

**Н. О. ЧІКІНА, І. В. АНТОНОВА**

### ПРЕДПРОГНОЗНИЙ АНАЛІЗ ЧАСОВИХ РЯДІВ З ДОВГОТРИВАЛОЮ ПАМ'ЯТТЮ

Проведено передпрогнозний аналіз із застосуванням методів нелінійної динаміки, теорії хаосу реальних часових рядів, що характеризують поширеність деякого класу шкірних патологій в Україні. Підставою для таких досліджень є теорема Такенса. Розглянуті часові ряди не підпорядковуються нормальному закону розподілу, для них не підтверджується гіпотеза про наявність тренду. За попередніми дослідженнями авторів був обчислений індекс фрактальності  $\mu$ , значення якого свідчить про стан відносної стабільності досліджуваного процесу. Оцінка кореляційного співвідношення підтвердила практичну відсутність впливу сьогодення на майбутнє у досліджуваному числовому ряді. Виявлена під час побудови фазового портрету часового ряду біфуркація атрактора допускає появу у системи таких змін її стану, які можуть бути інтерпретовані як стрибкоподібні або близькі до них. Значення характеристичного показника Ляпунова підтверджує, що траєкторія досліджуваного часового ряду є хаотичною. В дослідженнях, що представлені, проведено процедуру якісного аналізу часового ряду. За допомогою  $R/S$  процедури фрактального аналізу було виявлено ефект довготривалої пам'яті часового ряду, проведено оцінку «глибини пам'яті початку часового ряду» та оцінку показника Херста. Відповідно до виконаних обчислень, поведінка  $H$  – траєкторії і  $R/S$  – траєкторії є такою, що дає підставу стверджувати, що часовий ряд має довготривалу пам'ять. При проведенні  $R/S$  процедури фрактального аналізу часового ряду в цілому, аналізувались часові ряди сімейства  $Q(X)$  початкового часового ряду  $X(t)$ . Побудовано розподіл оцінок глибини пам'яті, сформована нечітка множина  $L(Q(X))$  «глибина пам'яті часового ряду  $X(t)$ » в цілому, яка отримується з послідовності пар  $\{1; \mu(1)\}$ , де  $\mu(1)$  – значення функції приналежності «глибини 1» нечіткій множині  $L(Q(X))$ . Наявність у часового ряду ефекту довготривалої пам'яті дає можливість застосувати у прогнозуванні його значень метод клітинних автоматів.

**Ключові слова:** часовий ряд, методи нелінійної динаміки, теорема Такенса,  $R/S$  – аналіз, ефект довготривалої пам'яті, глибина пам'яті, показник Херста.

**Н. А. ЧИКИНА, И. В. АНТОНОВА**

### ПРЕДПРОГНОЗНИЙ АНАЛІЗ ВРЕМЕННЫХ РЯДОВ С ДОЛГОВРЕМЕННОЙ ПАМ'ЯТТЮ

Проведена процедура качественного предпрогнозного анализа с применением методов нелинейной динамики и теории хаоса временных рядов, характеризующих распространенность различных кожных заболеваний в Украине, для которых не подтверждается гипотеза о наличии тренда. Основанием для таких исследований является теорема Такенса. Отсутствие тренда у исследуемого временного ряда подтверждено статистическими расчетами. При проведении фрактального анализа был выявлен эффект долговременной памяти временного ряда, проведена оценка «глибины памяти начала временного ряда» и оценка показателя Херста. Наличие у временного ряда эффекта долговременной памяти дает возможность применения в прогнозировании его значений метода клеточных автоматом.

**Ключевые слова:** временной ряд, методы нелинейной динамики, теорема Такенса,  $R/S$  – анализ, эффект долговременной памяти, глубина памяти, показатель Херста.

**N. O. CHIKINA, I. V. ANTONOVA**

### PREDICTIVE ANALYSIS OF TIME SERIES WITH LONG-TERM MEMORY

Predictive analysis with the use of nonlinear dynamics methods, chaos theory of real time series, characterizing the prevalence of a certain class of skin pathologies in Ukraine was carried out. The basis for such studies is the Tackens' theorem. The considered time series does not conform to the normal distribution law, and the hypothesis of a trend is not confirmed for them. According to previous studies, the authors calculated the fractality index  $\mu$ , the value of which indicates the state of relative stability of the studied process. The assessment of the correlation confirmed the practical absence of the influence of the present on the future in the studied numerical series. The bifurcation of the attractor revealed during the construction of the time series phase portrait allows the system to have such changes in its state that can be interpreted as jump-like or close to them. The value of the Lyapunov characteristic exponent confirms that the trajectory of the studied time series is chaotic. In the presented research, the procedure of qualitative analysis of the time series was carried out. Using the  $R/S$  procedure of fractal analysis, the effect of the time series long-term memory was revealed, the «depth of memory of the time series starting point» and the Hurst index were estimated. According to the performed calculations, the behavior of the  $H$  – trajectory and  $R/S$  – trajectory is such that it gives grounds to assert that the time series has a long-term memory. When carrying out the  $R/S$  procedure of fractal analysis of the time series as a whole, the time series of the family  $Q(X)$  of the initial time series  $X(t)$  were analyzed. The distribution of the memory depth estimates was constructed, the fuzzy set  $L(Q(X))$  describing «memory depth of the time series  $X(t)$ » as a whole was formed, which is received from a sequence of pairs  $\{1; \mu(1)\}$ , where  $\mu(1)$  is the value of the membership function «depth 1» of the fuzzy set  $L(Q(X))$ . The presence in the time series of the long-term memory effect makes it possible to apply the method of cellular automata in predicting its values.

