

Я. П. ТРОЦЕНКО**ЧИСЕЛЬНЕ МОДЕЛЮВАННЯ ТЕЧІЇ РІДИНИ У ЦИЛІНДРИЧНОМУ КАНАЛІ, ЩО МІСТИТЬ ДВІ ДІАФРАГМИ З ОТВОРАМИ РІЗНОГО ДІАМЕТРУ**

Досліджено течію в'язкої нестисливої рідини у циліндричному каналі з двома послідовними діафрагмами з отворами різного діаметру на основі чисельного розв'язання нестационарних рівнянь Нав'є – Стокса. Алгоритм розв'язання базується на методі скінченних об'ємів з використанням різницевих схем другого порядку точності за простором та часом. Для інтерполяції конвективних членів використовувалася TVD (Total-Variation Diminishing) форма центрально-різницевої схеми з обмежувачем потоку. Зв'язаний розрахунок полів швидкості та тиску проводився за допомогою процедури PISO (Pressure Implicit Split Operator). Задача розв'язувалася за допомогою бібліотек інструментарію з відкритим кодом OpenFOAM (Open source Field Operation And Manipulation) з використанням обчислювальних потужностей кластерного суперкомп'ютера Інститута кібернетики імені В. М. Глушкова Національної академії наук України. Показано, що в певних межах відношення діаметрів отворів діафрагм, у порожнині між діафрагмами встановлюється циркуляційний рух. З поверхні першої діафрагми зривається поверхневий шар та утворює кільцевий зсувний шар. При наближенні до другої діафрагми у ньому утворюється послідовність кільцевих вихорів, що взаємодіють із поверхнею діафрагми та призводять до виникнення тонального звуку. При зменшенні відношення діаметрів отвору другої діафрагми до першої збільшується частка кінетичної енергії струменя, що бере участь у циркуляційному русі в середині порожнини між діафрагмами. Внаслідок цього зменшується амплітуда коливань швидкості в отворі другої діафрагми. При збільшенні ж відношення діаметрів отворів частка енергії, що бере участь у циркуляційному русі, зменшується і при досягненні певного значення відношення взаємодії між вихорами у зсувному шарі та поверхнею діафрагми не відбувається. Внаслідок цього припиняється збудження тонального звуку. Число Струхала автоколивань практично не змінюється при зміні відношення діаметрів отворів. При розрахунках було отримано два різних режими автоколивань, що узгоджується із попередніми роботами.

Ключові слова: пряме чисельне моделювання, метод скінченних об'ємів, нестационарна течія, канал з перешкодами, циліндрична порожнина, зсувний шар, вихрові структури, циркуляційний рух, автоколивання.

Я. П. ТРОЦЕНКО**ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ТЕЧЕНИЯ ЖИДКОСТИ В ЦИЛИНДРИЧЕСКОМ КАНАЛЕ, СОДЕРЖАЩЕМ ДВЕ ДИАФРАГМЫ С ОТВЕРСТИЯМИ РАЗЛИЧНОГО ДИАМЕТРА**

Исследовано течение вязкой несжимаемой жидкости в цилиндрическом канале с двумя последовательными диафрагмами с отверстиями разного диаметра на основе численного решения нестационарных уравнений Навье – Стокса. Алгоритм решения базировался на методе конечных объемов с использованием разностных схем второго порядка точности по пространству и времени. Для интерполяции конвективных членов использовалась TVD (Total-Variation Diminishing) форма центрально-разностной схемы с ограничителем потока. Связанный расчет полей скорости и давления производился с помощью процедуры PISO (Pressure Implicit Split Operator). Задача решалась с помощью библиотек инструментария с открытым кодом OpenFOAM (Open source Field Operation And Manipulation) с использованием вычислительных мощностей кластерного суперкомпьютера Института кибернетики имени В. М. Глушкова Национальной академии наук Украины. Показано, что в определенных границах отношении диаметров отверстий диафрагм, в полости между диафрагмами устанавливается циркуляционное движение. С поверхности первой диафрагмы срывается поверхностный слой и образует сдвижной кольцевой слой. При приближении ко второй диафрагме в нем образуется последовательность кольцевых вихрей, взаимодействующих с поверхностью диафрагмы и приводящих к возникновению тонального звука. При уменьшении отношения диаметров отверстия второй диафрагмы к первой увеличивается доля кинетической энергии струи, участвующей в циркуляционном движении внутри полости между диафрагмами. В результате уменьшается амплитуда колебаний скорости в отверстии второй диафрагмы. При увеличении же отношения диаметров отверстий доля энергии, участвующей в циркуляционном движении, уменьшается и при достижении определенного значения отношения взаимодействия между вихрями в сдвиговом слое и поверхностью диафрагмы не происходит. В результате прекращается возбуждение тонального звука. Число Струхала автоколебаний практически не меняется при изменении отношения диаметров отверстий. При расчетах было получено два разных режима автоколебаний, что согласовывается с предыдущими работами.

Ключевые слова: прямое численное моделирование, метод конечных объемов, нестационарное течение, канал с препятствиями, цилиндрическая полость, сдвиговой слой, вихревые структуры, циркуляционное движение, автоколебания.

