dt} + X_k^2 = x_k^2 \quad (k \in \overline{1,3}); F_{pid}^x = \sum_{l=1}^3 m_k \ddot{x}_k ; \quad (3)$$

$$J_z \ddot{\psi} = -0.5B \kappa_{\Gamma} \Delta p - f_c (Z_r B \varphi + f_r \dot{\varphi}) - \xi M_{pid}^{(1)} - \xi M_{pid}^{(2)} + M_c(t); \quad (4)$$

$$\ddot{\psi}_l + \varepsilon_l^{\psi} \dot{\psi}_l + (\omega_l^y)^2 \psi_l = -\ddot{\psi}, \quad \frac{d\Psi_l^2}{v_l^y dt} + \Psi_l^2 = \psi_l^2 \quad (l \in \overline{1,3}); \quad (5)$$

$$\dot{y} = -V \psi ; \quad (6)$$

$$\ddot{y}_l + \varepsilon_l^y \dot{y}_l + (\omega_l^y)^2 y_l = V \dot{\psi} - \Delta L \ddot{\psi} - \ddot{\delta} - h_l^* \varphi, \quad \frac{dY_l^2}{v_l^y dt} + Y_l^2 = y_l^2 \quad (l \in \overline{1,3}); \quad (7)$$

$$M \ddot{\delta} + f_{\delta} \dot{\delta} + Z_{\delta} \delta = Mg \varphi + MV \dot{\psi} + F_{pid}; \quad (8)$$

$$J_x^* \ddot{\varphi} + f_r \dot{\varphi} + Z_r B \varphi = Mg h_{u,m} \varphi + h_{u,m} M V \dot{\psi} - M_{pid}^{(3)} + M_{pid}^{(4)}; \quad (9)$$

$$J_{\kappa} \Delta \ddot{p} + f_{\kappa} \Delta \dot{p} + c_{\kappa} \Delta p = \kappa_u R_{об} I ; \quad \Lambda_{об} \dot{I} + R_{об} I = U ; \quad U = K_{\psi} \psi + K_{\omega} \dot{\psi} - K_y y , \quad (10)$$

де

$$F_{pid} = \sum_{l=1}^3 m_l \ddot{y}_l ; \quad M_{pid}^{(1)} = \Delta L \sum_{l=1}^3 m_l \ddot{y}_l ; \quad M_{pid}^{(2)} = \sum_{l=1}^3 J_l \ddot{\psi}_l ; \quad M_{pid}^{(3)} = \sum_{l=1}^3 m_l \ddot{y}_l (H_n + h_l) ; \quad M_{pid}^{(4)} = \sum_{l=1}^3 g m_l y_l ; \quad (11)$$

$$J_x^* = J_x + h_{u,m}^2 M ; \quad h_l^* = h_l - h_{u,m} ; \quad \varepsilon_k^x = 2v_k^x \Delta f_k (X_k) ; \quad \varepsilon_l^y = 2v_l^y \Delta f_l (Y_l) ; \quad \varepsilon_l^{\psi} = 2v_l^y \Delta f_l (c\Psi_l) .$$

Таблиця 2 – Основні параметри електромагнітного приводу

Параметр	Величина
Індуктивність котушки $\Lambda_{об}$, Ом · с	0.15
Електричний супротив ланцюга $R_{об}$, Ом	30
Постійна часу для електромагніту $\tau_{об}$, с, м	0.005
Момент інерції коромисла J_{κ} , кг м ²	$0.98 \cdot 10^{-2}$
Коефіцієнт жорсткості пружини коромисла, c_{κ} , Нм	$1.01 \cdot 10^2$
Коефіцієнт в'язкого тертя в опорі коромисла f_{κ} , Нмс	0.55
Власна частота коливань коромисла, Гц	16
Логарифмічний декремент загасання коливань в ЕМП	1.7
Коефіцієнт підсилення κ_u , Нм Па В ⁻¹	$1.0 \cdot 10^6$

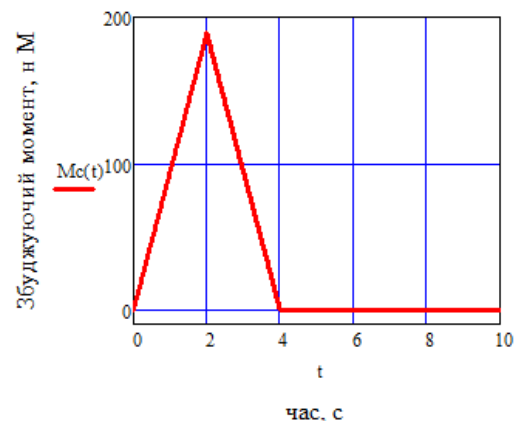


Рис. 11 – Чинник збудження поперечних коливань.

Окрім позначень, що були пояснені вище, J_x – це момент інерції автомобіля відносно його власної горизонтальної вісі (рис. 10); $h_{u,m}$ – підйом центру мас O_1 відносно колісної вісі; $\varphi(t)$, $\delta(t)$ – кут нахилу та бічний зсув автомобіля внаслідок пружності шин; Z_r – сумарний коефіцієнт радіальної жорсткості шин одного борта; Z_{δ} – сумарний коефіцієнт бічної жорсткості усіх шин автомобіля; f_r , f_{δ} – коефіцієнти дисипації енергії при радіальних та бічних деформаціях шин; $\psi_l(t)$ – кутове зміщення центрів мас парціальних осциляторів (відносно вертикальної вісі цистерни). Зауважимо, що ми виокремили рівняння (3) у самостійну систему, бо при русі по прямому шляху поперечні та крутильні коливання автомобіля не впливають на його курсову швидкість, і систему (3) можна інтегрувати незалежно від іншого.

Розрахункова оцінка впливу в'язкості та рівня рідини у цистерні на динаміку термінового гальмування автомобіля. При моделюванні термінового гальмування за допомогою системи (3) – (11) всі початкові умови, окрім курсової швидкості, дорівнюють нулю. На відміну від статті [15], при моделюванні враховувалася робота регулятора, тому збурення руху відбувалося шляхом внесення у рівняння (4) моменту сил спротиву $M_c(t)$, що показаний на рис. 11. Конкретні значення констант ЕМП дано в табл. 2. Коефіцієнти регулятора приймали такі значення: $K_{\psi} = 1000$ В, $K_{\omega} = 2000$ Вс, $K_y = 50$ Вм⁻¹; початкова швидкість $Vx_0 = 25$ м/с (рух згори).

Апріорі, зважаючи на суттєву залежність в'язкості рідких нафтопродуктів від температури, намагання врахувати змінний декремент загасання коливань при терміновому гальмуванні автомобіля виглядало як досить складна задача. Проте результати моделювання спростували ці міркування. На рис. 12 показано результат інтегрування рівнянь (3) – (11) при різних значеннях декременту загасання. Виявилося, що декремент загасання у практичному сенсі зовсім не впливає на поперечні коливання і слабо впливає на поздовжні коливання.

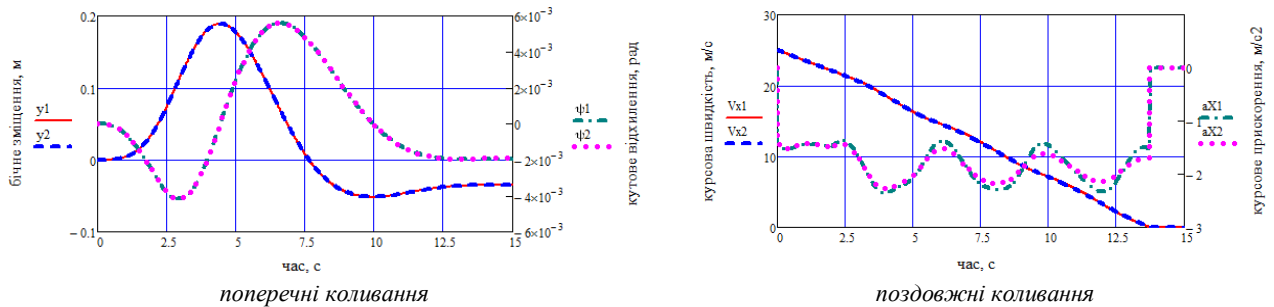


Рис. 12 – Вплив декременту Δf загасання коливань рідини на курсові параметри термінового гальмування: графіки із цифрою 1 відповідають $\Delta f = 0.05$, із цифрою 2 – $\Delta f = 0.20$; рівень рідини у цистерні $h = 0.7$ м.

Такий несподіваний результат є наслідком короткостроковості процесу гальмування. Якщо, наприклад, термінове гальмування на швидкості $V_{x0} = 25$ м/с буде відразу ж припинено, а система VSC з указаними вище параметрами не виключиться, то згодом почнеться поступове розгойдування поперечних коливань рідини (рис. 13). Коливання зростатимуть і далі до амплітуди $Y_1 \approx 0.05$ м, що збільшить декремент загасання до рівня $\Delta f_1 \approx 0.04$, після чого наступить динамічна рівновага, і система керування гальмами (разом з корпусом автомобіля та рідиною в цистерні) буде працювати в режимі автоколивань низької амплітуди.

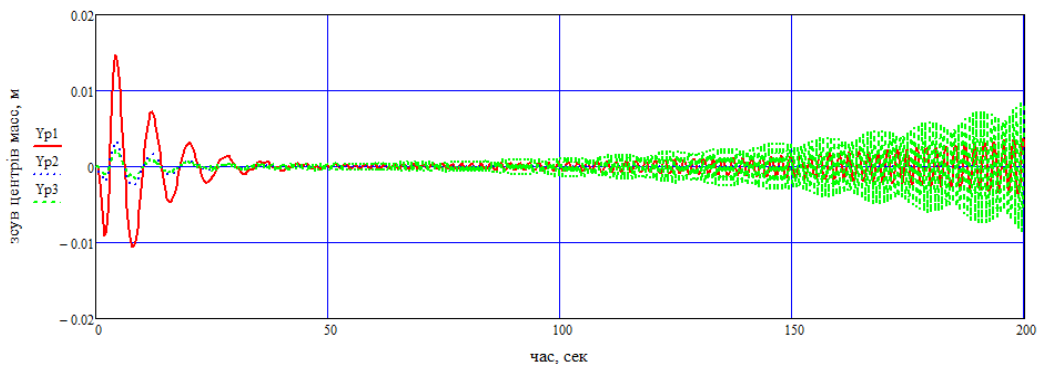


Рис. 13 – Розгойдування парціальних прошарків рідини у цистерні при початковому значенні декременту $\Delta f = 0.01$.

Зауважимо, що для транспортування нафтопродуктів низької в'язкості значення декременту $\Delta f_1 = 0.10$ відповідає амплітуді поперечних автоколивань першого парціального шару рідини $Y_1 \approx 0.2$ м, яку треба вважати як гранично допустимі (з урахуванням необхідного запасу). Тому для системи VSC область стійкості регулятора (про що буде далі) пропонується вибирати з огляду саме на це значення декременту загасання.