**Key words:** time series, nonlinear dynamics methods, Tackens' theorem,  $R/S$  analysis, long-term memory effect, memory depth, Hurst index.

**Вступ.** Побудова моделі досліджуваної системи здійснюється за величинами, що спостерігаються. У медицині, екології, соціології динаміку об'єкта дослідження відстежують за часовими реалізаціями – *часовими рядами (ЧР)*. Більшість підходів до прогнозування ЧР виходить з припущення, що спостереження, з яких складається початковий ЧР, точні, незалежні і підпорядковуються *нормальному закону розподілу*. Як правило, при цьому використовуються *методи*, що дають кількісний прогноз (*точковий або інтервальний*), які базуються на інструментарії математичної статистики, насамперед таких її розділів, як *кореляційний, регресійний, дискримінантний аналіз*, а також *моделі авторегресії*. Важливо відзначити, що прогнозування з урахуванням статистичних методів виявилось досить успішним, оскільки аналізовані ЧР відповідали стаціонарним процесам. Для ЧР, у яких гіпотеза існування тренда не підтверджується, такі методи не продуктивні. У методах математичної статистики

при прогнозуванні не береться до уваги хаотична природа процесу поширення видів шкірних захворювань. Іншими словами, йдеться не про тренд, а про тренд із шумом, як показав британський гідролог Херст, досліджуючи статистику обсягів стоків вод [1].

Застосування *методів теорії нелінійних динамічних систем* до аналізу ЧР засноване на припущенні, що існуючий ряд описує поведінку системи, що вивчається, і це єдина доступна інформація про неї. За відомою *теоремою Такенса* [2] для адекватного опису динамічної системи загалом достатньо єдиного ЧР.

**Аналіз останніх досліджень.** У роботі [3] обґрунтовуються причини малої інформативності статистичних показників як наслідок наявності *фрактальних властивостей* у поведінці ЧР, емпірична функція розподілу яких не узгоджується з нормальним розподілом. Тому для виявлення загальної тенденції поведінки ЧР пропонується на етапі передпрогнозного аналізу використовувати *методи теорії хаосу*, які дають змогу провести якісний аналіз досліджуваного ЧР. По відношенню до динаміки соціально-природних систем і процесів теорія хаосу не тільки пояснює *біфуркаційні явища* (великі падіння або великі викиди), а й стверджує, що їх неможливо передбачити, оскільки природа не є рядом повторюваних закономірностей і характеризується локальною випадковістю та глобальним порядком. З цієї причини багато аналітиків обґрунтовано припустили, що розпізнати в хаотичному русі нові закономірності їм допоможе фрактальна природа ЧР [1 – 3]. Важливим моментом у фрактальному підході є вплив передісторії випадкового процесу на поведінку системи у даний час. Тому цей метод аналізу ЧР викликає особливий інтерес у дослідників.

Аналіз ЧР методами теорії нелінійних динамічних систем набуває все більшого поширення. За термінологією цієї теорії процес, що описується ЧР, містить детермінований хаос, або, простіше кажучи, є хаотичним. З точки зору лінійних методів аналізу – це *стохастичні процеси*. Нелінійний аналіз показує, що з одного боку, ці процеси не можна віднести до детермінованих, з іншого боку, абсолютно випадковими вони також не є. Іншими словами, прогнозування стану системи з певною точністю можливе, але лише короткострокове.

ЧР, що розглядається, не вперше привертає увагу авторів. Так, у роботі [4] було представлено результати застосування методів фрактального аналізу для ідентифікації ЧР, що характеризує поширеність різних шкірних захворювань в Україні. Цей метод ґрунтується на обчисленні *індексу фрактальності  $\mu$*  та використовується для визначення фрактальних характеристик ЧР у медицині та соціології.

Індекс фрактальності  $\mu$  є показником стабільності початкового ЧР. Отримане в результаті обчислень значення  $\mu = 0,66 \pm 0,073$ , тобто  $\mu > 0,5$ , інтерпретується як *флет*, що свідчить про стан відносної стабільності досліджуваного процесу. Іншими словами, у роботі [4] прогнозувалося, що найближчим часом в Україні не очікується різка зміна у структурі захворюваності на різні шкірні патології. Також була знайдена оцінка кореляційного співвідношення  $C \approx -0,08$ , значення якої підтвердило практичну відсутність впливу сьогодення на майбутнє у досліджуваному ЧР.