YA. P. TROTSENKO**NUMERICAL SIMULATION OF A FLUID FLOW IN THE CYLINDRICAL DUCT CONTAINING TWO DIAPHRAGMS WITH ORIFICES OF DIFFERENT DIAMETERS**

The flow of a viscous incompressible fluid in a cylindrical duct with two serial diaphragms with orifices of different diameters was studied based on the numerical solution of the unsteady Navier-Stokes equations. The solution algorithm was based on the finite volume method using second-order accurate difference schemes in both space and time. The TVD (Total-Variation Diminishing) form of a central-difference scheme with a flux limiter was used for the interpolation of the convective terms. The combined evaluation of the velocity and pressure fields was carried out using the PISO (Pressure Implicit Split Operator) procedure. The problem was solved using OpenFOAM (Open-source Field Operation And Manipulation) open-source toolkit libraries using the computing power of the cluster supercomputer of the V.M. Glushkov Institute of Cybernetics of the National Academy of Sciences of Ukraine. It was shown that within a certain range of the diameter ratio of the orifices of the diaphragms, a circulation movement is established in the cavity between the diaphragms. The boundary layer breaks off from the surface of the first diaphragm and forms an annular shear layer. When approaching the second diaphragm, a sequence of ring vortices is formed in it, which interact with the surface of the diaphragm and lead to the emergence of tonal sound. When the ratio of the orifice diameter of the second diaphragm to the first decreases, the share of the jet's kinetic energy, which participates in the circulation in the middle of the cavity between the diaphragms, increases. As a result, the amplitude of velocity fluctuations in the orifice of the second diaphragm decreases. When the ratio of the diameters of the orifices increases, the share of energy involved in the circulation decreases, and when a certain value of the ratio is reached, the interaction between the vortices in the shear layer and the surface of the diaphragm does not occur. As a result, the excitation of the tonal sound stops. The Strouhal number of self-oscillations practically does not change when the diameter ratio of the orifices changes. During the calculations, two different modes of self-oscillation were obtained, which is consistent with previous works.

Key words: direct numerical simulation, finite volume method, unsteady flow, duct with baffles, cylindrical cavity, shear layer, eddy structures, circulation motion, self-sustained oscillations.

© Я. П. Троценко, 2023

Вступ. Течія рідини чи газу у каналах з перешкодами широко зустрічається як в природі, так і в технічних або наукових приладах. При певних умовах у таких системах можуть виникати автоколивання середовища і, як наслідок, збуджуватись тональний звук [1]. Детальне вивчення подібних процесів дозволяє застосовувати більш ефективні практичні заходи для діагностики та виявлення причин небажаних акустичних коливань. З розвитком комп'ютерної техніки наприкінці XX століття набули поширення чисельні моделювання подібних течій. У випадку малих чисел Маха для цього переважно використовуються гібридні методи, згідно з якими загальна задача розділяється на акустичну та гідродинамічну частини, які розв'язуються окремо. Такий підхід застосовується у зв'язку з тим, що величини полів та масштаби довжин цих задач значно відрізняються [2]. Як наслідок, і відповідні методи відрізняються за точністю та вимогами до комп'ютерних ресурсів. На сьогодні для чисельного моделювання потоків в нерегулярних каналах використовуються як двовимірні вихрові методи [3, 4], так і техніки прямого чисельного моделювання (DNS) та моделювання великих вихорів (LES) [5, 6]. В даній роботі розв'язання задачі проводиться за допомогою DNS та базується на основних положеннях, викладених у роботі [7].

Метою даної роботи є дослідження особливостей потоку рідини в циліндричному каналі з двома послідовно розташованими діафрагмами з отворами різного діаметру, а саме: моделювання даного процесу та чисельний розрахунок; аналіз структури потоку в області між діафрагмами; визначення характеристик автоколивальних рухів середовища, що можуть призводити до появи акустичних коливань, залежно від відношення діаметрів отворів діафрагм.

Постановка задачі. Розглядається течія рідини у напівнескінченному циліндричному каналі, що містить дві послідовні діафрагми з отворами різного діаметру. Діафрагми мають однакову товщину та є осесиметричними. В поздовжньому перетині каналу, зображеному на рис. 1, а, контури діафрагм в околі отворів мають форму півкола. Вважається, що поверхні каналу та діафрагм нерухомі та абсолютно жорсткі. Потік рідини з густиною ρ потрапляє в розрахункову область з рівномірною швидкістю V_1 через ліву межу ($x = 0$) та покидає її через праву ($x = L$). Течія розглядається при швидкостях значно менших за швидкість звуку в середовищі c .

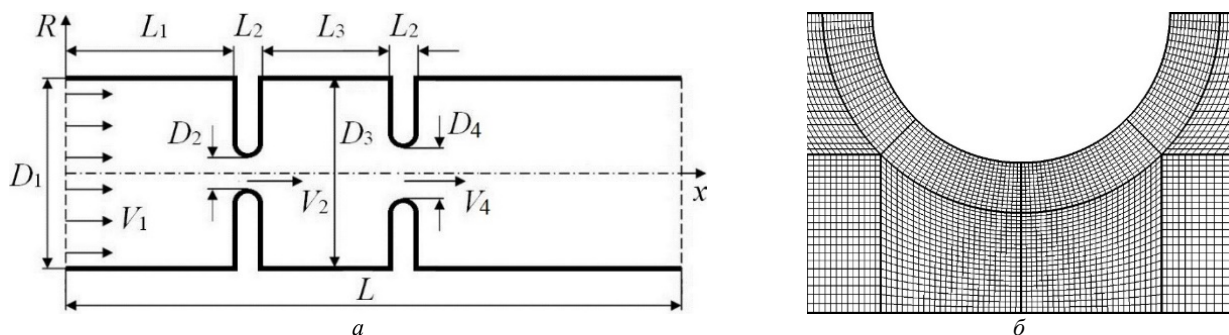


Рис. 1 – а – поздовжній переріз каналу; б – схема дискретизації в околі отвору діафрагми.