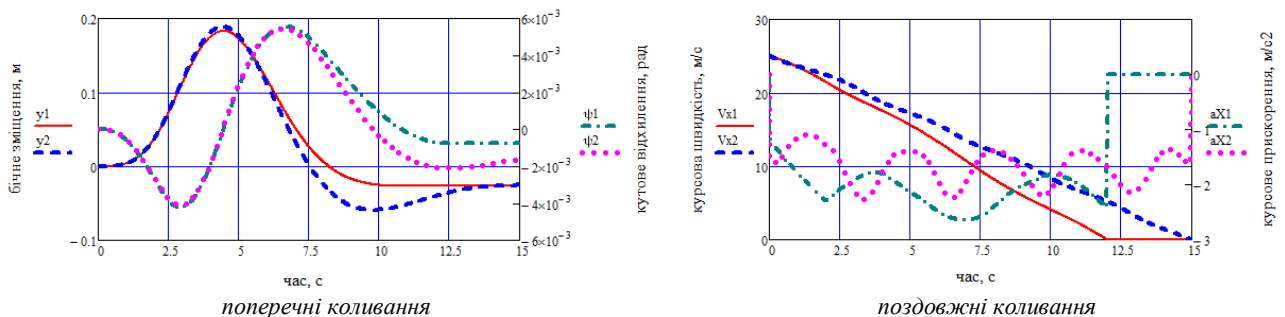


Рис. 14 – Вплив рівня наповненості цистерни на курсові параметри термінового гальмування: графіки із цифрою 1 відповідають рівню $h = 0.3$ м, із цифрою 2 – $h = 1.0$ м; декремент загасання коливань $\Delta f = 0.05$.

Що стосується рівня рідини у цистерні, то цей параметр суттєво впливає на динаміку термінового гальмування автомобіля (рис. 14), який треба врахувати при оптимальному виборі коефіцієнтів K_ψ , K_ω , K_y регулятора.

Лінеаризація системи рівнянь уточненої моделі. В разі використання рівнянь (3) модель збуреного руху стає нелінійною (в наслідок зв'язку (6)), і це суттєво ускладнює її дослідження на асимптотичну стійкість. Тому змінну швидкість $V(t)$ надалі вважатиме як сталий параметр V , який в конкретному розрахунку «заморожується», але його значення варіюється в заданих межах [21]. Причому, дещо спрощуючи реальні залежності, верхню межу швидкості автомобіля будемо визначати за умови наявного навантаження цистерни за формулою:

$$V_0(h) = V_0^* M(h_*) / M(h),$$

де V_0^* – максимальна швидкість автомобіля при деякому рівні рідини h_* , для якого вона відома (табл. 1).

Зауважимо, що від рівня рідини h залежать координати центра мас і деякі інші величини (рис. 5, 6, 10), які різним чином впливають на коливання та виконання умови курсової стійкості. Тому дослідження на асимптотичну стійкість руху ми вимушені проводити при різних рівнях завантаженості цистерни.

Теж саме стосується і декременту загасання коливань. Поздовжні і поперечні коливання мали значну різницю у амплітудах, проте для поперечних та крутильних коливань ці амплітуди близькі, а частоти співпадають. Тому в лінеаризованій моделі усі коефіцієнти дисипації є однаковими.

Лінеаризована модель складається з наступних диференціальних рівнянь:

$$J_z \ddot{\psi} = -0.5B \kappa_r \Delta p - f_c (Z_r B \varphi + f_r \dot{\varphi}) - \xi M_{pid}^{(1)} - \xi M_{pid}^{(2)}; \quad (12)$$

$$\ddot{\psi}_l + \varepsilon_l \dot{\psi}_l + \omega_l^2 \psi_l = -\ddot{\psi}, \quad (l \in \overline{1,3}); \quad (13)$$

$$\dot{y} = -V \psi; \quad (14)$$

$$\ddot{y}_l + \varepsilon_l \dot{y}_l + \omega_l^2 y_l = V \dot{\psi} - \Delta L \ddot{\psi} - \ddot{\delta} - h_l^* \varphi, \quad (l \in \overline{1,3}); \quad (15)$$

$$M \ddot{\delta} + f_\delta \dot{\delta} + Z_\delta \delta = Mg \varphi + MV \dot{\psi} + F_{pid}; \quad (16)$$

$$J_x^* \ddot{\varphi} + f_r \dot{\varphi} + Z_r B \varphi = Mg h_{c,m} \varphi + h_{c,m} M V \dot{\psi} - M_{pid}^{(3)} + M_{pid}^{(4)}; \quad (17)$$

$$J_k \Delta \ddot{p} + f_k \Delta \dot{p} + c_k \Delta p = \kappa_u R_{ob} I; \quad \Lambda_{ob} \dot{I} + R_{ob} I = U; \quad U = K_\psi \psi + K_\omega \dot{\psi} - K_y y, \quad (18)$$

а також формул (11), які під час лінеаризації не змінилися, і нових позначень $\varepsilon_l = 2\nu_l^y \Delta f$; $\omega_l = 2\nu_l^y$.

Побудова характеристичного рівняння математичної моделі. Зважаючи на лінійність та однорідність математичної моделі, застосуємо до її рівнянь відомий метод комплексних амплітуд [22], коли кожна змінна величина $f(t)$ подається у вигляді:

$$f(t) = f_* \exp(pt),$$

де p – це комплексне число, $p = d\omega + i\omega$; ω – дійсна частота коливань; d – дійсний декремент загасання (чи зростання) амплітуди коливань; $i = \sqrt{-1}$; f_* – початкова амплітуда коливань, причому «зірочками» у позначені амплітуд надалі будемо нехтувати.

Зрозуміло, що p є характеристичним числом системи (12) – (18), і, зважаючи на загальний порядок системи, таких чисел, при кожному наборі параметрів $h, V, \Delta f$ нараховується більше ніж 20.

Почнемо з рівняння (14), яке набуває вигляду

$$y = -V \psi / p. \quad (19)$$

В результаті чого, рівняння (18) з урахуванням (19) приводять до наступної рівності:

$$(J_k p^2 + f_k p + c_k) \Delta p = \kappa_u (1 + \tau_{ob} p) (K_\psi + K_\omega p + K_y V / p) \psi, \quad (20)$$

де τ_{ob} – це постійна часу електромагніту, $\tau_{ob} = \Lambda_{ob} / R_{ob}$.

Як бачимо, на відміну від класичного ПД - закону інтегральна ланка при різних курсових швидкостях V має різний коефіцієнт, і ця обставина, безумовно, вплине на результати керування режимом термінового гальмування. Виконаємо аналогічні перетворення для диференціальних рівнянь (13) і (15),

$$\varphi_l = \frac{-p^2 \psi}{p^2 + \varepsilon_l p + \omega_l^2}, \quad (l \in \overline{1,3}); \quad y_l = \frac{(Vp - \Delta L p^2) \psi - p^2 \delta - h_l^* \varphi}{p^2 + \varepsilon_l p + \omega_l^2}, \quad (l \in \overline{1,3}), \quad (21)$$

та, з урахуванням формул (21), для рівнянь (16), (17):

$$(Mp^2 + f_\delta p + Z_\delta) \delta = Mg \varphi + MV \psi p + \sum_{l=1}^3 m_l p^2 \frac{(Vp - \Delta L p^2) \psi - p^2 \delta - h_l^* \varphi}{p^2 + \varepsilon_l p + \omega_l^2}; \quad (22)$$

$$(J_x^* p^2 + f_x p + Z_r B) \varphi = Mg h_{c,m} \varphi + h_{c,m} M V \psi p + \sum_{l=1}^3 m_l [g - (H_n + h_l) p^2] \frac{(Vp - \Delta L p^2) \psi - p^2 \delta - h_l^* \varphi}{p^2 + \varepsilon_l p + \omega_l^2}. \quad (23)$$

Цим громіздким залежностям надамо вигляд системи двох лінійних рівнянь

$$\begin{cases} a_{1,1}(p) \delta + a_{1,2}(p) \varphi = b_1(p) \psi; \\ a_{2,1}(p) \delta + a_{2,2}(p) \varphi = b_2(p) \psi, \end{cases} \quad (24)$$

де $a_{1,1} = Mp^2 + f_\delta p + Z_\delta + F_\varphi p^4$; $a_{1,2} = -Mg + p^2 M_\varphi$; $a_{2,1} = F_\psi p^2$; $a_{2,2} = J_x^* p^2 + f_x p + Z_r B - Mg h_{y,m} + M_\psi$;
 $b_1 = MV + (V - \Delta L p) p^3 F_\varphi$; $b_2 = h_{y,m} M V p + p(V - \Delta L p) F_\psi$;

$$F_\psi(p) = \sum_{l=1}^3 m_l \frac{g - (H_n + h_l) p^2}{p^2 + \varepsilon_l p + \omega_l^2}; F_\varphi(p) = \sum_{l=1}^3 \frac{m_l}{p^2 + \varepsilon_l p + \omega_l^2}; M_\psi = \sum_{l=1}^3 m_l h_l^* \frac{g - (H_n + h_l) p^2}{p^2 + \varepsilon_l p + \omega_l^2}; M_\varphi = \sum_{l=1}^3 \frac{m_l h_l^*}{p^2 + \varepsilon_l p + \omega_l^2}.$$

Систему (24) розв'яжемо за методом визначників, та отримаємо наступні залежності:

$$\delta = \frac{\begin{vmatrix} b_1 & a_{1,2} \\ b_2 & a_{2,2} \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} a_{1,1} & a_{1,2} \\ a_{2,1} & a_{2,2} \end{vmatrix}} = \Delta(p) \psi; \varphi = \frac{\begin{vmatrix} a_{1,1} & b_1 \\ a_{2,1} & b_2 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} a_{1,1} & a_{1,2} \\ a_{2,1} & a_{2,2} \end{vmatrix}} = \Phi(p) \psi. \quad (25)$$

Тепер прийшов час виконати аналогічне перетворення для рівняння (12),

$$J_z p^2 \psi = -0.5 B \kappa_\Gamma \Delta p - f_c (Z_r B + f_r p) \varphi + \xi \sum_{l=1}^3 \frac{J_l p^2 \psi - m_l p^2 \Delta L [p(V - \Delta L p) \psi - p^2 \delta - h_l^* \varphi]}{p^2 + \varepsilon_l p + \omega_l^2},$$

і використати в ньому формули (25):

$$J_z p^2 \psi = -0.5 B \kappa_\Gamma \Delta p - f_c (Z_r B + f_r p) \Phi \psi + \xi p^2 \sum_{l=1}^3 m_l \frac{c_*^2 p^2 - \Delta L (V p - \Delta L p^2 - p^2 \Delta - h_l^* \Phi)}{p^2 + \varepsilon_l p + \omega_l^2} \psi,$$

звідки отримаємо

$$C(p) \psi = -0.5 B \kappa_\Gamma \Delta p, \quad (26)$$

де

$$C(p) = J_z p^2 + (f_c (Z_r B + f_r p) + \xi p^2 M_\varphi(p)) \Phi(p) - \xi p^3 [c_*^2 p - \Delta L (V - \Delta L p - p \Delta(p))] F_\varphi(p). \quad (27)$$

Зауважимо, що за умови високої жорсткості шини (як це буває на високонавантажених паливозаправниках, табл.1) функція $C(p)$ спрощується до вигляду

$$C(p) = J_z p^2 + \frac{f_c (M_0 + M_{43}) + \xi M_{12}}{(1 - k_\varphi)(1 + k_\delta)}, \quad (28)$$

де $M_0 = h_{y,m} M V p$; $M_{43} = p(V - \Delta L p)(g F_\varphi - p^2 M_\varphi)$; $M_{12} = p^3 [(V - \Delta L p) \Delta L - c_*^2 p] F_\varphi$;

$$k_\delta = \frac{F_\varphi p^4}{M p^2 + f_\delta p + Z_\delta}, \quad k_\varphi = \frac{Mg h_{y,m} - M_\psi}{J_x^* p^2 + f_x p + Z_r B}.$$

Якщо рідкий вантаж загубив можливість рухатися (напр., фактично або умовно замерз у цистерні), то ця формула стає зовсім простою:

$$C(p) = J_z p^2 + \frac{f_c Mg h_{y,m} V p}{1 - k_\varphi}, \quad \text{де} \quad k_\varphi = \frac{Mg h_{y,m}}{J_x^* p^2 + f_x p + Z_r B}. \quad (29)$$

Зрозуміло, що у цьому випадку дослідження на стійкість руху можливо проводити аналітичними методами, які для цистерни з рідиною й за умови припустимого спрощення математичної моделі (напр., зменшення кількості парціальних осциляторів або нехтування пружністю шин) є недоступними. Тому, вважаючи на «піонерський» характер дослідження, ми й не займалися спрощеннями моделі, бо апіорі невідомо, яким чином вони вплинуть на межу області стійкості.