У роботі [5] були представлені результати застосування *методу фрактального аналізу*, що ґрунтується на оцінці хаотичності динаміки ЧР за допомогою *характеристичних показників Ляпунова* та процедури відновлення *фазової траєкторії*. Виявлена під час побудови фазового портрету ЧР *біфуркація атрактора* допускає появу у системи таких змін її стану, які можуть бути інтерпретовані як стрибкоподібні або близькі до них. Отримане значення  $\lambda_p(x_1) \approx 1,18$  характеристичного показника Ляпунова підтверджує, що траєкторія досліджуваного ЧР є хаотичною.

Властивість ЧР – довготривала пам'ять – передбачає здатність ряду до збереження, накопичення та відтворення інформації, що характеризується практично необмеженим часом внаслідок систематичного повторення *семантично закодованої інформації*, що призводить до встановлення асоціативних зв'язків між елементами, за якими окрема інформація може бути відновлена. Нині відчувається дефіцит публікацій таких досліджень. Відомо, що наявність у ЧР ефекту довготривалої пам'яті дає можливість застосування у прогнозуванні його значень *методу клітинних автоматів*. Є достатньо великий перелік робіт, в яких викладаються результати використання *теорії клітинних автоматів* в економіці [3].

**Постановка задачі.** Метою цих досліджень є виявлення за допомогою фрактального аналізу передпрогнозних характеристик – ефекту довготривалої пам'яті, оцінки її глибини та *показника Херста* у ЧР, що характеризує захворюваність на різні шкірні патології в Україні.

**Математична модель та результати досліджень.** Нехай заданий *скалярний евклідовий* ЧР  $X(t) = \{x(t_i)\}_{i=1}^n$ , вимірювання якого  $x(t_i)$  у моменти спостережень  $t_i, i = \overline{1, n}$ , характеризують захворюваність в Україні деяким класом шкірних патологій (рис. 1). Джерелом інформації про стан здоров'я населення є дані, які містяться в офіційній статистичній звітності МОЗ України [6].

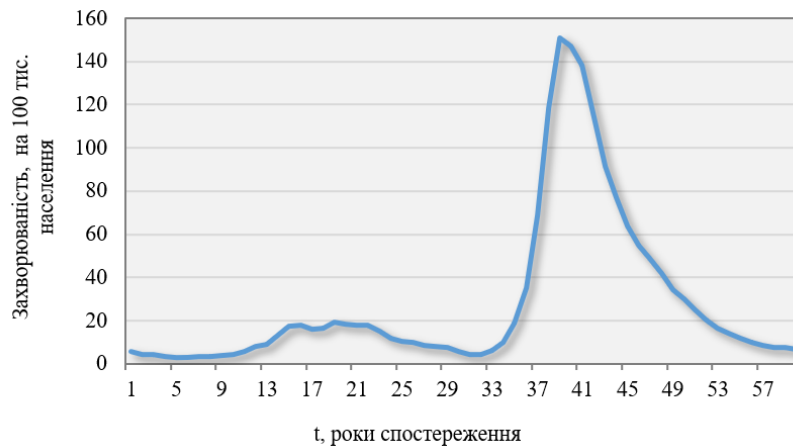


Рис. 1 – Захворюваність досліджуваним класом шкірних патологій в Україні.

У дослідженнях [4, 5] зазначалася відсутність тренду в динаміці досліджуваних показників, що робить практично неможливим якісний прогноз захворюваності, навіть короткостроковий.

У процесі статистичного аналізу ЧР, що розглядається, переконаємося, що даний ЧР не підпорядковується нормальному закону розподілу, що підтверджує і гістограма емпіричного розподілу ЧР (рис. 2).

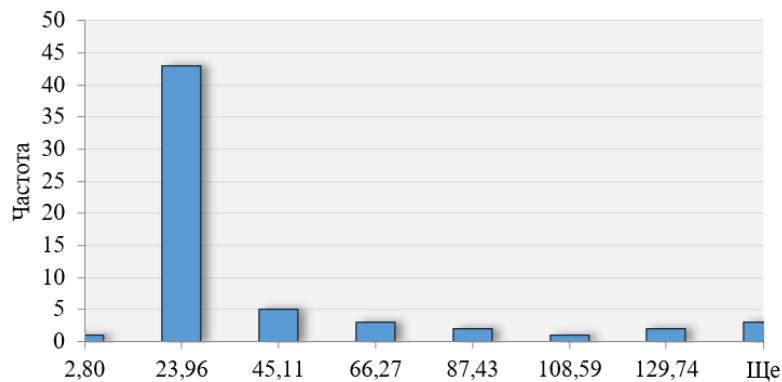


Рис. 2 – Гістограма емпіричного розподілу досліджуваного часового ряду.