Для проведення обчислень обиралися такі значення геометричних параметрів діафрагм та порожнини між ними: $D_2 = 6.35 \cdot 10^{-3}$ м, $D_1/D_2 = D_3/D_2 = 8.16$, $L_2/D_2 = 1$, $L_3/D_2 = 6$. Розмір області вгору за потоком від першої діафрагми $L_1/D_2 = 12$, загальна довжина розрахункової області $L/D_2 = 92$. Діаметр отвору другої діафрагми обирався в межах діапазону $D_4/D_2 \in [0.6; 1.5]$ з кроком 0.1. Кінематична в'язкість середовища $\nu = 1.5 \cdot 10^{-5}$ м²/с відповідає в'язкості повітря при температурі 20°С.

Відомо, що в подібних системах розміри джерел звуку, що породжується потоком, тобто розміри діафрагм та порожнини між ними, – малі в порівнянні з довжиною звукової хвилі [8]. Тому приймаються наступні гіпотези: потужність збуджених потоком акустичних коливань є значно меншою за потужність самого потоку, і породжений звук не впливає на його характер. У зв'язку з цим задача розв'язується в межах моделі в'язкої нестисливої рідини. Також припускається, що рух рідини в області між діафрагмами є близьким до осесиметричного. У роботі [9] було показано, що незважаючи на локальні відмінності тривимірної та осесиметричної течій, їх інтегральні характеристики, такі як частота коливань полів тиску та швидкості, практично збігаються.

Основним параметром задачі є число Рейнольдса, яке можна визначити як $Re = V_2 D_2 / \nu$, де V_2 – швидкість потоку в отворі першої діафрагми, усереднена за поперечним перерізом. Тоді масштабом довжини є діаметр отвору першої діафрагми D_2 , швидкості – швидкість V_2 , часу – величина D_2 / V_2 , а масштабом тиску – подвоєний швидкісний напір ρV_2^2 . В межах прийнятої моделі процес описується системою нестационарних рівнянь Нав'є – Стокса, що в безрозмірних величинах у векторній формі мають вигляд:

$$\frac{\partial \mathbf{U}}{\partial t} + (\mathbf{U} \cdot \nabla) \mathbf{U} = \frac{1}{Re} \Delta \mathbf{U} - \nabla p, \quad \nabla \cdot \mathbf{U} = 0,$$

де p – скалярне поле тиску; \mathbf{U} – векторне поле швидкості.

Крайові умови для швидкості: рівномірний потік на вході в розрахункову область, умова прилипання на твердих поверхнях Σ та м'яка крайова умова типу *лінійної екстраполяції*, що відповідає рівності нулю нормального градієнту на виході з розрахункової області:

$$U|_{x=0} = (V_1, 0, 0), \quad U|_{\Sigma} = 0, \quad \left. \frac{\partial U}{\partial x} \right|_{x=L} = 0.$$

Дослідження проводились для значення вхідної швидкості $V_1 = 0.12$ м/с, що відповідає числу Рейнольдса $Re = 3383$.

Для тиску задавалася рівність нулю нормального градієнту на всій межі області окрім виходу з неї, де обирався постійний тиск рівний нулю:

$$\left. \frac{\partial p}{\partial x} \right|_{x=0} = 0, \quad \left. \frac{\partial p}{\partial n} \right|_{\Sigma} = 0, \quad p|_{x=L} = 0.$$

В початковий момент середовище знаходилося у стані спокою:

$$\mathbf{U}(t=0) = 0, \quad p(t=0) = 0.$$

Чисельний алгоритм розв'язання. Розв'язання поставленої задачі проводилося чисельно за *методом скінченних об'ємів* з використанням *бібліотек тулбоксу* з відкритим кодом *OpenFOAM*. Дискретизація проводилася за допомогою *скінченно-елементного генератора сіток GMSH*. Внаслідок припущення щодо осьової симетрії потоку за розрахункову область обирався *циліндричний сектор (клин)* з кутом розкриття 4° та одним елементом в азимутальному напрямку. Використовувалася *неортогональна блочно-структурована сітка* зі згущенням вузлів в отворах діафрагм та при наближенні до поверхонь каналу. На рис. 1, б зображено схему дискретизації розрахункової області в околі отвору першої діафрагми в половині поздовжнього перерізу каналу. Кількість контрольних об'ємів вздовж поперечного перерізу діафрагми змінювалась від 61 до 112 з найменшим кроком біля поверхні – $2 \cdot 10^{-5}$ м, загальна кількість об'ємів становила від 170978 до 229048 залежно від діаметру отвору другої діафрагми.

Для обчислення об'ємних інтегралів за контрольним об'ємом застосовувалася *узагальнена процедура Гауса*, згідно з якою інтеграл за об'ємом представлявся через інтеграл по поверхні комірки, а значення функції на поверхні інтерполювалося зі значень функції в центроїдах сусідніх комірок. Нормальні градієнти швидкості на поверхні елементів, необхідні для обчислення дифузійних членів, обчислювалися зі значень швидкості в *центроїдах сусідніх комірок* за схемою другого порядку. На неортогональних ділянках сітки використовувалася *ітераційна процедура корекції похибки*, викликаної неортогональністю [10]. Для інтерполяції конвективних членів використовувалася *TVD форма центрально-різницевої схеми* для векторного поля з *обмежувачем потоку типу Sweby*:

$$\mathbf{U}_F = (\mathbf{U}_F)_{UD} + \Psi \left[(\mathbf{U}_F)_{CD} - (\mathbf{U}_F)_{UD} \right],$$

де $(\mathbf{U}_F)_{UD}$ – значення швидкості на грані контрольного об'єму, розраховане за протиточною схемою першого порядку; $(\mathbf{U}_F)_{CD}$ – значення швидкості на грані контрольного об'єму, розраховане за центрально-різницевою схемою другого порядку [11]; Ψ – нелінійний обмежувач потоку, який є функцією відношення градієнтів швидкості на межах між даною коміркою та її сусідами вгору і вниз за потоком:

$$\Psi(q) = \max \left(\min \left(\frac{2}{k} q, 1 \right), 0 \right);$$

$$q = 2 \frac{(\mathbf{U}_M - \mathbf{U}_K)(\mathbf{U}_N - \mathbf{U}_M)}{(\mathbf{U}_N - \mathbf{U}_M)^2} - 1,$$

де K, M, N – три центроїди, послідовно розташовані в напрямку потоку [12]. В даній роботі обирався коефіцієнт $k = 1$, що відповідає більш високій стійкості розрахунку.