На завершення цього питання, розглянемо систему рівнянь (19), (26) і побачимо, що для її сумісності потрібно виконання наступної умови:

$$K_\psi + K_\omega p + \frac{K_y V}{p} = \Psi(p), \quad \text{де} \quad \Psi(p) = -\frac{2C(p)}{\kappa_u B \kappa_\Gamma} (J_k p^2 + f_k p + c_k) (1 + \tau_{\delta\phi} p), \quad (30)$$

а $C(p)$ є дрібно-раціональною функцією, що задана формулою (27) або (28) чи (29).

Рівність (30) і є шуканим характеристичним рівнянням збуреного руху автомобіля з цистерною, який оснащено двоконтурною системою забезпечення курсової стійкості.

Алгоритм та результати дослідження системи на стійкість: одноконтурне регулювання. Розмірковуючи про цю проблему в принципі, зауважимо, що у рівнянні (30) можна позбутися знаменників, і, не зважаючи на високий ступінь полінома, знайти всі його корені $p_j, j \in \overline{1, 22}$, використовуючи для цього стандартні комп'ютерні

програми. По розташуванню цих коренів у комплексній площині можна зробити висновок про асимптотичну стійкість або нестійкість системи, та одержати цінну та вичерпну інформацію про поведінку її окремих ланок. Проте цей шлях для розв'язку нашої задачі є вкрай неефективним, і ми поступимо інакше.

На *першому етапі* розрахункового дослідження, виберемо для інтегрального коефіцієнту регулятора значення $K_y = 0$ і підставимо у отримане таким чином рівняння

$$K_\psi + K_\omega p = \Psi(p)$$

уявне характеристичне число $p = \omega i$:

$$K_\psi + K_\omega \omega i = \Psi(\omega i). \quad (31)$$

Рівність (31) еквівалентна системі двох рівностей:

$$\left\{ \begin{array}{l} K_\psi = \operatorname{Re}[\Psi(\omega i)], \\ K_\omega = \operatorname{Re}\left[\frac{\Psi(\omega i)}{\omega i}\right], \end{array} \right. \quad (32)$$

де $\operatorname{Re}[p]$ – це дійсна частина комплексного числа p .

В роботі [22] для подібної задачі дійсна частина функції відокремлювалася аналітичними методами, але тепер функція стала суттєво складнішою, тому цю роботу (як і попередню) доручаємо комп'ютеру.

За допомогою комп'ютерної програми змінюємо значення кругової частоти $\omega: 0 \rightarrow \infty$ і на дисплеї комп'ютера в координатах $K_\psi - K_\omega$ зображаємо траєкторію руху точки, тобто формули (32) надають опис цієї траєкторії у параметричній формі. Загальний вигляд цієї траєкторії для паливозаправника КрАЗ-63221 показано на рис. 15, а його нижньої межі – на рис. 16, 17. Для порівняння на рис. 18 надано графіки, що відповідають так званому «замороженому вантажу», який загубив можливість рухатися у цистерні.

Як бачимо (рис. 15), розташування верхньої межі залежить від завантаженості автомобіля, і при високих частотах чим більше вага, тим легше забезпечити його курсову стійкість за рахунок регулюючого впливу на гальмівну систему.

Нижня межа області стійкості відповідає діапазону частот 0 – 10 Гц, а верхня межа – діапазону 10 – 15 Гц. При ще більших частотах межа уходить в зону від'ємних значень коефіцієнту K_ψ , де це обмеження втрачає актуальність. Якщо вантаж закріплено, то і на низьких частотах діє аналогічне правило (рис. 18).

Але, якщо транспортується рідина у цистерні, то на низьких частотах (рис. 16) більш важливу роль починає відігравати швидкість автомобіля, яка при граничному зменшенні навантаження (або русі з гори) зростає до 25 м/с, а при повному навантаженні цистерни рідиною знижується до 12 м/с. До того ж, свій вклад вносять парціальні осцилятори, які мають низький декремент загасання і резонують при частотах, що зображено на рис. 5, а також коливання зсуву (їх власна частота дана в табл. 1, а логарифмічний декремент загасання при відсутності амортизаторів дорівнює 0.08, тобто він також малий).

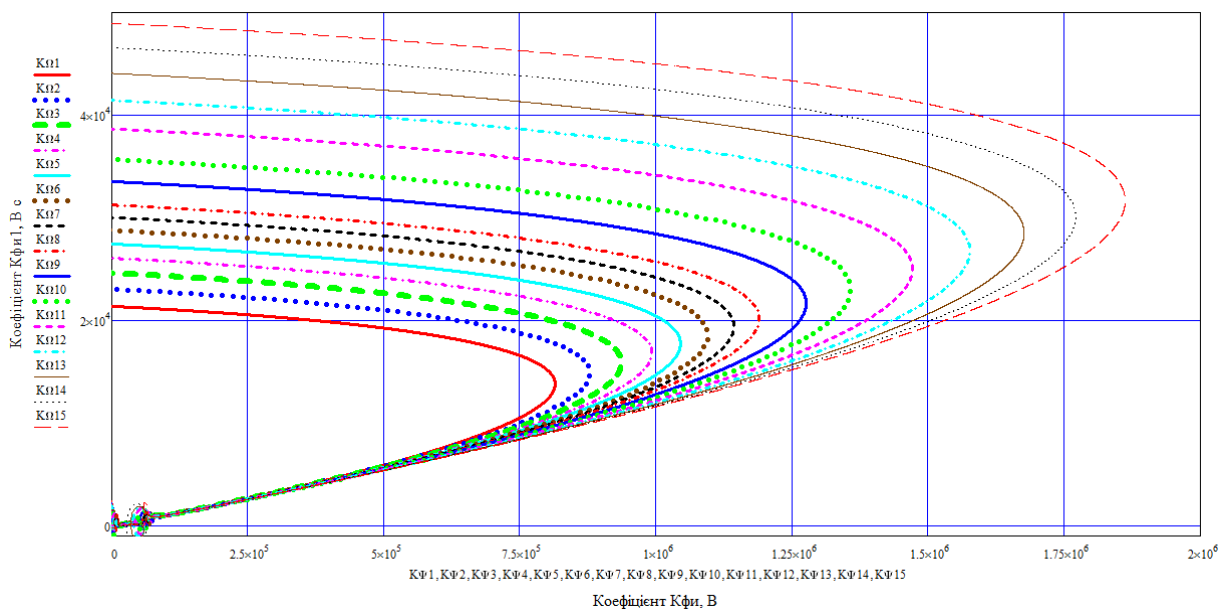


Рис. 15 – Загальний вигляд області курсової стійкості.

Позначення $K_{\phi i}$ на рисунках статті відповідає коефіцієнту K_ψ , а позначення $K_{\phi i1}$ – коефіцієнту K_ω .

Номер межі тут і надалі відповідає наступним рівням рідини:

- 1 – 0.05; 2 – 0.10; 3 – 0.15; 4 – 0.20; 5 – 0.25; 6 – 0.30; 7 – 0.35; 8 – 0.40;
9 – 0.50; 10 – 0.60; 11 – 0.75; 12 – 0.90; 13 – 1.05; 14 – 1.20; 15 – 1.35 м.

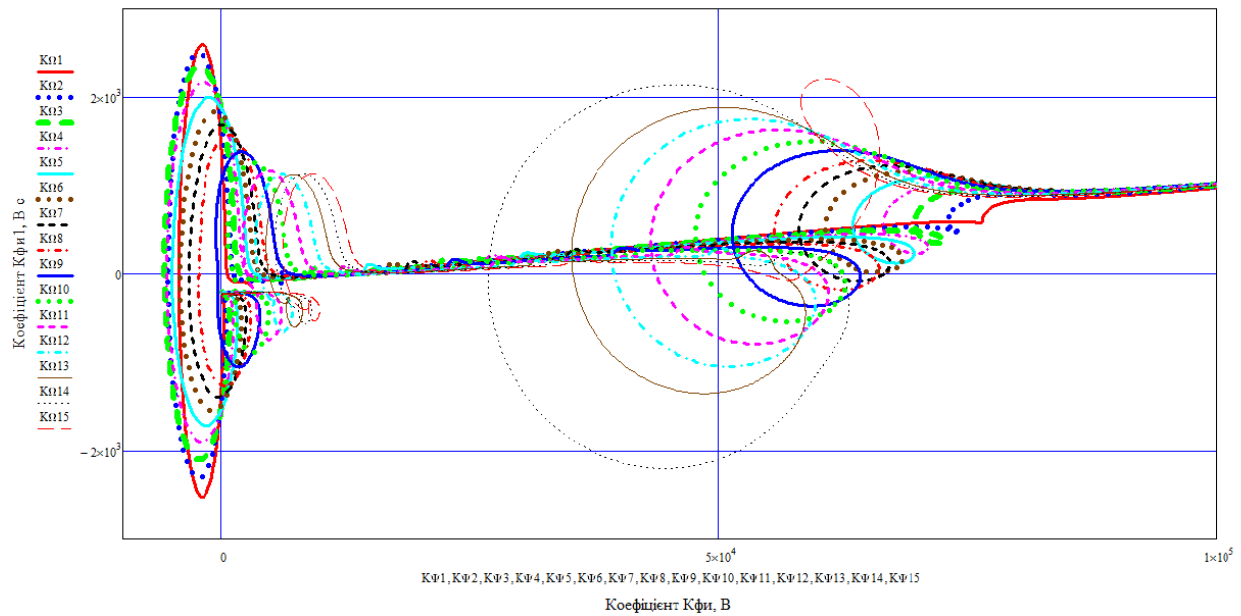


Рис. 16 – Загальний вигляд нижньої межі області курсової стійкості при частотах 0 – 2 Гц і декременті $\Delta f = 0.05$.

В результаті на рис. 16 можна побачити два вузли коливаний, причому причиною утворення першого вузла (якщо їх рахувати зліва направо) та ледь помітної *коливальної доріжки* після нього виступають парціальні осцилятори, а другий, більш масштабний, вузол пов'язаний із розвитком коливаний зсуву.

Зауважимо, що пучок наближено прямих ліній, зображений на рис. 18, визначає загальний тренд для напрямку межі кожної області стійкості, зображеної на рис. 16, і цей же тренд можна побачити на рис. 17.

З'ясувалося, що кожна траєкторія, яка відповідає прийнятому рівню навантаження, при деякій частоті коливаний виходить із загального пучка, та згодом, при більшій частоті, повертається до цього пучка. В результаті, відхиляючись від загального тренда, вона утворює в площині параметрів $K_\psi - K_\omega$ декілька послідовних петель.

Детальне дослідження першої петлі, яка проходить близько нульової точки та при малих навантаження охоплює її (рис. 17) показало, що асимптотична стійкість спостерігається за умови, коли параметр K_ω розташований вище цієї петлі. Це, в принципі, відповідає *правилу штрихування області стійкості*, застосованому в роботі [21], проте, по причині наявного ускладнення загальної картини, зображеної на рис. 16, 17, в порівнянні із класичними параболою рис. 15, потребувало конкретної перевірки.