Про відсутність підпорядкування нормальному закону говорять також знайдені коефіцієнти асиметрії і ексцесу:  $A = 2,129673$  і  $E = 3,719241$ .

Крім того, розглядаючи низку прирощень  $\Delta x_i = x_{i+1} - x_i$ ,  $i = 1, 2, \dots, n-1$ , переконаємося, що максимальне значення абсолютної величини прирощень  $\left( \max_{1 \leq i \leq n} |\Delta x_i| \right)$  перевищує значення математичного очікування. Беручи до уваги цей факт, а також наявність частішої зміни знаків прирощень, можна стверджувати, що трендові компоненти фактично не представляють цінної інформації для прогнозування ЧР, що розглядається.

Таким чином, традиційні статистичні методи передпрогнозного аналізу нашого ЧР не є адекватними.

Тому в цих дослідженнях розглядається принципово новий метод передпрогнозного дослідження ЧР, що базується на процедурах фрактального аналізу.

Фрактальний аналіз ЧР проводиться з метою виявлення у ЧР наявності ефекту довготривалої пам'яті, оцінки її глибини та значення показника Херста  $H$ .

Крім того, фрактальний аналіз передбачає такі характеристики ЧР, як трендостійкість або стан «повернення до середнього частіше, ніж при випадковій поведінці ЧР», а також виявлення квазіциклів.

Знання фрактальних характеристик ЧР дозволяє оцінити перспективність надійного прогнозування значень ЧР за допомогою моделі клітинного автомата. Стьйкість тренду та рівень шуму оцінюються тим, як змінюється з часом нормований розмах  $R/S$  ЧР, чи наскільки показник Херста  $H$  перевищує значення  $0,5$ . Якщо рівні ЧР відображають суто випадковий процес (є незалежними випадковими величинами), то значення показника Херста  $H = 0,5$ .

Суть  $R/S$  – методу, більш повний опис якого можна знайти у [3], полягає у наступному. Розглянемо ЧР  $X(t) = \{x(t_i)\}_{i=1}^n$  та його початкові відрізки  $X_\tau = \{x_1, x_2, \dots, x_\tau\}$ ,  $\tau = 3, 4, \dots, n$ .

Для кожного з цих рядів обчислюється поточне середнє:  $\bar{x}_\tau = \frac{1}{\tau} \sum_{i=1}^{\tau} x_i$ .

1. Для кожного відрізка ряду  $X_\tau$ ,  $\tau = 3, 4, \dots, n$ , обчислюються накопичені відхилення довжини  $t$ :

$$X(\tau, t) = \sum_{i=1}^t (x(i) - \bar{x}(\tau)), \quad t = \overline{1, \tau}.$$

2. Обчислюється розмах  $R$ :  $R = R(\tau) = \max_{1 \leq t \leq \tau} (X(\tau, t)) - \min_{1 \leq t \leq \tau} (X(\tau, t))$ .

3. Проводиться нормування розмаху  $R$ :

$$R/S = \frac{R(\tau)}{S(\tau)} = \frac{\max_{1 \leq t \leq \tau} (X(\tau, t)) - \min_{1 \leq t \leq \tau} (X(\tau, t))}{\sqrt{\frac{1}{\tau-1} \sum_{t=1}^{\tau} (x(t) - \bar{x}(\tau))^2}}, \quad 3 \leq \tau \leq n.$$

Оцінку показника Херста  $H = H(\tau)$  отримуємо із співвідношення:  $R/S = (a \cdot \tau)^H$ . Вважаючи  $a = \frac{1}{2}$  [3] і логарифмуючи рівність  $R/S = \left(\frac{\tau}{2}\right)^H$ , отримуємо координати  $(x_\tau; y_\tau)$  точок  $H$ -траєкторії:

$$x_\tau = \tau, \quad y_\tau = H(\tau) = \frac{\ln(R(\tau)/S(\tau))}{\ln\left(\frac{\tau}{2}\right)}, \quad \tau = 3, 4, \dots, n.$$

Також результатом  $R/S$ -аналізу є і  $R/S$ -траєкторія, що представляється в логарифмічних координатах послідовністю точок  $x_\tau = \ln\left(\frac{\tau}{2}\right)$ ,  $y_\tau = \ln(R(\tau)/S(\tau))$ ,  $\tau = 3, 4, \dots, n$  (рис. 3).