За схему дискретизації похідної за часом обиралася *неявна триточкова несиметрична схема другого порядку з різницями назад*. Зв'язаний розрахунок поля швидкості і тиску проводився за допомогою *процедури PISO* [13]. Для розв'язання отриманої *системи лінеаризованих алгебраїчних рівнянь* використовувалися *ітераційні розв'язувачі PCG та PBiCG (Preconditioned (Bi-)Conjugate Gradient)*, що побудовані на основі *методу спряжених/біспряжених градієнтів для симетричних та асиметричних матриць*. За передбумовлення було обрано спрощені схеми *неповної факторизації Холецького DIC (Diagonal-based Incomplete Choletsky preconditioner)* та

неповної LU – факторизації $DILU$ (Diagonal-based Incomplete LU preconditioner) для симетричних і асиметричних матриць відповідно [14].

Задача розв'язувалася з використанням обчислювальних потужностей комплексу $СКІТ$ Інституту кібернетики імені $В. М. Глушкова$ Національної академії наук України [15]. Для розпаралелювання обчислень використовувалася технологія MPI (Message Passing Interface) та метод декомпозиції області розв'язання [16]. Більш детально алгоритм розв'язання та обґрунтування вибору відповідних методів розглянуто у роботі [7].

З метою контролю точності обчислень поле швидкості чисельно інтегрувалося за поперечними перетинами отворів діафрагм S_1 ($x = L_1 + L_2/2$) та S_2 ($x = L_1 + 3L_2/2 + L_3$). Це дозволяло контролювати точність виконання умови нестисливості середовища, яку можна подати у вигляді:

$$\left| \frac{4 \int_{S_i} U_x ds - \pi D_1^2 V_1}{\pi D_1^2 V_1} \right| < \delta, \quad i = 1, 2.$$

Для результатів, представлених у даній роботі, відносна похибка δ не перевищувала $2.6 \cdot 10^{-3}$.

Аналіз результатів. У роботі [17] було показано, що при рівних діаметрах отворів діафрагм $D_4/D_2 = 1$ в діапазоні чисел Рейнольдса $Re \in [2687; 4228]$ течія рідини в області між звуженнями є нестационарною. На поверхні першої діафрагми формується ламінарний примежовий шар, який, відриваючись від поверхні, утворює на межі струменя та порожнини кільцевий зсувний шар. При наближенні до другої діафрагми струмінь набуває хвилястого характеру, а у зсувному шарі послідовно утворюються кільцеві вихори. Біля другої діафрагми утворюється великий кільцевий вихор, завдяки чому відбувається циркуляційний рух середовища, який переносить частину кінетичної енергії струменя з області отвору другої діафрагми вгору за потоком. Цей процес можна інтерпретувати як гідродинамічний канал зворотного зв'язку, що створює умови для виникнення автоколивань в даній системі. Біля першої діафрагми також утворюється другорядний великий вихор протилежної завихреності. Вихорі, що утворюються у зсувному шарі, набігають на поверхню другої діафрагми та спричиняють коливання полів швидкості та тиску в околі її отвору. Ці коливання мають періодичний характер та дають змогу оцінити частоту збуджених потоком акустичних коливань. Крім цього, було виявлено два можливі режими автоколивань з різними числами Струхаля $St = fD_2/V_2$. На рис. 2, а зображено поле завихреності в половині поздовжнього перерізу хвилеводу при $D_4/D_2 = 1$ після закінчення перехідних процесів при $Re = 3383$, яке відповідає першому режиму автоколивань при меншому числі Струхаля.

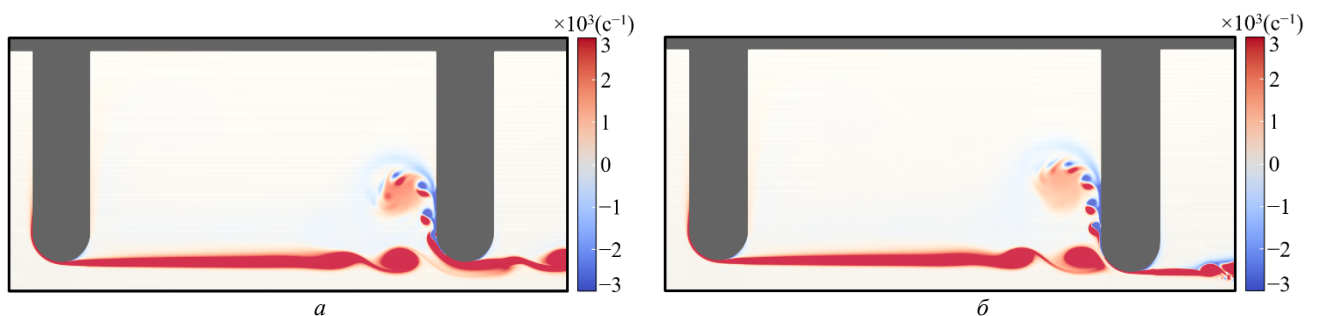


Рис. 2 – Поле завихреності в області між діафрагмами: а – $D_4/D_2 = 1$; б – $D_4/D_2 = 0.6$.