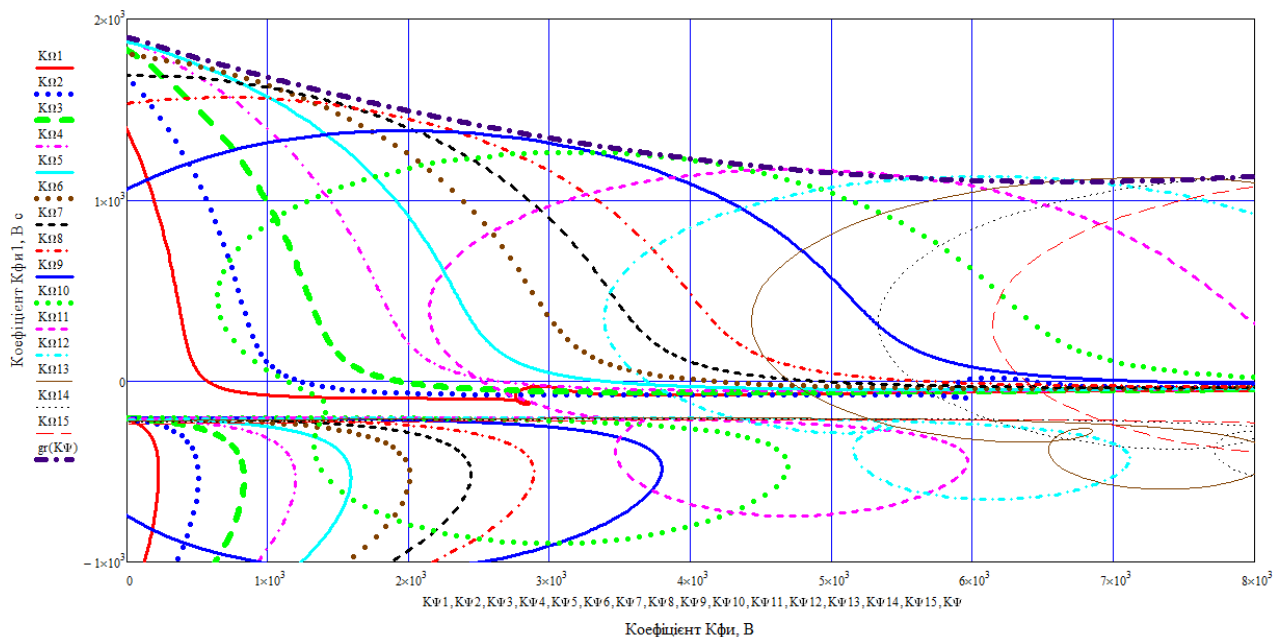


Рис. 17 – Актуальна ділянка нижньої межі області курсової стійкості при частотах 0 – 0.4 Гц та коефіцієнті $K_y = 0$.

Штрих-пунктирна лінія огинає усі траєкторії зверху і стає межею цієї області.

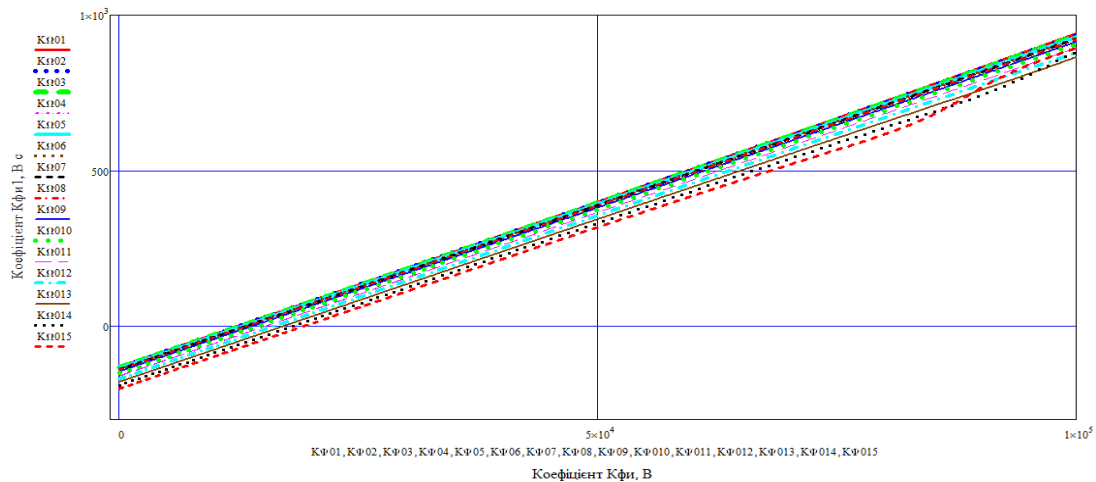


Рис. 18 – Актуальна ділянка нижньої межі області курсової стійкості при частотах 0 – 0.4 Гц та коефіцієнті $K_y = 0$ для автомобіля із «затверділим» вантажем.

Якщо параметр K_ω є нижчим за лінію тренда, то усі ланки системи демонструють неспинне зростання амплітуд коливань. Проте найбільш цікавою виявилася зона, що розташована між лінією тренда та верхньою межею коливальної петлі. З'ясувалося, що в цій зоні коливання курсових параметрів автомобіля загасають, а у цистерні та ЕМП відбуваються сталі коливання малої амплітуди, що є ознакою автоколивань. Графіки, які ілюструють таку поведінку системи, будуть наведені у наступному пункті статті.

Як бачимо, між рідким і «затверділим» вантажем виявляється якісна різниця: якщо відключити ПД – регулятор, то у автомобіля з закріпленим вантажем після дії кінематичного або силового збудника курсовий кут вирівнюється самостійно, без втручання водія (рис. 18), а у автомобіля з цистерною (при навантаженні менш 40 % від повного, рис. 17) такої властивості немає. Проте, це не стосується курсового зсуву, для ліквідації якого, у обох випадках, необхідний двоконтурний регулятор із раціональним налаштуванням коефіцієнтів підсилення.

Алгоритм і результати дослідження на етапі 2: двоконтурне регулювання. Зафіксуємо коефіцієнт K_y на деякому позитивному рівні, та замість формул (32) отримаємо нові параметричні рівняння

$$\left\{ K_\psi = \operatorname{Re}[\Psi(\omega i)], K_\omega = \operatorname{Re}\left[\frac{\Psi(\omega i)}{\omega i}\right] + \frac{K_y V}{\omega^2} \right. \quad (33)$$

Із змісту параметричних рівнянь (33) можна зрозуміти, що корекція області стійкості буде відбуватися лише для діапазону малих частот, що й підтверджується графіками, наведеними на рис. 19.

На рис. 20, а графіки функції $K_\omega = Gr(K_\psi, K_y)$ описують нижні межі області стійкості при різних значеннях коефіцієнта K_y із діапазону $0-100 \text{ Вм}^{-1}$, який відповідає можливостям використаного ЕМП, а також фіксованому значенню декременту затухання $\Delta f = 0.05$.

Форма межі для «затверділого» вантажу задає нову лінію тренда, нижче якої зміни амплітуди коливань курсових параметрів автомобіля носять зростаючий характер (рис. 21).

В зазорі між відповідними лініями, взятими з графіків на рис. 20, а і рис. 20, б при однакових значеннях K_y , рух рідини у цистерні представляє собою автоколивання малої амплітуди (рис. 22), а вище межі стійкості всі коливання затухають (рис. 23).

Таким чином, графіки функції $K_\omega = Gr_0(K_\psi, K_y)$ на рис. 20, б

описують нижні межі області автоколивань для автомобіля з рідким вантажем у цистерні.

Розрахунки, результати яких наведено на рис. 21 – 23, було виконано із застосуванням нелінійної математичної моделі (4) – (11); для збудження коливань використовувався однаковий чинник $M_c(t)$ в системі керування гальмами (рис. 11); декремент загасання коливань у рідині становив $\Delta f \approx 0.05$. Рівень рідини в цистерні був обраний 0.5 м, для якого максимальна швидкість паливозаправника КрАЗ - 63221 дорівнює 20 м/с. Цьому рівню навантаження та швидкості на рис. 19 відповідає петля синього кольору, яка має порядковий номер 9.

Для інтегрування використовувався модифікований метод Ейлера, який добре зарекомендував себе при розрахунках складних механічних систем ракетної техніки [23]; з огляду на невелике значення коефіцієнтів тертя він для цієї задачі має другий порядок точності. Крок інтегрування, в залежності від часу експозиції, обирався із діапазону $10^{-4} \dots 10^{-3} \text{ с}$ і був на три порядки меншим, ніж періоди досліджуваних коливань.

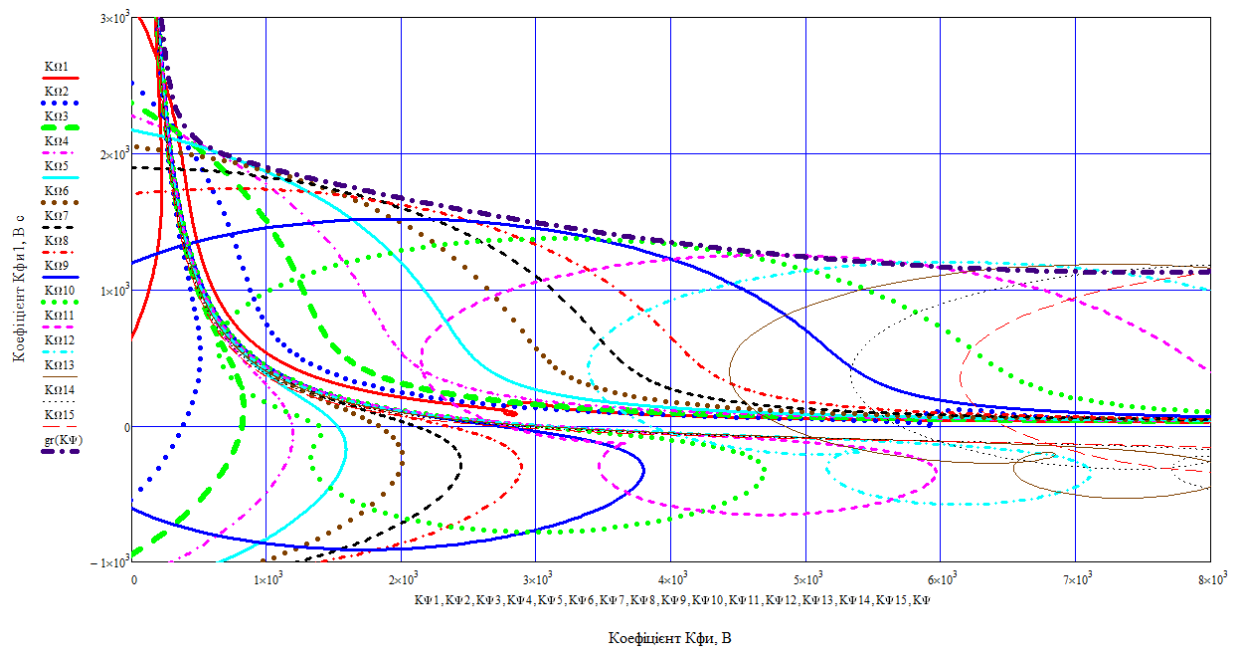


Рис. 19 – Актуальна ділянка нижньої межі області курсової стійкості при частотах 0 – 0.4 Гц та значенні $K_y = 50 \text{ Вм}^{-1}$. Штрих-пунктирна лінія огинає усі траєкторії зверху та утворює вказану межу.