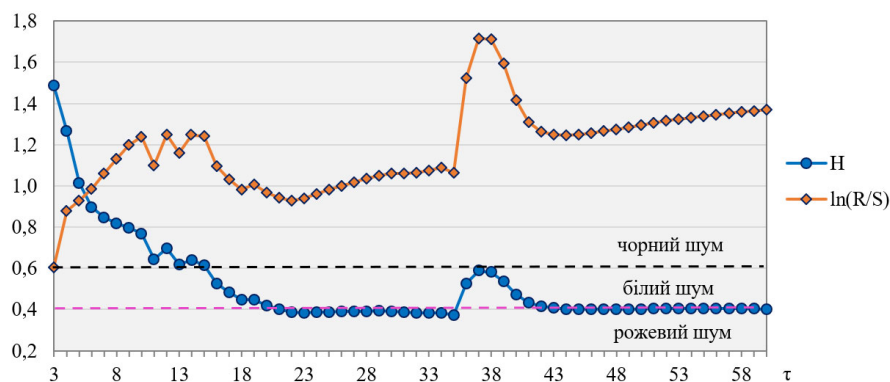


Рис. 3 –  $R/S$ - та  $H$ -траєкторії часового ряду  $X(t)$ .

На графіках  $R/S$ - і  $H$ -траєкторій не представлені початкові точки ЧР  $x_1$  і  $x_2$  через особливості алгоритму  $R/S$ -аналізу.

Однією з основних фрактальних характеристик ЧР є колір шуму, який відповідає цьому ряду на тому чи іншому часовому відрізку [7].

4. Аналіз кольору шуму з використанням його відомого трактування виглядає таким чином:

- значення  $H \in (0; 0,2)$  – *коричневий шум* (повна невизначеність щодо прогнозованості ЧР);
- $H \in [0,2; 0,4)$  – *рожевий шум* (антиперсистентність відповідного відрізка ЧР);
- $H \in [0,4; 0,6]$  – *білий шум* (найменша прогнозованість);
- $H \in (0,6; 0,67)$  – *сірий шум* (область нечіткого розмежування між чорним та білим шумом);
- $H \in [0,67; 1]$  – *чорний шум*. Чим більше значення  $H$ , тим більша *трендостійкість*, що властива даному відрізку ЧР, і тим краща прогнозованість.

Фактично, мова в цій класифікації значень показника Херста  $H$  йде про те, що при  $0 < H < 0,5$  ЧР є *антиперсистентним*, тобто таким, в якому відбувається часте «повернення до середнього». Чим ближче  $H$  до

нуля, тим стійкіші ці коливання. Але таких процесів у природі дуже мало.

Якщо  $H = 0,5$ , то ЧР є стохастичним. Відповідний процес називається «білим шумом».

Якщо  $0,5 < H < 1$  – ряд є персистентним. Такі процеси називаються «чорним шумом». Відповідні їм ЧР трендостійкі, мають ефект довготривалої пам'яті. Чим ближче  $H$  до 1, тим більше виражена трендостійкість. Чим ближче  $H$  до 0,5, тим більш зашумлений ЧР, і менш виражений тренд.

Підставою для того, щоб стверджувати, що ЧР має довготривалу пам'ять, є виконання наступних умов:

1.  $H$  – траєкторія через кілька початкових точок потрапляє до області чорного шуму.

2. Для  $R/S$  – траєкторії ці точки входження в область чорного шуму демонструють наявність тренду.

3. Глибина пам'яті про початок ЧР визначається таким номером  $\tau = l$ , для якого  $H$  – траєкторія у точці  $\tau = l$ , перебуваючи в області чорного шуму, отримує негативний приріст.

4.  $R/S$  – траєкторія у цій точці показує «зрив із тренду», тобто різку зміну тренду попередніх точок 3, 4, ...,  $l$  цієї  $R/S$  – траєкторії. Після «зриву з тренду»  $R/S$  – траєкторія на цей тренд не повертається.

Відповідно до виконаних обчислень, на рис. 3 представлені  $H$  – і  $R/S$  – траєкторії, аналіз яких дає можливість зробити висновок, що для даного ЧР умови 1 – 4 виконані: зміна тренду  $R/S$  – траєкторії відбувається у точці  $l = 6$  і  $R/S$  – траєкторія на цей тренд не повертається. При цьому відбувається одночасно поступовий вихід  $H$  – траєкторії із зони чорного шуму ( $H(6) = 0,95$ ) у зону білого шуму ( $H(11) = 0,61$ ). Це дозволяє глибину пам'яті про початок ряду оцінити числом  $l = 6$ .

Фрактальний аналіз ЧР **в цілому** починається з побудови на його основі сімейства ЧР: сформуємо на базі початкового ЧР сімейство  $\Omega(X) = \{X^q\}$ ,  $q = \overline{1, m}$ , часових рядів, що складаються з  $m < n$  ЧР виду:

$$X^q = \{x_i^q\}, \quad i = \overline{1, n_q}.$$

Ряд  $X^q$  отримується із початкового ряду видаленням першого елемента  $x_1^{q-1}$  у ряді  $X^{q-1}$ .

Число  $m$  визначається як найбільше значення індексу  $q$ , таке, що ЧР  $X^q$  ще має точку зміни тренду в його  $R/S$  – траєкторії. Початковий ЧР також належить цьому сімейству, йому відповідає  $q = 0$ .