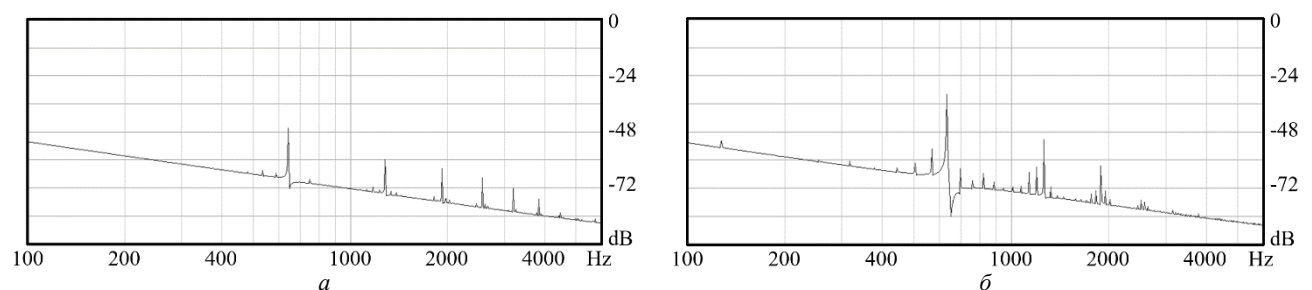


Рис. 3 – Амплітудно-частотні спектри коливань швидкості в отворі другої діафрагми: а – $D_4/D_2 = 0.6$; б – $D_4/D_2 = 1$.

При зменшенні діаметру отвору другої діафрагми структура поля не зазнає значних змін. На рис. 2, б зображено поле завихреності в половині поздовжнього перерізу хвилеводу при $D_4/D_2 = 0.6$. Кільцеві вихори, що утворюються при наближенні до другої діафрагми, зберігають свій розмір, завдяки чому більша їх частина сти-

кається із поверхнею діафрагми та втягується у циркуляційний рух. У зв'язку з цим зменшується амплітуда коливань поздовжньої швидкості у отворі другої діафрагми, що видно на рис. 3, де зображено амплітудно-частотні спектри цих коливань в точці на осі каналу при $D_4/D_2 = 0.6$ (рис. 3, а) та $D_4/D_2 = 1$ (рис. 3, б). Також варто відмітити, що не зважаючи на збільшення швидкості течії в отворі другої діафрагми, частота коливань поздовжньої швидкості суттєво не змінюється і становить $f \approx 631.2$ Гц при $D_4/D_2 = 1$ та $f \approx 646.5$ Гц при $D_4/D_2 = 0.6$.

При збільшенні діаметру отвору другої діафрагми структура поля також не зазнає значних змін до певного моменту. Кільцеві вихори, що утворюються при наближенні до другої діафрагми, зберігають свій розмір, завдяки чому із поверхнею діафрагми стикається та втягується у циркуляційний рух менша їх частина. Частота коливань поздовжньої швидкості у перерізі другої діафрагми також не зазнає суттєвих змін. Але при досягненні відношення діаметрів $D_4/D_2 = 1.5$ біля другої діафрагми вже не виникає циркуляційного руху (рис. 4, а). Вихори не розрізаються діафрагмою на дві частини, а повністю проходять у отвір. Внаслідок взаємодії вихорів із поверхневим шаром утворюються *вихори протилежної завихреності*, які рухаються проти потоку вздовж зсувного шару та утворюють циркуляційний рух біля першої діафрагми, що добре видно на рис. 4, б, де зображено лінії течії. Оскільки не відбувається взаємодії вихорів із поверхнею діафрагми, то тональний звук в даному випадку не збуджуватиметься.

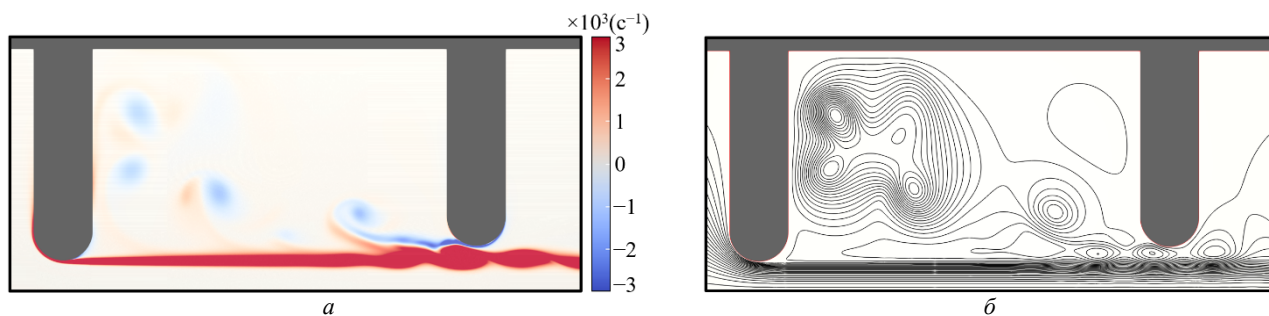


Рис. 4 – а – поле завихреності; б – лінії течії при $D_4/D_2 = 1.5$.

На рис. 5 зображено залежність числа Струхала St коливань поздовжньої швидкості від відношення діаметрів отворів діафрагм D_4/D_2 . Значення числа Струхала практично не змінюється при зміні відношення діаметрів отворів діафрагм та відповідає першому режиму автоколивань. При $D_4/D_2 = 0.9$, було отримано другий режим автоколивань з більшим числом Струхала.