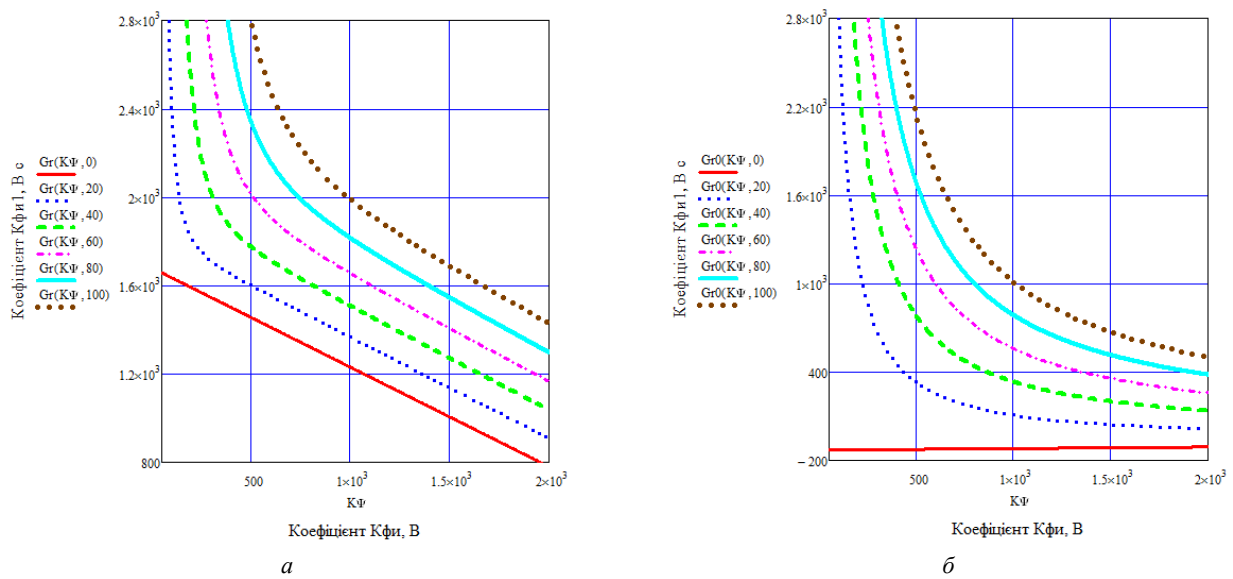


Рис. 20 – Зміни нижньої межі області стійкості в залежності від вибору інтегрального коефіцієнту K_y : а – для рідкого вантажу межа має опис $K_{\omega} = Gr(K_{\psi}, K_y)$; б – для «затверділого» вантажу межа має опис $K_{\omega} = Gr0(K_{\psi}, K_y)$.

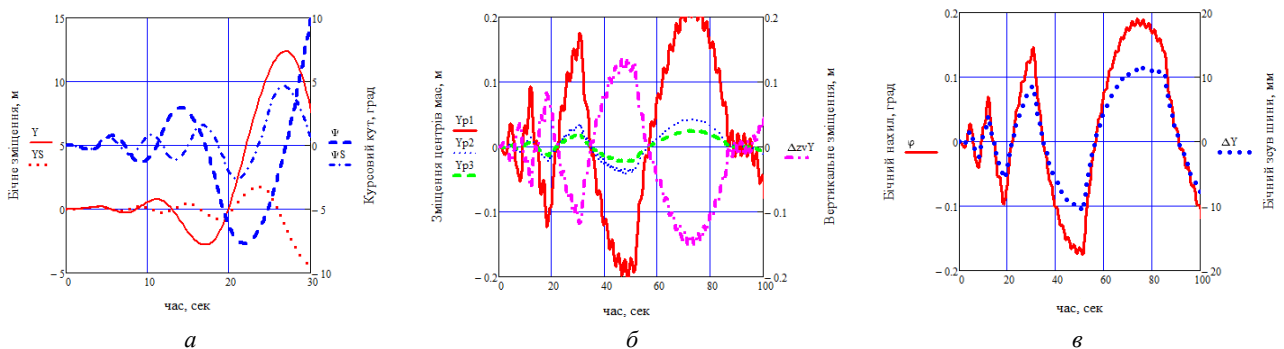


Рис. 21 – Нестійкий процес руху при значеннях $K_{\psi} = 1000 \text{ В}$, $K_{\omega} = 300 \text{ Вс}$, $K_y = 50 \text{ Вм}^{-1}$:

а – зміна курсових параметрів (літера S відповідає «затверділому» вантажу); б – коливання парціальних осциляторів; в – бічні коливання корпусу автомобіля.

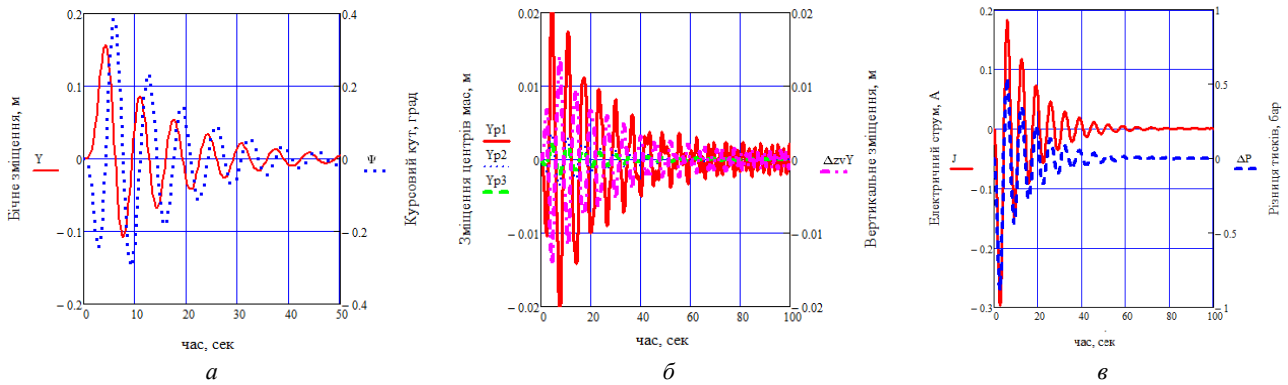


Рис. 22 – Повільні перехідні процеси при значеннях коефіцієнтів $K_{\psi} = 1000\text{В}$, $K_{\omega} = 1000\text{Вс}$, $K_y = 50\text{Вм}^{-1}$:
 а – зміна курсових параметрів; б – коливання парціальних осциляторів; в – коливання параметрів регулятора.

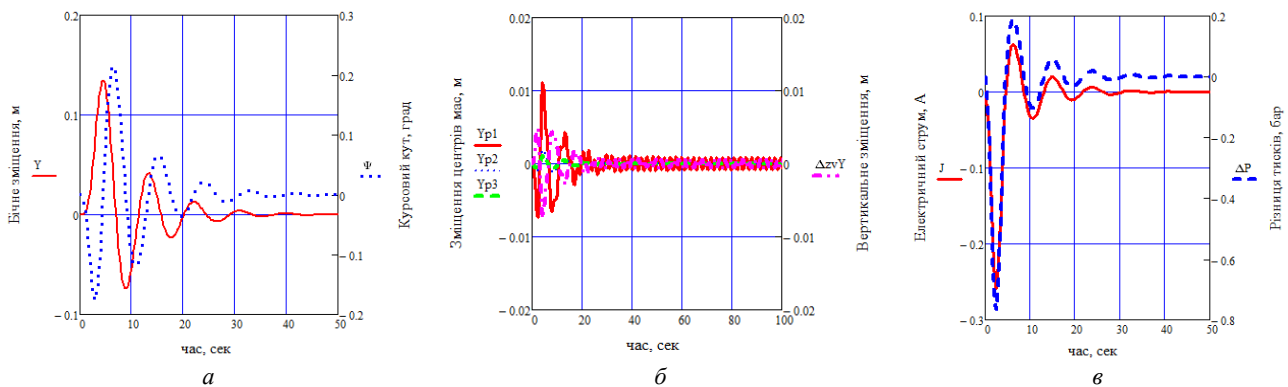


Рис. 23 – Швидке відновлення курсу при значеннях коефіцієнтів $K_{\psi} = 1000\text{В}$, $K_{\omega} = 2000\text{Вс}$, $K_y = 50\text{Вм}^{-1}$:
 а – зміна курсових параметрів; б – коливання парціальних осциляторів; в – коливання параметрів регулятора.

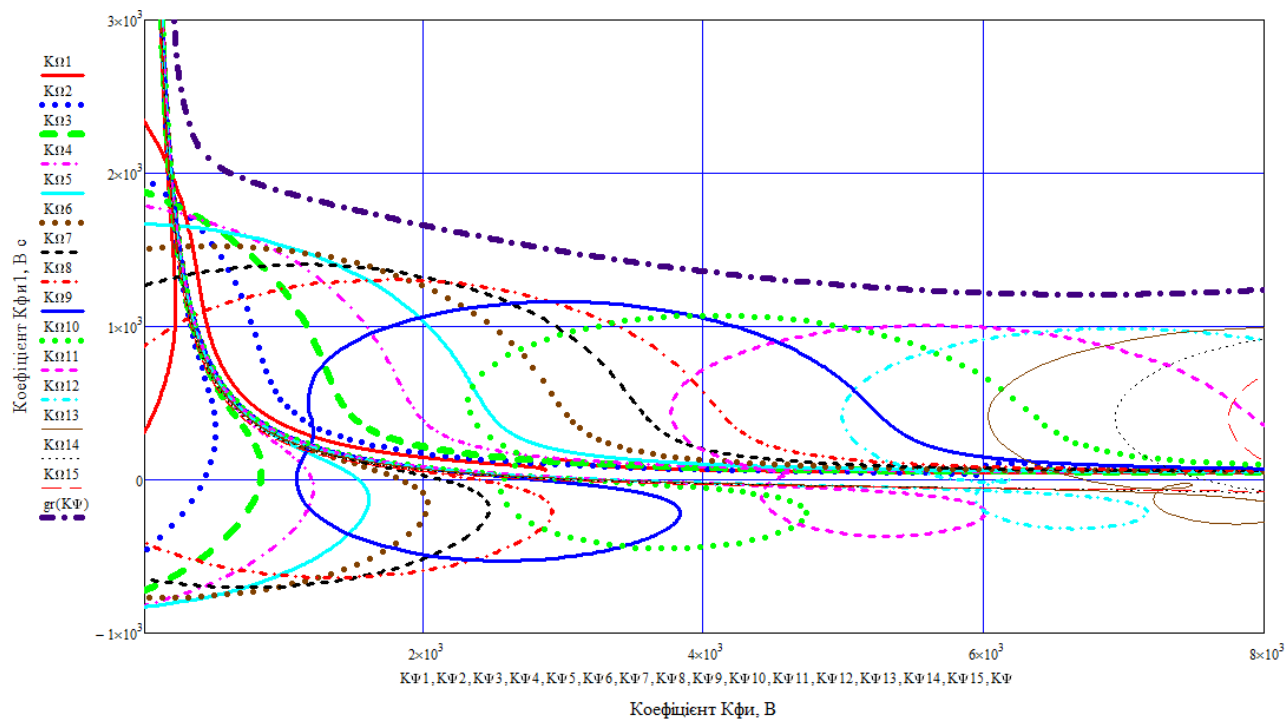


Рис. 24 – Актуальна ділянка нижньої межі області курсової стійкості при частотах 0 – 0.4 Гц та значенні $K_y = 50\text{Вм}^{-1}$.

При середньому рівні рідини $h_* = 0.7\text{м}$ швидкість автомобіля знижено до 12 м/с, а штрих-пунктирна лінія є межею області стійкості для $V_* = 18\text{м/с}$.

Як бачимо, зменшення курсової швидкості розширює область стійкості.

Вплив «заморожених» коефіцієнтів моделі на межу області стійкості. На основі аналізу результатів розрахункового дослідження (рис. 24, 25) встановлено, що зниження курсової швидкості однозначно приводить до опускання нижньої межі стійкості руху, причому на другому етапі цей ефект підсилюється за рахунок сенсу формул (33). Зокрема, після повної зупинки автомобіля отримуємо тривіальну область стійкості $K_y \geq 0, K_\omega \geq 0$.