Для кожного представника  $X^q$ ,  $q = \overline{1, m}$ , сімейства  $\Omega(X)$  проводиться  $R/S$  – аналіз, під час якого отримуємо послідовність значень  $l_q$ ,  $q = \overline{1, m}$ , оцінок довжин пам'яті ЧР  $X^q$ .

Так, наприклад, для ЧР  $X^{15}$  оцінка довжини його пам'яті складає  $l_{15} = 9$  (рис. 4).

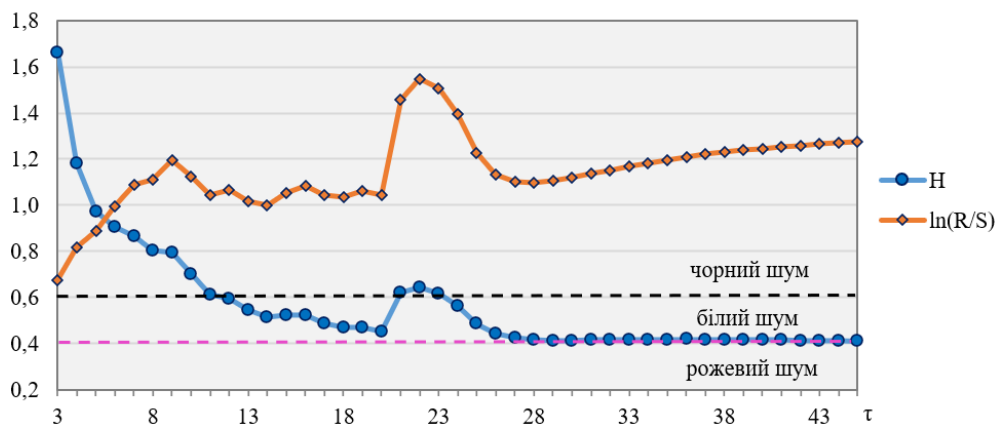


Рис. 4 –  $R/S$  – та  $H$  – траєкторії часового ряду  $X^{15}$ .

Прийmemo найбільш відомі в подібних обчисленнях позначення:  $N(l)$  – кількість ЧР із сімейства  $\Omega(X) = \{X^q\}$ , у кожного з яких номер точки зміни тренду дорівнює числу  $l$ ;  $p(l) = \frac{N(l)}{m}$  – частка таких рядів у сімействі  $\Omega(X) = \{X^q\}$ , у кожного з яких втрата пам'яті відбулася на глибині  $l$ ;  $\mu(l)$  – значення функції приналежності «глибини  $l$ » нечіткій множині  $L(\Omega(X))$ . Послідовність значень  $\mu(l)$  формувалась пропорційно відповідній послідовності значень  $p(l)$ ,  $l \in L(\Omega(X))$ , таким чином щоб  $\mu(l) < 1 \quad \forall l \in L(\Omega(X))$ .

У виявленій множині значень оцінок глибини пам'яті  $\{3, 4, 5, \dots, 11\}$  для сімейства рядів  $\Omega(X) = \{X^q\}$ ,  $q = \overline{1, m}$ , початкового ЧР  $X(t) = \{x(t_i)\}_{i=1}^n$  найчастіше зустрічаються значення 6 і 7. Середнє значення оцінки глибини пам'яті по ряду в цілому становить 7 років.

Розподіл оцінок глибини пам'яті наводиться у табл. 1.

Таблиця 1 – Розподіл оцінок глибини пам'яті

$l$	3	4	5	6	7	8	9	10	11
$N(l)$	3	3	3	9	6	3	4	3	1
$p(l)$	0,085	0,085	0,085	0,26	0,177	0,085	0,11	0,085	0,028
$\mu(l)$	0,255	0,255	0,255	0,78	0,531	0,255	0,33	0,255	0,084

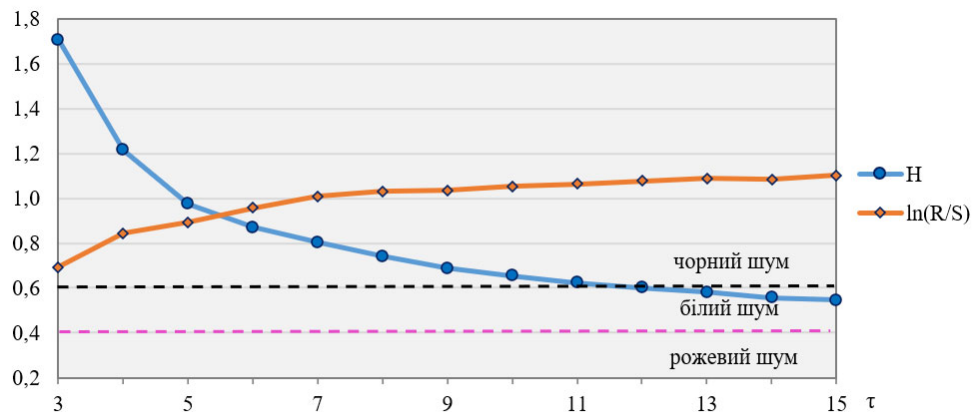
Формування нечіткої множини  $L(\Omega(X))$  «глибина пам'яті ЧР  $X(t)$ » в цілому відбувається формуванням послідовності пар  $\{l; \mu(l)\}$  (табл. 1):