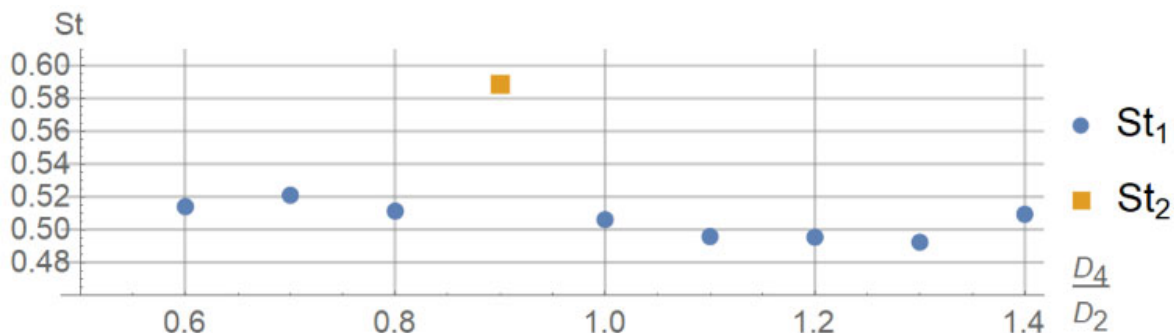


Рис. 5 – Залежність числа Струхала St коливань поздовжньої швидкості від D_4/D_2 .

Отримані результати узгоджуються з результатами інших авторів. Порівняння експериментальних результатів для різного взаємного розташування отворів у *стенозах* в роботі [18] показало, що несиметрія розташування отворів не призводить до зникнення чи зриву тональних звукових коливань, але спектральна палітра суттєво залежить від взаємного розташування отворів. У випадку, коли другий отвір був меншим за перший, спостерігався звуковий сигнал, спектр якого складався з великої кількості складових з дробовим співвідношенням частот. А коли другий отвір був більшим за перший майже в два рази, струмінь проходив повз стеноз, слабо взаємодіючи з його поверхнею, що не сприяло утворенню вихорів та звуку. В роботі [19] розглядалися методи управління потоком в нерегулярних каналах з двома звуженнями, а також методи управління ефективністю випромінювання звукової енергії таким потоком. Один із способів суттєвого послаблення зворотного зв'язку, що призводив до різкого зниження енергії звукоутворення, полягав у розширенні другого звуження. Шляхом прямого чисельного моделювання потоку в'язкої нестисливої рідини у плоскому каналі з двома звуженнями автори

показали, що вже при відношенні діаметрів отворів другого та першого звужень рівному 1.3, струмінь практично не розщеплювався на поверхні другого звуження та проникав через отвір, не створюючи потоку зворотного зв'язку.

Висновки. Отже, проведено чисельне моделювання течії рідини у циліндричному каналі з двома послідовними діафрагмами з отворами різного діаметру. У зв'язку з прийнятими припущеннями поставлена гідродинамічна задача розв'язувалася в межах моделі в'язкої нестисливої рідини. Розв'язання проводилося за методом скінченних об'ємів з використанням схем дискретизації другого порядку точності за простором та часом. Для інтерполяції конвективних членів використовувалася TVD форма центрально-різницевої схеми з обмежувачем потоку. Зв'язаний розрахунок полів швидкості й тиску проводився за допомогою процедури PISO.

Проведено аналіз особливостей руху середовища в області між діафрагмами в залежності від відношення діаметрів отворів діафрагм. Показано, що в певних межах відношення діаметрів отворів діафрагм у порожнині між діафрагмами встановлюється циркуляційний рух. З поверхні першої діафрагми зривається поверхневий шар та утворює кільцевий зсувний шар в області між звуженнями. При наближенні до другої діафрагми у ньому утворюється послідовність кільцевих вихорів, що взаємодіють із поверхнею діафрагми та призводять до виникнення тонального звуку. При зменшенні відношення діаметрів отвору другої діафрагми до першої, збільшується частка кінетичної енергії струменя, що бере участь у циркуляційному русі в середині порожнини між діафрагмами. Внаслідок цього зменшується амплітуда коливань швидкості в отворі другої діафрагми. При збільшенні ж відношення діаметрів отворів частка енергії, що бере участь у циркуляційному русі зменшується і при досягненні певного значення відношення діаметрів взаємодії між вихорами у зсувному шарі та поверхнею діафрагми не відбувається. Внаслідок цього припиняється збудження тонального звуку. Число Струхалія автоколивань практично не змінюється при зміні відношення діаметрів отворів. При розрахунках було отримано два різних режими автоколивань, що узгоджується із попередніми роботами. Для дослідження у наступних роботах залишається питання поведінки даної системи при подальшому зменшенні відношення діаметрів отворів діафрагм.