З'ясована властивість дозволяє при розв'язуванні поставленої задачі

виключити курсову швидкість V із числа варіюваних параметрів,

а її розрахункове значення встановлювати максимально можливим для прийнятого рівня завантаженості цистерни автомобіля.

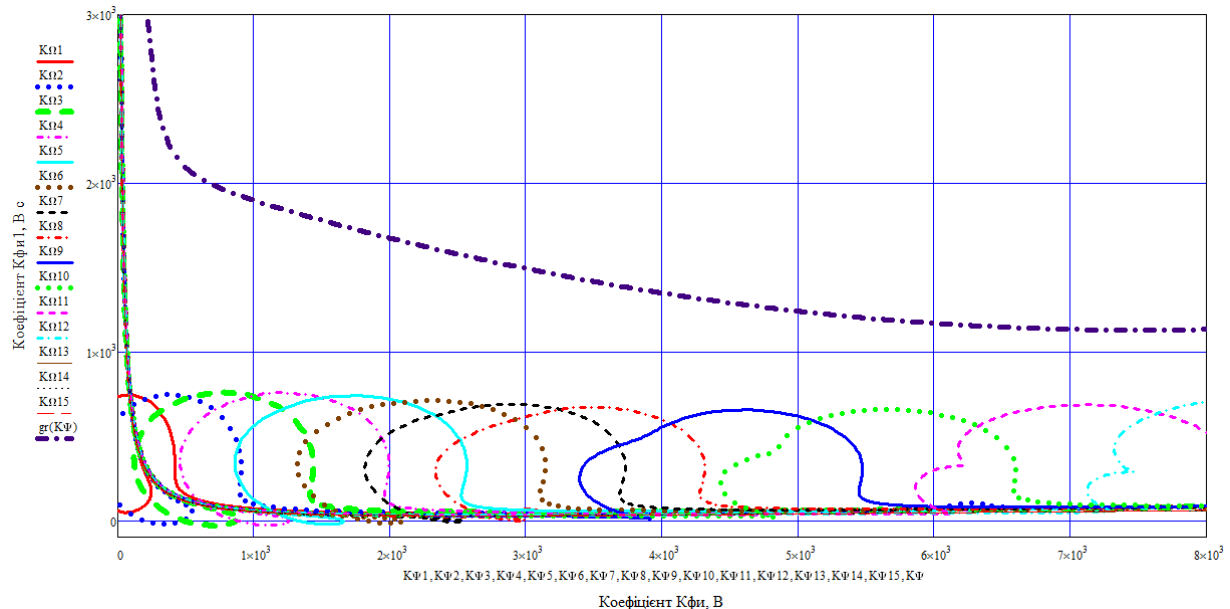


Рис. 25 – Зниження межі області стійкості перед зупинкою автомобіля з цистерною.

При середньому рівні рідини $h_* = 0.7\text{ м}$ розрахункову швидкість автомобіля знижено до 2 м/с .

Проте, оскільки різні точки межі курсової стійкості відповідають різним рівням рідини h , необхідність розглядати рівні, вибрані із всього діапазону $0 \dots H$, залишається незмінною і для другого етапу розв'язку задачі. Бо інакше, обмежуючись, як це прийнято, середнім рівнем рідини, можна припуститися серйозної помилки.

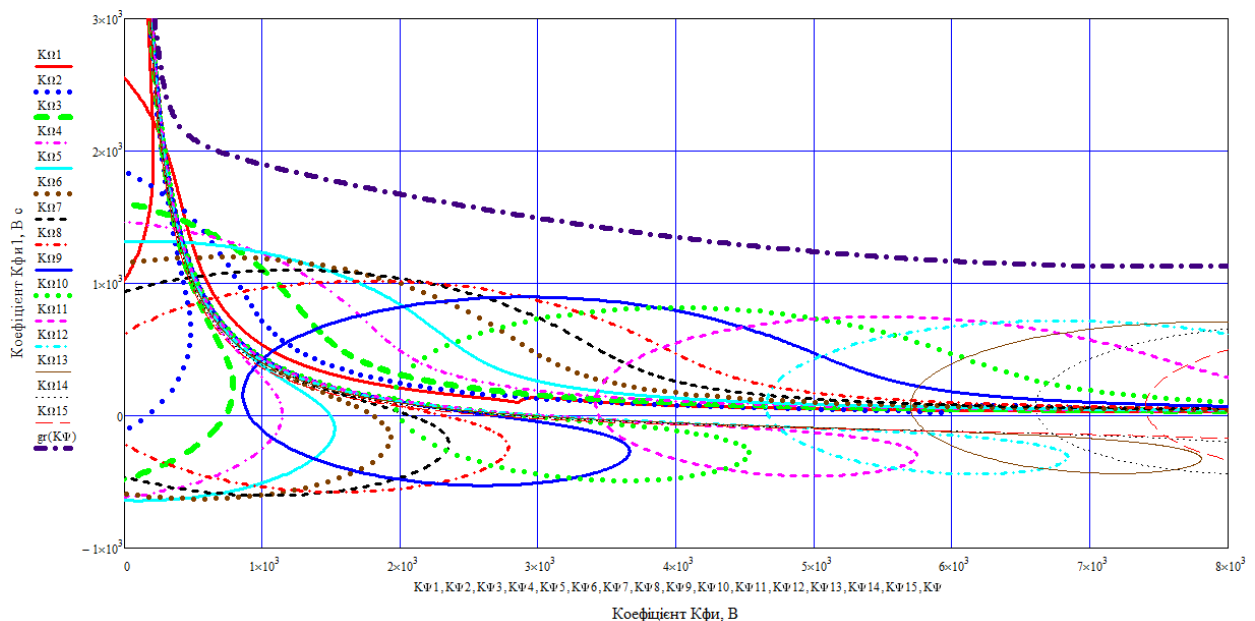


Рис. 26 – Актуальна ділянка нижньої межі області курсової стійкості для системи VSC при значенні $K_y = 50\text{ Вм}^{-1}$.

Логарифмічний декремент загасання коливань збільшено до рівня $\Delta f = 0.1$.

В ще одному розрахунковому дослідженні моделювали вплив декременту загасання поперечних коливань рідини у цистерні на область курсової стійкості автомобіля. Встановлено, що при зменшенні декременту до рівня $\Delta f = 0.01$, що при перевезенні нафтопродуктів малої в'язкості (бензину, дизельного пального, керосину) відповідає коливанням гранично малої амплітуди $Y_1 \approx 0$, межева лінія, яку показано на рис. 24, 25 штрих-пунктиром, підіймається вгору у два-три рази, до рівня $K_\omega \approx 6 \cdot \text{кВс}$, після чого для обраного ЕМП значення цього коефіцієнту підсилення стають занадто великими. Тобто,

забезпечити абсолютну асимптотичну стійкість для цієї системи керування у практичному сенсі не можливо і не потрібно.

Проте, якщо вважати припустимими автоколивання з амплітудою $Y_1 < 0.2 \text{ м}$, яким відповідає значення декременту $\Delta f = 0.1$, то межа області стійкості опуститься на рис. 26 вниз і займе місце лінії, що огинає усі траєкторії зверху. Цю нову межу й пропонується враховувати при оптимальному виборі параметрів регулятора.

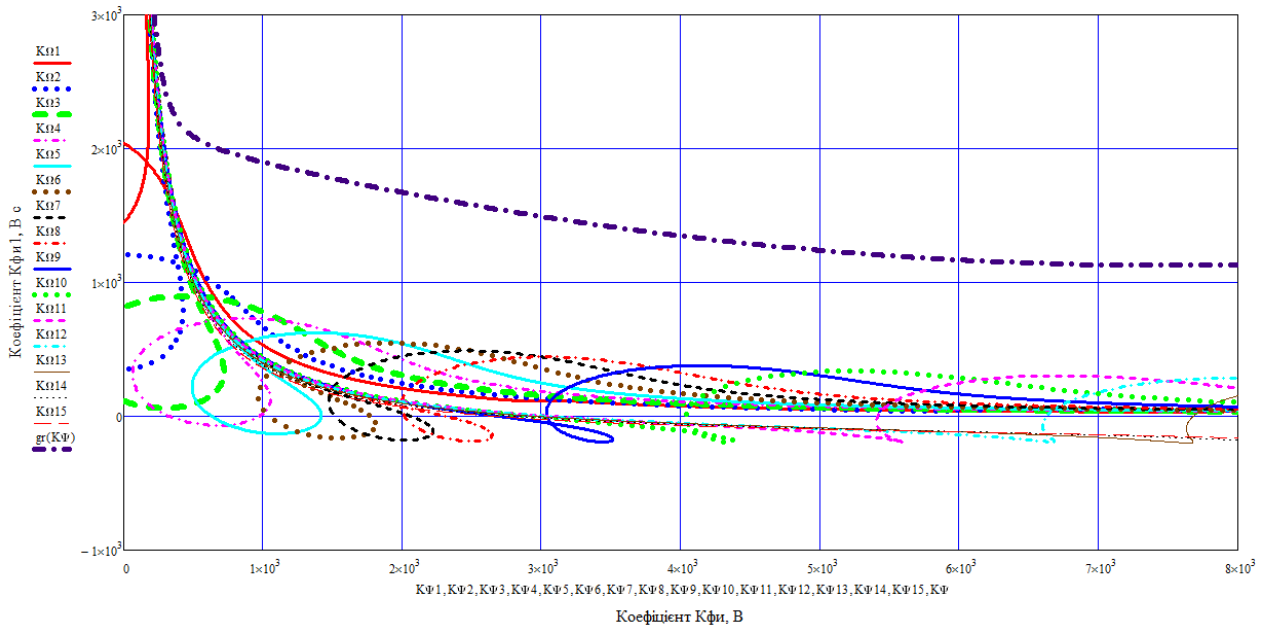


Рис. 27 – Актуальна ділянка нижньої межі області курсової стійкості при декременті $\Delta f = 0.25$.

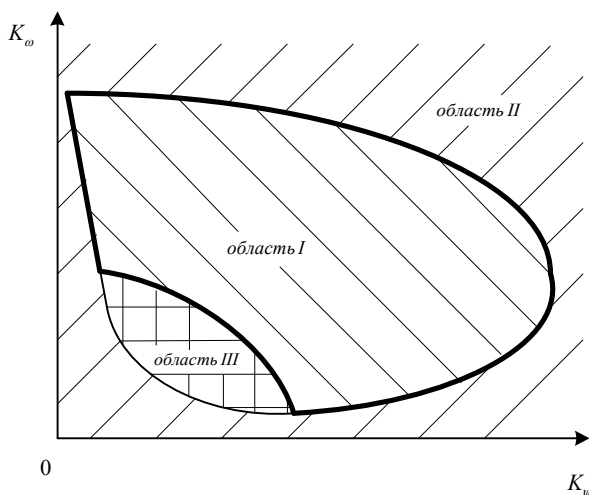


Рис. 28 – Схематичне зображення областей асимптотичної стійкості (I), нестійкості (II) та автоколивань (III) при деякому постійному значенні коефіцієнта $K_y > 0$.

меншій амплітуді коливань, проте, якщо не змінювати настроювання регулятора K_ψ , K_ω , K_y , то й декремент загасання залишиться незмінним.

Тобто, для автомобіля з цистерною в області автоколивань

система керування гальмами пристосовується до властивостей рідини і є адаптивною.