$$L(\Omega(X)) = \{(3; 0,255), (4; 0,255), (5; 0,255), (6; 0,78), (7; 0,531), (8; 0,255), (9; 0,33), (10; 0,255), (11; 0,084)\}.$$

Результати проведених досліджень отримано за допомогою пакета RStudio – вільного середовища розроблення програмного забезпечення з відкритим вихідним кодом для мови програмування R, що призначена для статистичного опрацювання даних і роботи з графікою [9].

**Перспективи подальших досліджень.** З точки зору передпрогнозного аналізу найбільш істотною властивістю нечіткої множини  $L(\Omega(X))$  є те, що ЧР  $X(t) = \{x(t_i)\}_{i=1}^n$  в цілому відповідає середнє значення «довжини пам'яті про початок ряду»  $l = 7$  з функцією приналежності  $\mu(7) = 0,531$ , що говорить про відносну трендостійкість ЧР. Однак слід зауважити, що показник «глибина пам'яті» не фіксується у ЧР сімейства  $\Omega(X) = \{X^q\}$ ,  $q = \overline{1, m}$ , початкового ЧР  $X(t) = \{x(t_i)\}_{i=1}^n$ , починаючи з  $m = 36$ .

Щоб побачити, як це виглядає графічно, наведемо для прикладу графіки  $R/S$  – і  $H$  – траєкторій для випадку  $m = 45$  (рис. 5).

Рис. 5 –  $R/S$  – та  $H$  – траєкторії часового ряду  $X^{45}$ .

Автори вважають, що у таких ситуаціях з метою підвищення надійності прогнозування ЧР, що досліджується, є сенс застосувати гібридні моделі, що засновані на теорії інтелектуального аналізу та генетичних алгоритмах, зокрема, на базі клітинно-автоматної прогновної моделі [8], яка дає задовільні прогнозні значення за умови наявності ефекту довготривалої пам'яті.

**Висновки.** В роботі проведено передпрогнольний аналіз реальних ЧР, що характеризують поширеність деяких шкірних патологій в Україні. Для таких ЧР не підтверджується гіпотеза про наявність тренду. В дослідженнях, що представлені, проведено  $R/S$  процедуру фрактального аналізу ЧР  $X(t) = \{x(t_i)\}_{i=1}^n$  і відповідного

йому сімейства рядів  $\Omega(X) = \{X^q\}$ ,  $q = \overline{1, m}$ , початкового ЧР. Це дало можливість виявити ефект довготривалої пам'яті ЧР, провести оцінку «глибини пам'яті початку часового ряду» та зробити оцінку показника Херста. З отриманої при обчисленні інформації побудовано розподіл оцінок глибини пам'яті, сформована нечітка множина  $L(\Omega(X))$  «глибина пам'яті» ЧР  $X(t)$  в цілому. Результати досліджень дають можливість застосування методу клітинних автоматів для отримання прогнозних значень ЧР, що досліджувався.

#### Список літератури

1. Hurst H. E. Long-term storage capacity of reservoirs // Transactions of American Society of Civil Engineers. – 1951. – vol. 116. – 770 p.
2. Takens F., Rand D. A., Young L.-S. Detecting strange attractors in turbulence // Dynamical Systems and Turbulence, Lecture Notes in Mathematics. – Springer-Verlag, 1981. – vol. 898. – pp. 366 – 381.
3. Петерс Э. Хаос и порядок на рынках капитала. Новый аналитический взгляд на циклы, цены и изменчивость рынка. – М.: Мир, 2000. – 333 с.
4. Антонова И. В., Чикина Н. А. Применение методов фрактального анализа к исследованию временных рядов // Вісник Національного технічного університету «ХПІ». Серія: Інформатика та моделювання. – Харків: НТУ «ХПІ», 2015. – № 21. – С. 9 – 14.
5. Antonova I. V., Chikina N. A. Prepropriate analysis of time series by methods of fractal analysis and phase trajectories // Вісник Національного технічного університету «ХПІ». Серія: Математичне моделювання в техніці та технологіях. – Харків: НТУ «ХПІ», 2018. – № 3 (1279). – С. 3 – 8.
6. Кутасевич Я. Ф., Волкославська В. М. Стан ресурсів і діяльність дерматовенерологічної служби за 1998 – 2018 рр. в Україні. Нагальні задачі // Дерматологія та венерологія. – 2019. – № 2 (84). – С. 46 – 49.
7. Федер Е. Фракталы. – М.: Мир, 1991. – 262 с.
8. Шредер М. Фракталы, хаос, степенные законы. Миниатюры из бесконечного рая. – Ижевск, 2001. – 516 с.
9. The R Project for Statistical Computing. – Режим доступу: <https://www.r-project.org/>. – Дата звернення: 10 вересня 2022.