Список літератури

1. *Вовк І. В., Гринченко В. Т.* Звук, рождений потоком (очерки об аэрогидродинамической акустике). – К.: Наукова думка, 2010. – 221 с.
2. *Curle N.* The influence of solid boundaries upon aerodynamic sound // *Proceedings of the Royal Society A: Mathematical, Physical and Engineering Sciences.* – 1955. – Vol. 231. – № 1187. – P. 505 – 514.
3. *Langthjem M. A., Nakano M.* A numerical simulation of the hole-tone feedback cycle based on an axisymmetric discrete vortex method and Curle's equation // *J. Sound Vib.* – 2005. – Vol. 288. – № 1 – 2. – P. 133 – 176. <https://doi.org/10.1016/j.jsv.2004.12.023>.
4. *Langthjem M. A., Nakano M.* Asymptotic and numerical analysis of resonance and lock-in by flow-acoustic interaction in an expansion chamber-pipe system // *J. Fluid Sci. Tech.* – 2016. – Vol. 11. – № 4. – JFST0030. <http://dx.doi.org/10.1299/jfst.2016jfst0030>.
5. *Nakiboglu G., Manders H. B. M., Hirschberg A.* Aeroacoustic power generated by a compact axisymmetric cavity: prediction of self-sustained oscillation and influence of the depth // *J. Fluid Mech.* – 2012. – Vol. 703. – P. 163 – 191. <https://doi.org/10.1017/jfm.2012.203>.
6. *Khaoua N., Khezzer L., Alshehhi M.* Flow dynamics of a plane jet impinging on a slotted plate: large eddy simulation // *J. Applied Fluid Mech.* – 2017. – Vol. 10. – № 4. P. 1211 – 1222. <http://dx.doi.org/10.18869/acadpub.jafm.73.241.26518>.
7. *Малюга В. С.* Численное исследование течения в канале с двумя последовательно расположенными стенозами. Алгоритм решения // *Прикладна гідромеханіка.* – 2010. – Т. 12. – № 4. – С. 45 – 62.
8. *Wilson T. A., Beavers G. S., DeCoster M. A., Holger D. K., Regenfuss M. D.* Experiments on the fluid mechanics of whistling // *J. Acoust. Soc. America.* – 1971. – Vol. 50. – № 1B. – P. 366 – 372. <https://doi.org/10.1121/1.1912641>.
9. *Trotsenko Ya., Vovk I.* Numerical simulation of the 3-D flow in a cylindrical duct with two diaphragms at low Mach numbers // *J. Theor. and Appl. Mech. (Bulgaria).* – 2020. – Vol. 50. – № 2. – P. 190 – 201. <https://doi.org/10.7546/JTAM.50.20.02.08>.
10. *Jasak H.* Error analysis and estimation for the finite volume method with applications to fluid flows : Doctor of Philosophy thesis. – London : Imperial College of Science, Technology and Medicine, 1996. – 394 p.
11. *Waterson N. P., Deconinck H.* Design principles for bounded higher-order convection schemes – a unified approach // *J. Comput. Phys.* – 2007. – Vol. 224. – № 1. – P. 182 – 207. <https://doi.org/10.1016/j.jcp.2007.01.021>.
12. *Chakravarthy S. R., Osher S.* High resolution application of the Osher upwind scheme for the Euler equation // *Proc. AIAA Comp. Fluid Dyn. Conf.* – Danvers, MA, 1983. – P. 363 – 372.
13. *Issa R. I.* Solution of the implicitly discretised fluid flow equations by operator-splitting // *J. Comput. Phys.* – 1986. – Vol. 62. – № 1. – P. 40 – 65. [https://doi.org/10.1016/0021-9991\(86\)90099-9](https://doi.org/10.1016/0021-9991(86)90099-9).
14. *Barrett R., Berry M., Chan T. F., Demmel J., Donato J. M., Dongarra J., Eijkhout V., Pozo R., Romine C., Van der Vorst H.* Templates for the solution of linear systems: building blocks for iterative methods, 2nd edition. – Philadelphia : SIAM, 1994. – 107 p.
15. *Головинський А. Л., Маленко А. Л., Сергієнко І. В., Тульчинський В. Г.* Енергоєфективний суперкомп'ютер СКІТ-4 // *Вісник НАН України.* – 2013. – № 2. – С. 50 – 59.
16. *Ferziger J. H., Peric M.* Computational methods for fluid dynamics. – Berlin : Springer, 2002. – 430 p.
17. *Vovk I. V., Matsypura V. T., Trotsenko Ya. P.* Excitation of self-sustained oscillations by a flow of liquid in a cylindrical duct with two diaphragms // *J. Math. Sci.* – 2020. – Vol. 247. – № 2. – P. 258 – 275. <https://doi.org/10.1007/s10958-020-04801-5>.
18. *Басовський В. Г., Вовк І. В., Вовк О. І.* О возможности генерирования тональных звуковых колебаний потоком воздуха в бронхах со стенозом // *Акустичний вісник.* – 2003. – Т. 6. – № 1. – С. 3 – 21.
19. *Вовк І. В., Малюга В. С.* Контроль излучения звука потоком в нерегулярном канале // *Доповіді НАН України.* – 2015. – № 1. – С. 50 – 55.

References (transliterated)

1. *Vovk I. V., Grinchenko V. T.* *Zvuk, rozhdennyi potokom (ocherki ob aerogidrodinamicheskoy akustike)* [The sound born flow (essay about an aerohydrodynamical acoustics)]. Kyiv, Naukova dumka Publ., 2010. 221 p.
 2. *Curle N.* The influence of solid boundaries upon aerodynamic sound. *Proceedings of the Royal Society A: Mathematical, Physical and Engineering Sciences.* – 1955. – Vol. 231. – № 1187. – P. 505 – 514.
- Вісник Національного технічного університету «ХПІ». Серія: Математичне моделювання в техніці та технологіях, № 1 ' 2023.*