На завершення цього дослідження, зауважимо: якщо додатково збільшити декремент загасання коливань до рівня $\Delta f = 0.25$, то межа області курсової стійкості впритул наблизиться до лінії тренда (рис. 27), нижче якої система й при «затверділому» вантажі втрачає стійкість, причому зростання амплітуди поперечних коливань корпусу автомобіля там відбувається дуже швидко. При цьому амплітуда поперечних коливань рідини малої в'язкості також зростає до рівня $Y_1 = 0.5 \text{ м}$, що для розмірів автомобільної цистерни є завеликим і призведе до помітного крену автомобіля при коливаннях. Зрозуміло, що з цих причин, а також з міркування забезпечення необхідного запасу міцності системи керування щодо її стійкості, при виборі параметрів регулятора спускатися нижче межі, що сформовано на рис. 26, недоречно.

Додамо, що коли при експлуатації паливозаправника суттєво збільшиться в'язкість рідини у цистерні (наприклад, при транспортуванні моторного палива або оливи), то система сама знайде відповідну позицію для стійкої динамічної рівноваги. Це відбуватиметься при

Як показує досвід вирішення аналогічних задач для ракетно-космічної техніки, де використовуються різноманітні системи автоматичного керування з регуляторами тиску газу чи рідини, режим автоколиваний малої амплітуди є вкрай корисним, бо він страхує систему від негативного впливу сухого тертя і підвищує оперативність керування [23]. Високі технології у наш час, зазвичай, передаються в техніці у напрямку «з неба – до землі», і при розробці систем типу EBD для автомобілів-паливозаправників рекомендується скористатися цим досвідом. Тобто коефіцієнти регулятора системи автоматичного керування гальмами в подальших дослідженнях доречно обирати з області III, а не з області I (рис. 28).

Висновки. 1. Складено математичну модель для опису збуреного руху автомобіля з цистерною, яка дозволяє врахувати коливання вільної поверхні рідини та визначити їх вплив на курсову стійкість автомобіля при сталому русі та під час термінового гальмування. Модель відрізняється від відомих моделей того ж спрямування тим, що для розрахунку поздовжніх, поперечних та крутильних коливань рідини використовує метод парціальних осциляторів, і це дозволило проводити динамічний аналіз за допомогою системи звичайних диференціальних рівнянь.

2. Розроблено алгоритм побудови характеристичного рівняння та аналізу його розв'язків для складної системи диференціальних рівнянь, що описує динамічні зміни параметрів руху автомобіля з цистерною, коливання парціальних прошарків рідини у цистерні та роботу електромагнітного приводу керуючого клапана і електронного ПД-регулятора для двоконтурної системи забезпечення курсової стійкості. Алгоритм відрізняється від відомих методів того ж призначення тим, що він не розраховує коефіцієнти алгебраїчної функції і не аналізує їх, а оперує з числовими значеннями дрібно-раціональних функцій за допомогою комп'ютерних розрахунків і візуалізації межі стійкості.

3. Вперше на основі розробленої теорії, а також аналізу достатньої кількості прикладів і розрахунків з використанням якісної математичної моделі, науково обгрунтоване відоме апріорне твердження про те, що низькочастотні коливання вільної поверхні рідини призводять до суттєвого скорочення області стійкості замкненої системи курсової стабільності автомобіля. Доведене твердження свідчить про обов'язковість врахування зазначених коливань рідини при вирішенні задач аналізу і синтезу системи автоматичного керування гальмами.

4. Вперше встановлено, що для автомобіля з цистерною, де відбуваються низькочастотні поперечні коливання рідини, які супроводжуються перерозподілом маси і збурюють рух, збільшення курсової швидкості однозначно призводить до погіршення курсової стійкості. Це дозволило виключити курсову швидкість із числа варіюваних параметрів і суттєво спростити задачу аналізу чи синтезу.

5. Вперше з'ясовано, що на відміну від автомобілів із закріпленням вантажем, рівень рідини в цистерні, з урахуванням його зв'язку з максимальною швидкістю руху, оказує неоднозначний вплив на курсову стійкість автомобіля, і обмежувати дослідження лише розрахунками для випадку 50% навантаження неприпустимо. Замість цього традиційного спрощення запропонований новий метод побудови межі стійкості, при якому треба знаходити лінію, яка огинає зверху ті межі, що відповідають багатьом рівням рідини із діапазону їх зміни. Вказаний метод корисний тим, що дозволяє на етапі проектування системи автоматичного керування гальмами адекватно проаналізувати існуючі обмеження і не припуститися помилок.

6. Вперше проаналізовано вплив логарифмічного декременту загасання коливань рідини на нижню межу області стійкості в площині варіюваних параметрів регулятора. Показано, що при транспортуванні рідини малої в'язкості (з декрементом 0.01) забезпечити виконання умови асимптотичної стійкості в практичному сенсі важко і недоречно. Запропоновано розраховувати цю межу у відповідності до умови, що декремент збільшений до 0.1. При дотриманні цієї умови довгострокова робота електронної системи автоматичного керування гальмами типу EBD буде супроводжуватися автоколиваннями малої амплітуди, що підвищить оперативність керування.

Список літератури

1. Врублевский А. Н. Научные основы создания аккумуляторной топливной системы для быстроходных дизелей : монография. – Харьков: ХНАДУ, 2010. – 216 с.
2. Буханович А. Г. Электронное управление топливopодачей дизельного двигателя на основе программного ПИД – регулирования // Наука и техника. – 2017. – Т.16. – № 1. – С. 28 – 37.
3. Alksxandrov Ye., Aleksandrova T., Morhun Y. Parametric Synthesis of the Electronic Control Unit of the Course Stability System of the Car // Eastern-European Journal of Enterprise Technologies. – 2019. – N 6/9 (102). – P. 39 – 45. doi: 10.15587/1729-4061.2019.188185.
4. Абрамчук Ф. І., Альохін С. О., Белов О. М. Техніко-економічне обгрунтування необхідності державної підтримки у виконанні інноваційно-інвестиційного проекту «Розроблення та впровадження у виробництво малолітражного автомобільного дизеля потужністю 100-175 к.с. подвійного призначення (Слобожанський дизель)». – Харків : ХНАДУ, 2012. – 162 с
5. Tavernini D., Velenis E., Longo S. (2017) Feedback brake distribution control for minimum pitch // Vehicle System Dynamics. – 2017. – Vol 55. – N.6. – P. 902 – 923. doi: 10.1080/00423114.2017.1293275.
6. Fujimoto H., Narada S. (2015) Model – Based Range Extension Control System for Electric Vehicles with Front and Rear Driving – Braking Force Distribution // IEEE Transactions on Industrial Electronics. – 2015. – Vol. 62. – N.5. – P. 3245 – 3254. doi: 10.1109/TIE.2015.2402634.
7. Gong X., Qian L., Ge W., Yan J. (2020) Research on Electronic Brake Force Distribution and Anti - Lock Brake of Vehicle Based on Direct Drive Electro Hydraulic Actuator // International Journal of automotive Engineering. – 2020. – Vol. 11. – N. 2. – P. 22 – 29. doi: 10.20485/jsaeijae.11.2_22.
8. Tavernini D., Velenis E., Longo S. (2015) Model – Based Active Brake Force Distribution for Pitch Angle Minimization // 54th IEEE Conference

- on Decision and Control. December 15 – 18. – Osaka, Japan, 2015. – P. 197 – 202. doi: 10.1109/CDC.2015.7402108.
9. Nakamura E., Soga M., Sacai A., Otomo A., Kobayashi T. (2002) Development of Electronically Controlled Brake System for Hybrid Vehicle // SAE 2002 World Congress. – Detroit, Michigan, March 4 – 7, 2002. – Printed in USA. – 6 p.
 10. Park G., Choi S. B. (2016) Optimal Brake Distribution for Electronic Stability Control Using Weighted Least Square Allocation Method // 16 International Conference on Control «Automation and Systems» (ICCAS 2016). Oct. 16 – 19, 2016 in HICO. – Gyeongju, Korea, 2016. – P. 1420 – 1425. doi: 10.1109/ICCAS.2016.7832492.
 11. Wu Xinyu. (2015) Control Strategy and Algorithm Study on Light Vehicle Electronic Mechanical Braking System // 5th International Conference on Education, Management, Information and Medicine (EMJM 2015). – 2015. – P. 1453 – 1458. doi: 10.2991/emim-15.2015.282.
 12. Her H., Cho W., Yi K. (2011) Vehicle Stability Control Using Individual Break Force Based on Tire Force Information // 14th International IEEE Conference on Intelligent Transportation Systems. October 5 – 7, 2011. – Washington, USA. – P. 22 – 29. doi: 10.1109/ITSC.2011.6082997.
 13. Александров Е. Е., Волонцевич Д. О., Подригало М. А. Повышение устойчивости и управляемости колесных машин в тормозных режимах. – Харьков : НТУ «ХПИ», 2007. – 320 с.
 14. Александров Е. Е., Александрова Т. Е., Овчаренко Ю. С. Підвищення технічних та ергономічних характеристик рухомих об'єктів військового призначення : монографія. – Харків : ХНАДУ, 2019. – 176 с.
 15. Александров Е. Е., Григор'єв О. Л., Моргун Я. Ю. Про вплив коливань верхньої поверхні транспортуємої рідини на курсову стійкість автомобіля, що оснащений цистерною з рідким наповнювачем // Тези доповідей VII Міжнародної науково-технічної Інтернет-конференції «Автомобіль і електроніка. Сучасні технології», 23-24 листопада 2020 р. – 2020. – С. 88 – 90.
 16. Зинько Р. В., Крайник Л. В., Горбай О. З. Основи конструктивного синтезу та динаміка спеціальних автомобілів і технологічних машин: монографія. – Львів : Вид-во Львівської політехніки, 2019. – 256 с.
 17. Кожушко А. П., Григор'єв О. Л. Математичне моделювання низькочастотних коливань в'язкої рідини в горизонтальній ємності з вільною поверхнею // Вісник НТУ «ХПІ». Серія : Математичне моделювання в техніці та технологіях. – 2018. – № 3 (1271). – С. 41 – 51.
 18. Александров Е. Е., Александрова Т. Е., Костяник И. В., Моргун Я. Ю. Параметрический синтез цифровой системы курсовой устойчивости автомобиля // Автомобиль и электроника. Сучасні технології (електронний журнал). – 2020. – № 17. – С. 69 – 76.
 19. Моисеев Н. Н., Петров А. А. Численные методы расчета собственных частот колебаний ограниченного объема жидкости // Математические методы динамики космических аппаратов. Вып. 3. – Москва : Вычислительный центр АН СССР, 1966. – 269 с.
 20. Кожушко А. П. Експериментальне та розрахункове дослідження загасання коливань рідини в ємності з вільною поверхнею // Вісник НТУ «ХПІ». Серія : Математичне моделювання в техніці та технологіях. – Харків : НТУ «ХПІ», 2020. – № 1. – С. 24 – 43.
 21. Александров Е. С. Основи автомобільної автоматики: навчально – методичний посібник. – Харків : ХНАДУ, 2010. – 172 с.
 22. Бесекерский В. А., Попов Е. П. Теория систем автоматического регулирования. – М. : Наука, 1975 – 768 с.
 23. Шевченко С. А., Григорьев А. Л., Степанов М. С. Исследование динамической устойчивости регулятора давления с пневматическим управлением при учете колебаний столбов газа в трубопроводах // Вісник НТУ «ХПІ». Серія : Динаміка та міцність машин. – Харків : НТУ «ХПІ». – № 26(1198). – 2016. – С. 89 – 108.