#### References (transliterated)

1. Hurst H. E. Long-term storage capacity of reservoirs. *Transactions of American Society of Civil Engineers*. 1951, vol. 116, 770 p.
2. Takens F., Rand D. A., Young L.-S. Detecting strange attractors in turbulence. *Dynamical Systems and Turbulence, Lecture Notes in Mathematics*. Springer-Verlag, 1981, vol. 898, pp. 366–381.
3. Peters E. *Khaos i poriadok na ryinkakh kapitala. Novyy analiticheskiy vzglyad na tsikly, tseny i izmenchivost' rynka* [Chaos and Order in Capital Markets. A New Analytical Perspective on Cycles, Prices, and Market Volatility]. Moscow, Mir Publ. 2000. 333 p.
4. Antonova I. V., Chikina N. A. Primenenie metodov fraktal'nogo analiza k issledovaniyu vremennykh ryadov [Application of Fractal Analysis Methods to the Study of Time Series]. *Visnyk Natsional'nogo tekhnichnogo universytetu «KhPI». Seriya: Informatyka ta modelyuvannya* [Bulletin of the National Technical University «KhPI». Series: Information Science and Modeling]. Kharkiv, NTU «KhPI» Publ., 2015, no. 21, pp. 9–14.
5. Antonova I. V., Chikina N. A. Prepropriate analysis of time series by methods of fractal analysis and phase trajectories. *Visnyk Natsional'nogo tekhnichnogo universytetu «KhPI». Seriya: Matematychno modeluvannya v tekhnitsi ta tekhnologiyakh* [Bulletin of National Technical University «KhPI» Series: Mathematical modeling in engineering and technologies]. Kharkiv, NTU «KhPI» Publ., 2018, no. 3 (1279), pp. 3–8.
6. Kutasevych Ya. F., Volkoslavs'ka V. M. Stan resursiv i diyal'nist' dermatovenerologichnoyi sluzhby za 1998 – 2018 rr. v Ukraini. Nagal'ni zadachi [State of resources and activities of the dermatovenerological service for 1998–2018 in Ukraine. Urgent tasks]. *Dermatologiya ta venerologiya* [Dermatology and venereology]. 2019, no. 2 (84), pp. 46–49.
7. Feder E. *Fraktaly* [Fractals]. Moscow, Mir Publ., 1991. 262 p.
8. Shreder M. *Fraktaly, khaos, stepennye zakony. Miniatury iz beskonechnogo raya* [Fractals, Chaos, Power Laws: Miniatures from Infinite Paradise]. Izhevsk, 2001. 516 p.
9. The R Project for Statistical Computing. – Available at: <https://www.r-project.org/> (accessed 10 September 2022).

Надійшла (received) 21.09.2022

#### Відомості про авторів / Сведения об авторах / Information about authors

**Чікіна Наталія Олександрівна** – кандидат технічних наук, доцент, професор кафедри вищої математики, Національний технічний університет «Харківський політехнічний інститут», м. Харків; тел.: (066) 103-62-24; e-mail: nataliia.chikina@khpi.edu.ua.

**Чикина Наталия Александровна** – кандидат технических наук, доцент, профессор кафедры высшей математики, Национальный технический университет «Харьковский политехнический институт», г. Харьков; тел.: (066) 103-62-24; e-mail: nataliia.chikina@khpi.edu.ua.

**Chikina Nataliia Oleksandrivna** – Candidate of Technical Sciences, Associate Professor, Professor at the Department of Higher Mathematics, National Technical University «Kharkiv Polytechnic Institute», Kharkiv; tel.: (066) 103-62-24; e-mail: nataliia.chikina@khpi.edu.ua.

**Антонова Ірина Володимирівна** – кандидат технічних наук, доцент, доцент кафедри вищої математики, Національний технічний університет «Харківський політехнічний інститут», м. Харків; тел.: (095) 465-98-33; e-mail: iryna.antonova@khpi.edu.ua.

**Антонова Ирина Владимировна** – кандидат технических наук, доцент, доцент кафедры высшей математики, Национальный технический университет «Харьковский политехнический институт», г. Харьков; тел.: (093) 543-54-43; e-mail: iryna.antonova@khpi.edu.ua.

**Antonova Iryna Volodymyrivna** – Candidate of Technical Sciences, Associate Professor, Associate Professor at the Department of Higher Mathematics, National Technical University «Kharkiv Polytechnic Institute», Kharkiv; tel.: (093) 543-54-43; e-mail: iryna.antonova@khpi.edu.ua.