- ing Sciences. 1955, vol. 231, no. 1187, pp. 505–514.
3. Langthjem M. A., Nakano M. A numerical simulation of the hole-tone feedback cycle based on an axisymmetric discrete vortex method and Curle's equation. *J. Sound Vib.* 2005, vol. 288, no. 1–2, pp. 133–176. <https://doi.org/10.1016/j.jsv.2004.12.023>.
 4. Langthjem M. A., Nakano M. Asymptotic and numerical analysis of resonance and lock-in by flow-acoustic interaction in an expansion chamber-pipe system. *J. Fluid Sci. Tech.* 2016, vol. 11, no. 4, JFST0030. <http://dx.doi.org/10.1299/jfst.2016jfst0030>.
 5. Nakiboglu G., Manders H. B. M., Hirschberg A. Aeroacoustic power generated by a compact axisymmetric cavity: prediction of self-sustained oscillation and influence of the depth. *J. Fluid Mech.* 2012, vol. 703, pp. 163–191. <https://doi.org/10.1017/jfm.2012.203>.
 6. Khaoua N., Khezzer L., Alshehhi M. Flow dynamics of a plane jet impinging on a slotted plate: large eddy simulation. *J. Applied Fluid Mech.* 2017, vol. 10, no. 4, pp. 1211–1222. <http://dx.doi.org/10.18869/acadpub.jafm.73.241.26518>
 7. Malyuga V. S. Chislennoye issledovanie techeniya v kanale s dvumya posledovatel'no raspolozhennymi stenozami. Algoritm resheniya [Numerical investigation of the flow in a duct with two serial stenoses. Algorithm of the solution]. *Prykladna gidromekhanika* [Applied Hydromechanics]. 2010, vol. 12, no. 4, pp. 45–62.
 8. Wilson T. A., Beavers G. S., DeCoster M. A., Holger D. K., Regenfuss M. D. Experiments on the fluid mechanics of whistling. *J. Acoust. Soc. America.* 1971, vol. 50, no. 1B, pp. 366–372. <https://doi.org/10.1121/1.1912641>.
 9. Trotsenko Ya., Vovk I. Numerical simulation of the 3-D flow in a cylindrical duct with two diaphragms at low Mach numbers. *J. Theor. and Appl. Mech. (Bulgaria)*. 2020, vol. 50, no. 2, pp. 190–201. <https://doi.org/10.7546/JTAM.50.20.02.08>.
 10. Jasak H. *Error analysis and estimation for the finite volume method with applications to fluid flows. Doctor of Philosophy thesis.* London, Imperial College of Science, Technology and Medicine., 1996. 394 p.
 11. Waterson N. P., Deconinck H. Design principles for bounded higher-order convection schemes – a unified approach. *J. Comput. Phys.* 2007, vol. 224, no. 1, pp. 182–207. <https://doi.org/10.1016/j.jcp.2007.01.021>.
 12. Chakravarthy S. R., Osher S. High resolution application of the Osher upwind scheme for the Euler equation. *Proc. AIAA Comp. Fluid Dyn. Conf.* Danvers, MA, 1983. pp. 363–372.
 13. Issa R. I. Solution of the implicitly discretised fluid flow equations by operator-splitting. *J. Comput. Phys.* 1986, vol. 62, no. 1, pp. 40–65. [https://doi.org/10.1016/0021-9991\(86\)90099-9](https://doi.org/10.1016/0021-9991(86)90099-9).
 14. Barrett R., Berry M., Chan T. F., Demmel J., Donato J. M., Dongarra J., Eijkhout V., Pozo R., Romine C., Van der Vorst H. *Templates for the solution of linear systems: building blocks for iterative methods, 2nd edition.* Philadelphia, SIAM, 1994. 107 p.
 15. Golovyns'kyy A. L., Malenko A. L., Sergienko I. V., Tul'chyns'kyy V. G. Energoefektyvnyy superkomp'yuter SKIT-4 [Power efficient supercomputer SCIT-4]. *Visnyk NAN Ukrainy* [Bulletin of the National Academy of Science of Ukraine]. 2013, no. 2, pp. 50–59.
 16. Ferziger J. H., Peric M. *Computational methods for fluid dynamics.* Berlin, Springer, 2002. 430 p.
 17. Vovk I. V., Matsypura V. T., Trotsenko Ya. P. Excitation of self-sustained oscillations by a flow of liquid in a cylindrical duct with two diaphragms. *J. Math. Sci.* 2020, vol. 247, no. 2, pp. 258–275. <https://doi.org/10.1007/s10958-020-04801-5>.
 18. Basovskiy V. G., Vovk I. B., Vovk O. I. O vozmozhnosti generirovaniya tonal'nykh zvukovykh kolebaniy potokom vozdukh v bronkhakh so stenozom [On the possibility of generating tonal sound vibrations by the air flow in a bronchi with stenosis]. *Akustichnyy visnyk* [Акустичний вісник]. 2003, vol. 6, no. 1, pp. 3–21.
 19. Vovk I. V., Malyuga V. S. Kontrol' izlucheniya zvuka potokom v neregulyarnom kanale [Control of the sound emission by a flow in an irregular channel]. *Dopovidi NAN Ukrainy* [Reports of the National Academy of Sciences of Ukraine]. 2015, no. 1, pp. 50–55.

Надійшла (received) 21.04.2023

Відомості про авторів / Сведения об авторах / Information about authors

Троценко Ярослав Павлович – доктор філософії з галузі математики та статистики, асистент кафедри моделювання складних систем, Київський національний університет імені Тараса Шевченка, м. Київ; тел.: (050) 160-18-11; e-mail: yaroslav.p.trotsenko@gmail.com.

Троценко Ярослав Павлович – доктор філософії в області математики и статистики, асистент кафедри моделювання складних систем, Киевский национальный университет имени Тараса Шевченко, г. Киев; тел.: (050) 160-18-11; e-mail: yaroslav.p.trotsenko@gmail.com.

Trotsenko Yaroslav Pavlovych – Doctor of Philosophy in Mathematics and Statistics, Assistant Professor of the Department of Complex Systems Modeling, Taras Shevchenko National University of Kyiv, Kyiv; tel.: (050) 160-18-11; e-mail: yaroslav.p.trotsenko@gmail.com.