References (transliterated)

1. Vrublevskiy A. N. *Nauchnyye osnovy sozdaniya akkumulyatornoy toplivnoy sistemy dlya bystrokhodnykh dizeley : monografiya*. [Scientific foundations for creating a storage fuel system for high-speed diesel engines: monograph]. Kharkov, KHNADU Publ., 2010. 216 p.
2. Bukhanovich A. G. Elektronnoye upravleniye toplivopodachey dizel'nogo dvigatelya na osnove programmnoho PID – regulirovaniya [Electronic control of diesel engine fuel supply based on programmed PID control]. *Nauka i tekhnika* [Science and technology]. 2017, vol. 16, no. 1, pp. 28–37.
3. Aleksandrov Ye., Alekssandrova T., Morhun Y. Parametric Synthesis of the Electronic Control Unit of the Course Stability System of the Car. *Eastern-European Journal of Enterprise Technologies*. 2019, no. 6/9 (102), pp. 39–45.
4. Abramchuk F. I., Al'okhin S. O., Belov O. M. *Tekhniko-ekonomichne obgruntuvannya neobkhidnosti derzhavnoyi pidtrymky u vykonanni innovatsiyno-investytsiynogo proektu «Rozroblennya ta vprovadzhennya u vyrobnytstvo malolitrazhnogo avtomobil'nogo dyzelya potuzhnisty 100-175 k.s. podviynoho pryznachennya (Slobozhans'ky dyzel)»* [Feasibility study of the need for state support in the implementation of innovation and investment project "Development and implementation in the production of small car diesel with a capacity of 100-175 hp dual-use (Slobozhansky diesel)"]. Kharkiv, KHNADU Publ., 2012. 162 p.
5. Tavernini D., Velenis E., Longo S. (2017) Feedback brake distribution control for minimum pitch. *Vehicle System Dynamics*. 2017, vol 55, no.6, pp. 902–923. doi: 10.1080/00423114.2017.1293275.
6. Fujimoto H., Narada S. (2015) Model – Based Range Extension Control System for Electric Vehicles with Front and Rear Driving – Braking Force Distribution. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*. 2015, vol. 62, no. 5, pp. 3245–3254.
7. Gong X., Qian L., Ge W., Yan J. (2020) Research on Electronic Brake Force Distribution and Anti - Lock Brake of Vehicle Based on Direct Drive Electro Hydraulic Actuator. *International Journal of automotive Engineering*. 2020, vol. 11, no. 2, pp. 22–29. doi: 10.20485/ijae.11.2_22.
8. Tavernini D., Velenis E., Longo S. (2015) Model – Based Active Brake Force Distribution for Pitch Angle Minimization. *54th IEEE Conference on Decision and Control. December 15 – 18. Osaka, Japan, 2015*, pp. 197–202. doi: 10.1109/CDC.2015.7402108. doi: 10.4271/2002-01-0300.
9. Nakamura E., Soga M., Sacai A., Otomo A., Kobayashi T. (2002) Development of Electronically Controlled Brake System for Hybrid Vehicle. *SAE 2002 World Congress*. Detroit, Michigan, March 4 – 7, 2002, Printed in USA. 6 p.
10. Park G., Choi S. B. (2016) Optimal Brake Distribution for Electronic Stability Control Using Weighted Least Square Allocation Method. *16 International Conference on Control «Automation and Systems» (ICCAS 2016)*. Oct. 16 – 19, 2016 in HICO. Gyeongju, Korea, 2016, pp. 1420–1425. doi: 10.1109/ICCAS.2016.7832492.
11. Wu Xinyu. (2015) Control Strategy and Algorithm Study on Light Vehicle Electronic Mechanical Braking System. *5th International Conference on Education, Management, Information and Medicine (EMJM 2015)*. 2015, pp. 1453–1458. doi: 10.2991/emim-15.2015.282.
12. Her H., Cho W., Yi K. (2011) Vehicle Stability Control Using Individual Break Force Based on Tire Force Information. *14th International IEEE Conference on Intelligent Transportation Systems*. October 5 – 7, 2011. Washington, USA, pp. 22–29. doi: 10.1109/ITSC.2011.6082997.
13. Aleksandrov Ye. Ye., Volontsevich D. O., Podrigalo M. A. *Povyshenie ustoychivosti i upravlyaemosti kolesnykh mashin v tormoznykh rezhimakh* [Increasing the stability and controllability of wheeled vehicles in braking modes]. Kharkov, NTU «KHPI» Publ., 2007. 320 p.
14. Aleksandrov Ye. Ye., Aleksandrov T. Ye., Ovcharenko YU. YE. *Pidvyshhennya tekhnichnykh ta ergonomichnykh kharakterystyk rukhomykh ob'ektiv viys'kovogo pryznachennya : monografiya* [Enhancement of technical and ergonomic characteristics of movable objects of military purpose: monograph]. Kharkiv, KHNADU Publ., 2019. – 176 p.
15. Aleksandrov YE. YE., Grygor'yev O. L., Morgun YA. YU. Pro vplyv kolyvan' verkhnoyi poverkhni transportuyemoyi ridyny na kursovu stiykist' avtomobilya, shho osnashheny tsysternoyu z ridkym napovnyuvachem [On the influence of oscillations of the upper surface of the transported liquid on the roadholding ability of a car with a liquid filled tank]. *Tezy dopovidey VII Mizhnarodnoyi nauково-tekhnichnoyi Internet - konferentsiyi «Avtomobil' i elektronika. Sучасні технології»* [Abstracts of the VII International scientific and technical internet conference Automobile and electronics. Contemporary technologies]. November 23 – 24, 2020, pp. 88–90.
16. Zyn'ko R. V., Krainyk L. V., Gorbay O. Z. *Osnovy konstruktivnogo syntezu ta dynamika spetsial'nykh avtomobiliv i tekhnologichnykh mashyn* :

- monografiya* [Fundamentals of constructive synthesis and dynamics of special cars and technological machines: monograph]. Lviv, Vyd-vo L'vivs'koyi politekhniky Publ., 2019. 256 p.
17. Kozhushko A. P., Grygor'yev O. L. Matematychnye modelyuvannya nyz'kochastotnykh kolyvan' v"yazkoyi ridyny v goryzontal'niy yemnosti z vil'noyu poverkhneyu [Mathematical modeling of low-frequency oscillations of viscous fluid in ahorizontal container with free surface]. *Visnyk Natsional'noho tekhnichnoho universytetu «KhPI». Seriya : Matematichne modelyuvannya v tekhnstsi ta tekhnologiyakh* [Bulletin of the National Technical University "KhPI". Series : Mathematical modeling in engineering and technology]. 2018, no. 3 (1271), pp. 41–51.
 18. Aleksandrov YE. YE., Aleksandrov T. YE., Kostyanyk I. V., Morgun YA. YU. Parametricheskiy syntez tsyfrovoy systemy kursovoy ustoychivosti avtomobilya [Parametric synthesis of the digital system of course stability of the car]. *Avtomobil' i elektronika. Suchasni tekhnologiyi (elektronnyy zhurnal)* [Automobile and electronics. Contemporary technologies (electronic journal)]. 2020, no. 17, pp. 69–76.
 19. Moiseev N. N., Petrov A. A. Chislennyye metody rascheta sobstvennykh chastot kolebaniy ogranichenogo ob'yema zhidkosti [Numerical methods for computing vibration frequencies of bounded volume of liquid]. *Matematicheskie metody dinamiki kosmicheskikh apparatov* [Mathematical methods in spacecraft dynamics]. Vol. 3, Moscow, VTs AN SSSR Publ., 1966. 267 p.
 20. Kozhushko A. P. Eksperymental'ne ta rozrakhunkove doslidzhennya zagasannya kolyvan' ridyny v yemnosti z vil'noyu poverkhneyu [Experimental and computational study of liquid oscillation damping in a free surface vessel]. *Visnyk Natsional'noho tekhnichnoho universytetu «KhPI». Seriya : Matematichne modelyuvannya v tekhnstsi ta tekhnologiyakh* [Bulletin of the National Technical University "KhPI". Series : Mathematical modeling in engineering and technology]. Kharkiv, NTU «KhPI» Publ., 2020, no. 1, pp. 24–43.
 21. Aleksandrov YE. YE. *Osnovy avtomobil'noyi avtomatyky : navchal'no-metodychnyy posibnyk* [Fundamentals of automotive automation: a textbook]. Kharkiv, KHNADU Publ., 2010. 172 p.
 22. Besekerskiy V. A., Popov Ye. P. *Teoriya sistem avtomaticheskogo regulirovaniya* [Theory of automatic control systems]. Moscow, Nauka Publ., 1975. 768 p.
 23. Shevchenko S. A., Grigor'yev A. L., Stepanov M. S. Issledovanie dinamicheskoy ustoychivosti regulyatora davleniya s pnevmaticheskim upravleniem pri uchete kolebaniy stolbov gaza v truboprovodakh [Investigation of the dynamic stability of a pneumatically controlled pressure regulator taking into account the oscillations of gas columns in pipelines]. *Visnyk NTU «KHPi». Seriya : Dynamika ta mitsnist' mashyn* [Bulletin of the NTU "KhPI". Series : Dynamics and strength of machines]. Kharkiv, NTU«KHPi» Publ., 2016, no. 26(1198), pp. 89–108.

Надійшла (received) 06.12.2020

Відомості про авторів / Сведения об авторах / Information about authors

Александров Євген Євгенович – доктор технічних наук, професор, лауреат Державної премії, заслужений діяч науки і техніки України, Харківський національний автомобільно-дорожній університет, м. Харків; тел.: (050) 625-68-40; e-mail: alexsandrov.ye.ye@gmail.com.

Александров Евгений Евгеньевич – доктор технических наук, профессор, лауреат Государственной премии, заслуженный деятель науки и техники Украины, Харьковский национальный автомобильно-дорожный университет, г. Харьков; тел.: (050) 625-68-40; e-mail: alexsandrov.ye.ye@gmail.com.

Aleksandrov Yevgen Yevgenovych – Doctor of Technical Sciences, Professor, Laureate of State Prize, Honoured Scientist and Engineer of Ukraine, Kharkiv National Automobile and Highway University, Kharkiv; tel.: (050) 625-68-40; e-mail: alexsandrov.ye.ye@gmail.com.

Александрова Тетяна Євгенівна – доктор технічних наук, професор, Національний технічний університет «Харківський політехнічний інститут», м. Харків; тел.: (097) 079-50-00; e-mail: alexsandrov.t.ye@gmail.com.

Александрова Татьяна Евгеньевна – доктор технических наук, профессор, Национальный технический университет «Харьковский политехнический институт», г. Харьков; тел.: (097) 079-50-00; e-mail: alexsandrov.t.ye@gmail.com.

Aleksandrova Tetyana Yevgenivna – Doctor of Technical Sciences, Professor, National Technical University "Kharkiv Polytechnic Institute", Kharkiv; tel.: (097) 079-50-00; e-mail: alexsandrov.t.ye@gmail.com.

Григор'єв Олександр Львович – доктор технічних наук, професор, Національний технічний університет «Харківський політехнічний інститут», м. Харків; тел.: (057) 707-60-35; e-mail: kpi.mmtt@gmail.com.

Григорьев Александр Львович – доктор технических наук, профессор, Национальный технический университет «Харьковский политехнический институт», г. Харьков; тел.: (057) 707-60-35; e-mail: kpi.mmtt@gmail.com.

Grigoriev Alexander L'vovich – Doctor of Technical Sciences, Professor, National Technical University "Kharkiv Polytechnic Institute", Kharkiv; tel.: (057) 707-60-35; e-mail: kpi.mmtt@gmail.com.

Моргун Ярослав Юрієвич – аспірант, Національний технічний університет «Харківський політехнічний інститут», м. Харків; тел.: (066) 960-66-36; e-mail: yarki95@gmail.com.

Моргун Ярослав Юрьевич – аспирант, Национальный технический университет «Харьковский политехнический институт», г. Харьков; тел.: (066) 960-66-36; e-mail: yarki95@gmail.com.

Morhun Yaroslav Yurievych – PhD student, National Technical University «Kharkiv Polytechnic Institute», Kharkiv; tel.: (066) 960-66-36; e-mail: yarki95@gmail.com.